



## Физико- технический факультет

Томского  
государственного  
университета

## Решение задач искрового зажигания и горения взвеси порошка алюминия в воздухе

Моисеева К. М. , Крайнов А. Ю.

# Физическая постановка задачи

В работе представлены результаты решения задач об инициировании и распространении фронта горения по аэровзвеси металлических частиц.

Целью работы определение критических условий искрового зажигания порошка алюминия и последующий расчет скорости распространения волны горения.

## Принятые допущения:

- Предполагается, что в воздухе равномерно распределена взвесь порошка алюминия с массовой концентрацией частиц  $\rho_{kb}$ .
- В центре облака частиц расположен очаг зажигания радиуса  $r_0$ .
- Правая граница области считается бесконечно удаленной.
- Коэффициенты диффузии и теплопроводности газа зависят от температуры.
- Учитывается тепловое расширение газа при повышении температуры и его движение;
- Горение частиц алюминия описывается на основе экспериментальных данных [1], воспламенение частицы алюминия происходит при достижении ею температуры зажигания  $T_{kz}$ .
- Скорость гетерогенной химической реакции на частицах описывается с учетом массоотдачи.
- Учитывается тепловое и динамическое взаимодействие между частицами и газом.
- Полагается, что при горении частицы алюминия радиус алюминия в частице  $r_{Al}$  уменьшается, радиус самой частицы  $r_k$  растет за счет нарастания оксидного слоя.
- Для задачи искрового зажигания решается система уравнений, записанная в цилиндрической системе координат. Для задачи о скорости распространения фронта горения решается система уравнений, записанная в декартовой системе координат.

# Математическая постановка задачи

$$\frac{\partial r^n \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial r^n \rho_g u_g}{\partial r} = -r^n G, \quad (1)$$

$$\frac{\partial r^n (\rho_g u_g)}{\partial t} + \frac{\partial r^n (\rho_g u_g^2 + p)}{\partial r} = np - r^n \tau_{tr} - r^n G u_g, \quad (2)$$

$$\frac{\partial r^n \rho_g (\varepsilon_g + 0.5 u_g^2)}{\partial t} + \frac{\partial r^n [\rho_g u_g (\varepsilon_g + 0.5 u_g^2) + p u_g]}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_g (T_g) r^n \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) - r^n \left( G \left( c_v T_g + \frac{u_g^2}{2} \right) + u_k \tau_{tr} - \alpha_k n_k S_k (T_k - T_g) \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial r^n \rho_{O_2}}{\partial t} + \frac{\partial r^n \rho_{O_2} u_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( r^n D_g \rho_g (T_g) \frac{\partial a_{O_2}}{\partial x} \right) - r^n G, \quad (4)$$

$$\frac{\partial r^n \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial r^n \rho_k u_k}{\partial x} = r^n G, \quad (5)$$

$$\frac{\partial r^n (\rho_k u_k)}{\partial t} + \frac{\partial r^n \rho_k u_k^2}{\partial x} = r^n \tau_{tr} + r^n G u_g, \quad (6)$$

$$\frac{\partial r^n \rho_k (\varepsilon_k + 0.5 u_k^2)}{\partial t} + \frac{\partial r^n \rho_k u_k (\varepsilon_k + 0.5 u_k^2)}{\partial x} = -r^n \left( \alpha_k S_k n_k (T_k - T_g) - \frac{QG}{\alpha_1} - G \left( c_v T_g + u_g^2 / 2 \right) - \tau_{tr} u_k \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial r^n n_k}{\partial t} + \frac{\partial r^n n_k u_k}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$p = \rho_g R_g T_g. \quad (9)$$

# Математическая постановка задачи

Здесь приняты следующие обозначения:

$n$  – показатель, определяющий координатную систему, в которой решается уравнение,  $n = 0$  – декартова система координат,  $n = 1$  – цилиндрическая система координат,

$\lambda_g = \lambda_{g,0} (T_g/T_0)^{2/3}$  – коэффициент теплопроводности газа,

$\chi_g = \lambda_g / (c_{g,v} \rho_g)$  – коэффициент температуропроводности газа,

$D_g$  – коэффициент диффузии газа,  $D_g(T_g) = \lambda_g(T_g) / (c_{g,p} \rho_g)$ ,

$\alpha_k = Nu_k \lambda_g / (2 r_k)$  – коэффициент теплообмена газа с частицами,

$\varepsilon_g = p / (\rho_g (\gamma - 1))$  – внутренняя энергия газа,

$\gamma = c_{g,p} / c_{g,v}$  – показатель адиабаты,

$\varepsilon_k = c_k T_k$  – внутренняя энергия частиц,

$\tau_{fr} = n_k F_{fr}$  – сила трения,  $F_{fr} = C_{fr} S_m \rho_g (u_g - u_k) |u_g - u_k| / 2$  – сила взаимодействия одиночной частицы с газом,

$C_{fr} = 24 (1 + 0.15 Re^{0.682}) / Re$  – коэффициент трения,  $Re$  – число Рейнольдса,

$Nu_p = 2 + (Nu_l^2 + Nu_t^2)^{1/2}$  – число Нуссельта, где  $Nu_l = 0.664 Re^{0.5}$ ,  $Nu_t = 0.037 Re^{0.8}$ .

$\alpha_1$  – стехиометрический коэффициент реакции кислорода с частицами алюминия.

Индексом 0 отмечены начальные значения параметров состояния,  $k$  – параметры частиц,  $g$  – параметры газа,  $Al$  – параметры алюминия, содержащегося в частице.

# Соотношения для расчета скорости изменения массы частиц

В уравнениях (1) – (8) правые части, отвечающие за химическое взаимодействие газа и частиц, определяются через радиус алюминия в частице. Слагаемые, отвечающие за инерционное и тепловое взаимодействие, определяются через радиус самой частицы, состоящей из алюминия и оксидного слоя. Для определения скорости изменения массы частиц при их горении, принималось, что продуктом сгорания алюминия является окисел  $Al_2O_3$ , который остается на частице; плотность частицы в процессе горения не меняется. Тогда

$$r_{Al} = \left[ \left( \frac{\mu_{Al} + 3/2 \mu_O}{\mu_{Al}} r_{Al,0}^3 - \frac{\rho_k}{(4/3)\pi n \rho_k^0} \right) \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} \right]^{1/3} \quad - \text{размер оставшейся части алюминия в частице.}$$

$$r_k = \sqrt[3]{\frac{3\rho_k}{4\pi \rho_k^0 n_k}} \quad - \text{радиус частицы, состоящей из алюминия и окисла.}$$

$$G = \alpha_1 n_k \rho_k^0 S_{Al} \frac{k(a_{O_2}, r_{Al}) \beta_k}{(k(a_{O_2}, r_{Al}) + \beta_k)} \quad - \text{скорость изменения массы частиц алюминия.}$$

$$k(a_{O_2}, r_{Al}) = k_0 a_{O_2}^{0.9} / \sqrt{r_{Al}} \quad - \text{закон горения одиночной частицы при избытке окислителя.}$$

$k_0$  – константа скорости химической реакции,

$$S_{Al} = 4\pi r_{Al}^2 \quad - \text{площадь поверхности чистого алюминия в частице,}$$

$$\beta_m = \lambda_g(T) Nu_D / (c_g \rho_g r_k) \quad - \text{коэффициент массоотдачи частиц,}$$

$$\rho_k^0 \quad - \text{собственная плотность алюминия.}$$

Задача (1) – (9) решалась численно с использованием метода распада произвольного разрыва. Слагаемые в правых частях уравнений, описывающие процессы переноса за счет теплопроводности и диффузии, аппроксимировались явно на трехточечном шаблоне. Решение уравнений для частиц проводилось с использованием алгоритма распада произвольного разрыва в среде, лишенной собственного давления.

Для задачи искрового зажигания шаг по пространству в области источника зажигания (до координаты  $x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ) задавался постоянным и равным  $\Delta h_{const} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ . После координаты  $x = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$  шаг по пространству увеличивался в направлении правой границы по правилу  $\Delta h_{i+1} = 1.005 \Delta h_i$ . Величина схемной диффузии при выбранном шаге  $\Delta h$  была много меньше коэффициента диффузии  $D$ .

Шаг по времени определялся, как наименьший из сравнения двух шагов по условию устойчивости Куранта,

$$\max \left[ \Delta t_1 < \frac{\Delta h_{const}}{\max [c] + \max [ |u_g| ]}, \Delta t_2 < \frac{\Delta h_{const}^2}{\max (\chi_g)} \right]$$

где  $c$  – скорость звука,  $\chi_g$  – коэффициент температуропроводности газа.

## Параметры расчета

$$\begin{array}{lllll}
 \rho_k^0 = 2380 \text{ кг} / \text{м}^3 & \eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}, & R_u = 8.31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}), & c_{p,g} = 1065 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), & p_b = 0.1 \text{ МПа}, \\
 Q_2 = 20 \text{ МДж}/\text{кг}, & E_2 = 135 \text{ кДж}/\text{моль}, & \alpha_1 = 0.889 & c_{v,g} = 768.2 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), & r_0 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\
 T_b = 300 \text{ К}, & D_{st} = 1.992 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, & \lambda_{st} = 0.025 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), & c_k = 904 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). & 
 \end{array}$$

Размер частиц алюминия варьировался в диапазоне  $r_k = 2 \cdot 10^{-7} \div 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

Массовая концентрация частиц варьировалась в диапазоне  $\rho_{kb} = 0.07 \div 0.3 \text{ кг} / \text{м}^3$

Обозначения параметров:  $\rho$  – плотность,  $r_k$  – радиус частицы,  $p$  – давление,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $D$  – коэффициент диффузии,  $Q$  – тепловой эффект реакции в газе и на поверхности частиц соответственно,  $k_0$  – константа скорости химической реакции,  $T$  – температура,  $E$  – энергия активации,  $R_u$  – универсальная газовая постоянная.

Индексом  $b$  отмечены начальные значения параметров состояния воздушной смеси,  $k$ - параметры частиц,  $g$  – параметры газа.

Из расчетов определялась нормальная и видимая скорость горения аэрозвеси алюминия. Видимая скорость горения определялась по скорости перемещения координаты  $r$ , соответствующей выгоранию алюминия в 10 раз от начального радиуса. Нормальная скорость горения определялась как разность между видимой скоростью горения и скоростью перемещения газа.



# Применимость подходов механики сплошных сред

При постановке задачи полагалось, что коэффициент теплообмена определяется с физических позиций механики сплошной среды.

Для обоснования применимости подхода механики сплошных сред была выполнена предварительная оценка значения числа Кнудсена для величин, использованных в расчетах.

Согласно нашим оценкам для частиц алюминия выбранных размеров число Кнудсена находится в интервале 0.037 – 0.75. Теплообмен при таких значениях числа Кнудсена соответствует режиму теплообмена при течении со скольжением, который описан в [Осипов, Сукомел].

Для числа Кнудсена 0.037 (соответствует максимальному диаметру частиц) режим теплообмена соответствует переходу между теплообменом при течении со скольжением и режимом, описываемым моделью сплошной среды.

Для числа Кнудсена 0.75 (соответствует минимальному диаметру частиц) режим теплообмена соответствует границе между режимом теплообмена при течении со скольжением и переходным режимом.

Для крупных частиц число Кнудсена находится близко к границе, когда можно использовать подход механики сплошных сред.

Для мелких частиц мы распространяем подход механики сплошных сред. В [Зарко В. Г. и др....] приведены оценки значений коэффициентов массоотдачи и теплоотдачи, рассчитанных по модели сплошной среды и модели свободномолекулярного режима. В интервале чисел Кнудсена 0.1 – 1 значения коэффициентов массоотдачи и теплоотдачи, рассчитанные по модели сплошной среды и модели свободномолекулярного режима отличаются не более чем на 20 %.

# Верификация результатов расчета

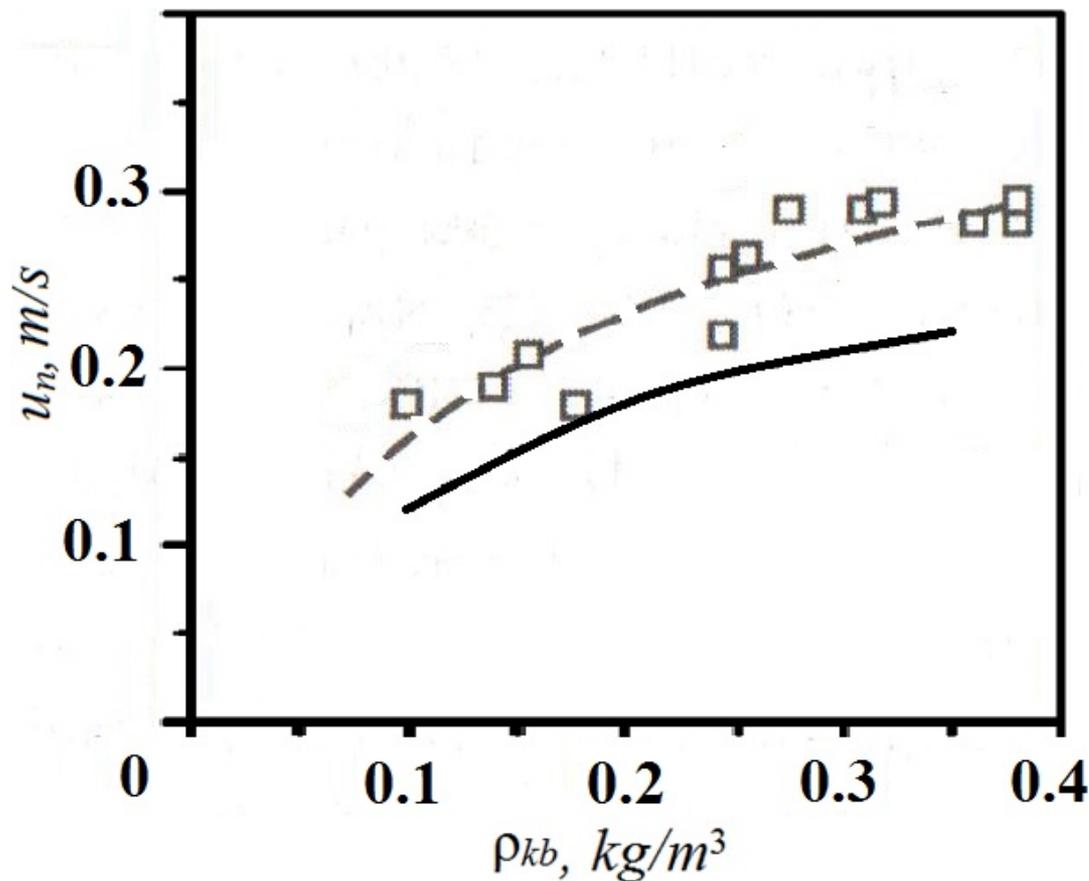


Рис. 1. Штрихпунктирная кривая - Рисунок 4.14 из [Yagodnikov D.A. 2009], сплошная кривая – результаты расчета

Для аэровзвеси частиц алюминия диаметром 4 мкм были проведены расчеты по согласованию нормальной скорости горения аэровзвеси порошка с экспериментальными результатами, приведенными в [Yagodnikov D.A. 2009 Ignition and combustion of powdered metals (Moscow: MGTU im.N.E. Bauman)]. Согласование результатов осуществлялось путем подбора константы в законе скорости горения частицы алюминия,  $k_0$ . Согласно данным из [Yagodnikov D.A. 2009 ...], зависимость нормальной скорости горения аэровзвеси от массовой концентрации порошка алюминия для частиц со средним размером  $d_k = 4 - 6$  мкм имеет вид, показанный на рис. 1 штрихпунктирной линией с символами, наши результаты при  $k_0 = 1.11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{1.5}/\text{s}$  представлены на рис. 1 сплошной кривой. Из сравнения видно, что для массовой концентрации порошка алюминия  $0.1 - 0.3 \text{ кг}/\text{м}^3$  наблюдается согласование с результатами из монографии [Yagodnikov D.A. 2009 ...]. Дальнейшие расчеты мы выполняли с использованием подобранного значения коэффициента  $k_0$ .

## Результаты расчета. Минимальная энергия искрового зажигания.

Граничное условие для температуры при расчете задачи искрового зажигания аэровзвеси порошка алюминия

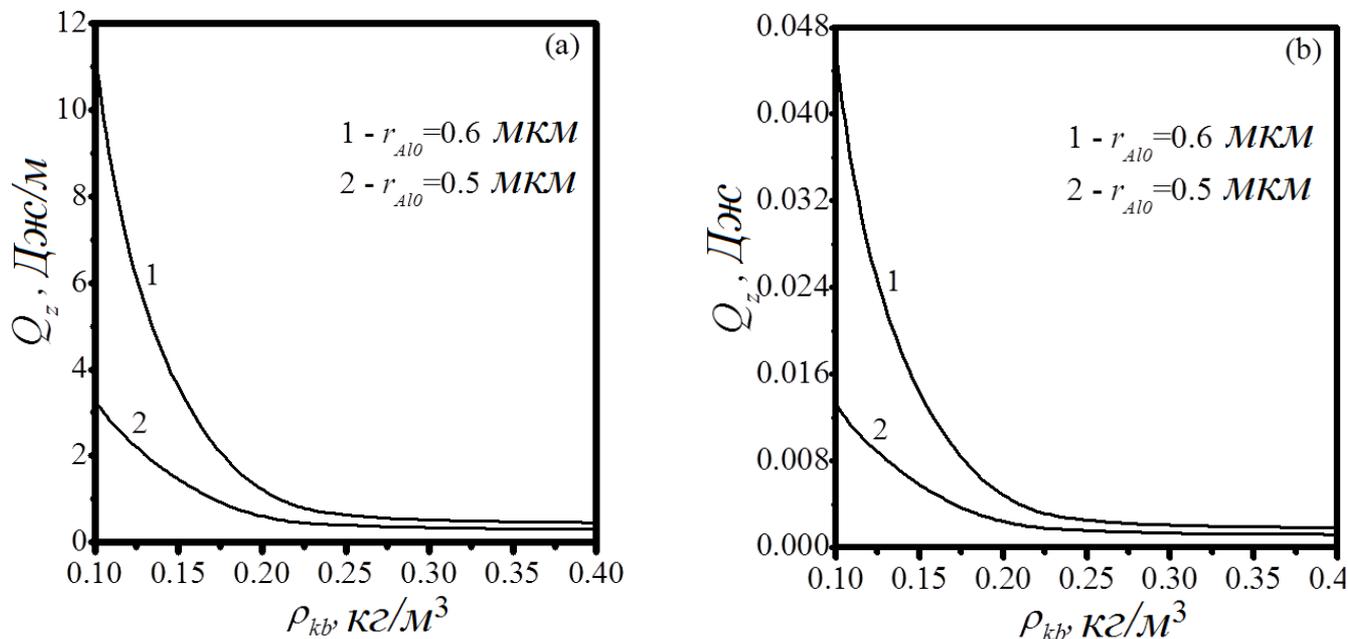
$$T_g(r, t_z) = T_b + \frac{Q_z}{4\pi\lambda_b t_z} \exp\left(-\frac{r^2}{4\chi_b t_z}\right)$$

Целью расчетов являлось определение минимальной энергии искрового разряда  $Q_z$ , при которой формируется и распространяется фронт горения.

Параметр  $Q_z$  варьировался в широком диапазоне, для каждого из составов определялась минимальная величина  $Q_z$ , при которой было возможно воспламенение аэровзвеси порошка алюминия с последующим устойчивым режимом распространения пламени.

Результаты расчета представлены на рисунках 2 – 5.

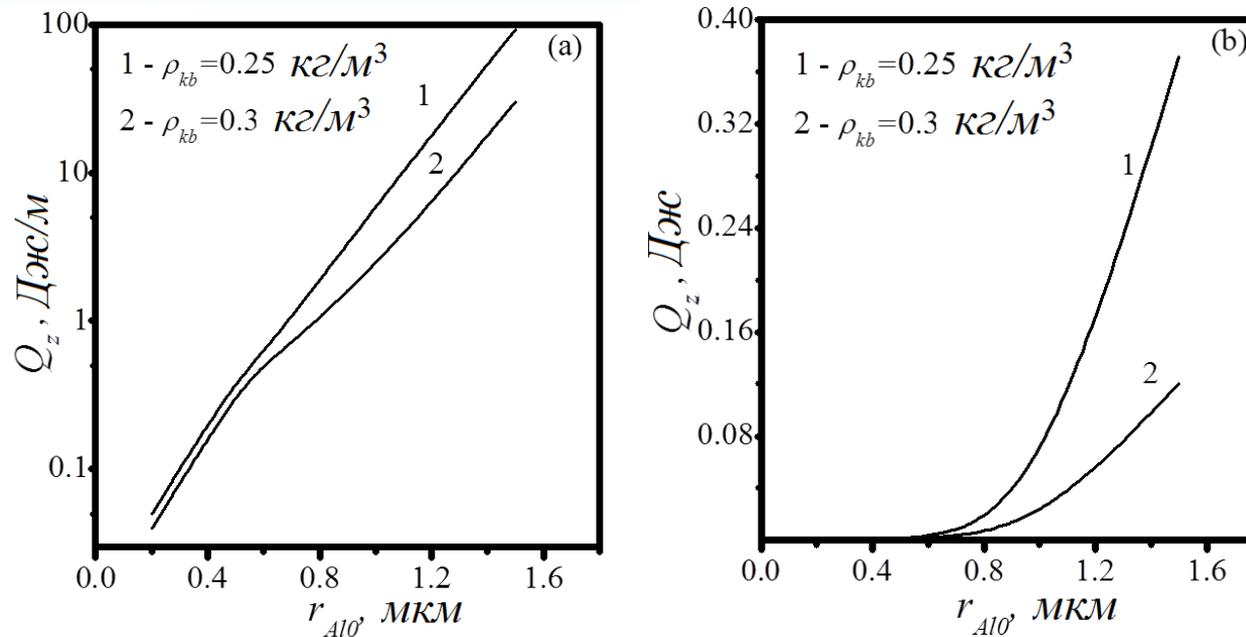
# Результаты расчета. Минимальная энергия искрового зажигания.



Результаты в размерности [Дж/м] (а), в размерности [Дж] для межэлектродного расстояния  $4 \cdot 10^{-3}$  м (б)  
 Рисунок 2 – Зависимость минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси порошка алюминия от массовой концентрации частиц алюминия.

На рисунке 2 представлена зависимость минимальной энергии искрового зажигания порошка алюминия от начальной массовой концентрации порошка алюминия в воздухе для частиц радиуса  $r_{Al,O} = 0.6$  мкм (кривая 1) и 0.5 мкм (кривая 2). Увеличение размера частиц приводит к увеличению минимальной энергии, необходимой для зажигания и последующего распространения фронта горения в аэровзвеси алюминия. С увеличением массовой концентрации частиц и стремлению коэффициента избытка окислителя к единице (стехиометрическая смесь,  $\rho_{kb} \approx 0.274$  кг/м<sup>3</sup>) минимальная энергия искрового зажигания стремится к одному и тому же значению и практически перестает зависеть от  $\rho_{kb}$ .

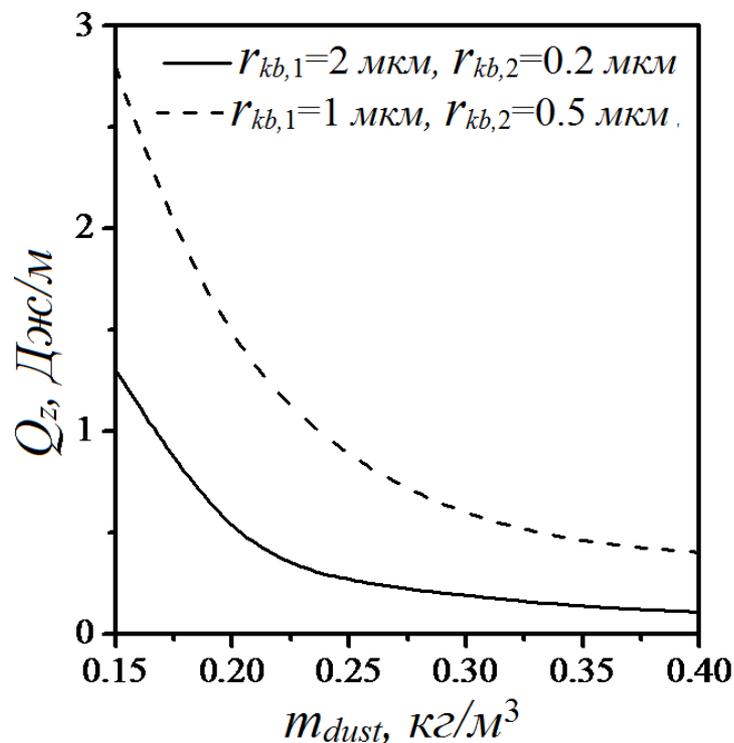
# Результаты расчета. Минимальная энергия искрового зажигания.



Результаты в размерности [Дж/м] (а), в размерности [Дж] для межэлектродного расстояния  $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$   
 Рисунок 3 – Зависимость минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси порошка алюминия от радиуса частиц алюминия.

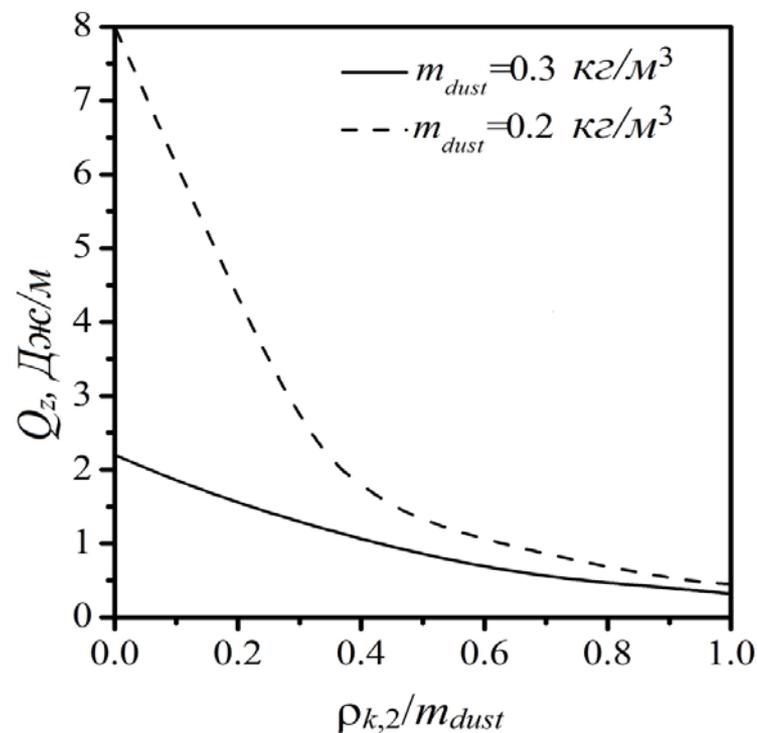
Видно, что для частиц радиуса меньше 0.6 мкм минимальная энергия искрового зажигания слабо меняется с изменением массовой концентрации частиц.

# Результаты расчета. Минимальная энергия искрового зажигания бидисперсной взвеси частиц.



$$\rho_{kb,1} = \rho_{kb,2} = 0.5 m_{dust}$$

Рисунок 4 – Зависимость минимальной энергии искрового зажигания бидисперсной аэровзвеси порошка алюминия от общей массовой концентрации порошка



$$r_{kb,1} = 10^{-6} \text{ м}, r_{kb,2} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

13

Рисунок 5 – Зависимость минимальной энергии искрового зажигания бидисперсной аэровзвеси порошка алюминия от относительного содержания мелкодисперсной фракции частиц



## Результаты расчета. Скорость распространения пламени.

Граничное условие для температуры при расчете задачи о скорости распространения фронта горения по аэровзвеси порошка алюминия

$$T_g(r,0) = \begin{cases} T_z, & 0 \leq x \leq x_0 \\ T_b, & x_0 < x < \infty \end{cases}$$

Видимая скорость горения аэровзвеси порошка алюминия,  $u_f$ , определялась, как скорость перемещения координаты, соответствующей границе выгорания окислителя до значения, составляющего 0.1 от начального значения.

Нормальная скорость горения аэровзвеси порошка алюминия,  $u_n$ , определялась, как разность между видимой скоростью распространения пламени и скоростью движения газа.

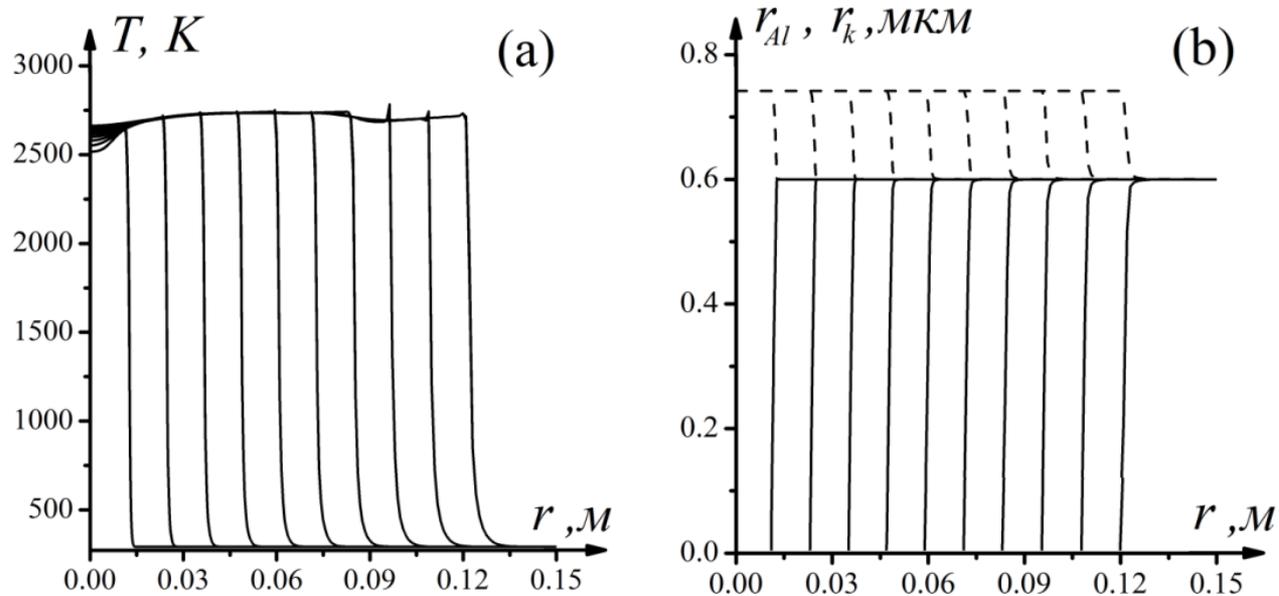


Рис. 6. Распределение температуры газа и частиц (а), радиуса алюминия (сплошная линия) и частиц (пунктир) (b) по пространству через промежутки времени  $\Delta t = 10^{-3}$  с.

$$r_{Al,0} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \rho_{kb} = 0.09 \text{ кг/м}^3$$

$u_f = 1.2 \text{ м/с}$  - видимая скорость распространения фронта горения по взвеси.

$u_n = 0.05 \text{ м/с}$  - нормальная скорость распространения фронта горения по взвеси

# Результаты расчета. Скорость распространения пламени.

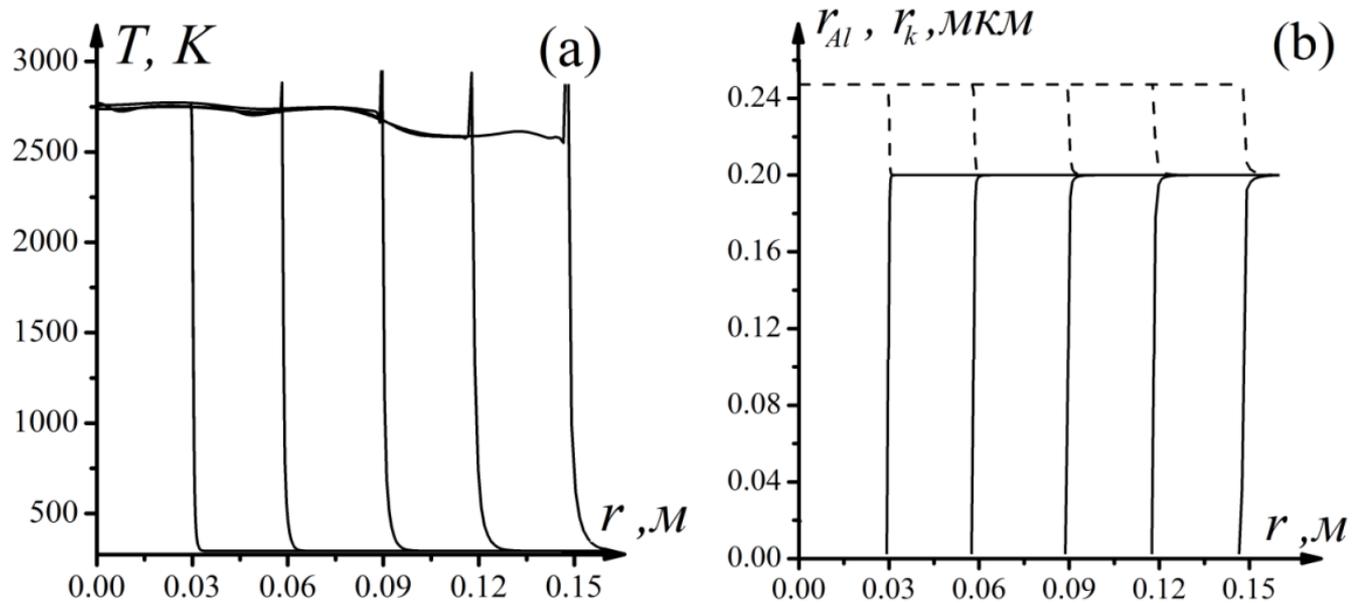


Рис. 7. Распределение температуры газа и частиц (а), радиуса алюминия (сплошная линия) и частиц (пунктир) (б) по пространству через промежутки времени  $\Delta t = 10^{-3}$  с.

$$r_{Al,0} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \rho_{kb} = 0.09 \text{ кг/м}^3$$

$u_f = 2.8 \text{ м/с}$  - видимая скорость распространения фронта горения по взвеси.

$u_n = 0.07 \text{ м/с}$  - нормальная скорость распространения фронта горения по взвеси

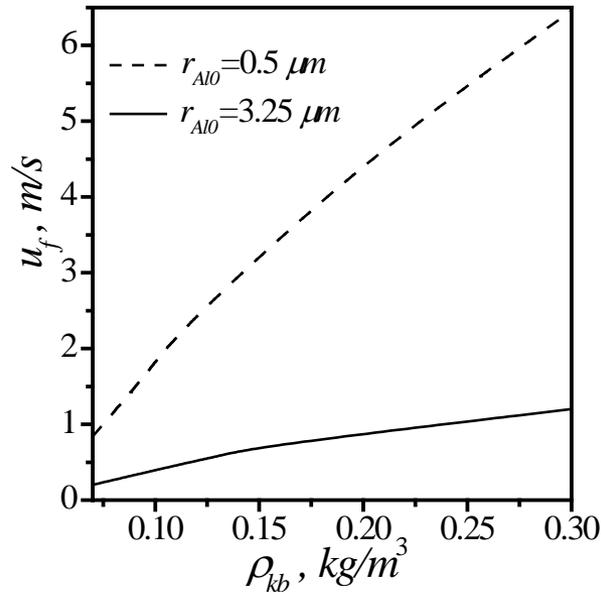


Рис. 8. Зависимость видимой скорости горения аэровзвеси порошка алюминия в воздухе от начальной массовой концентрации частиц алюминия.

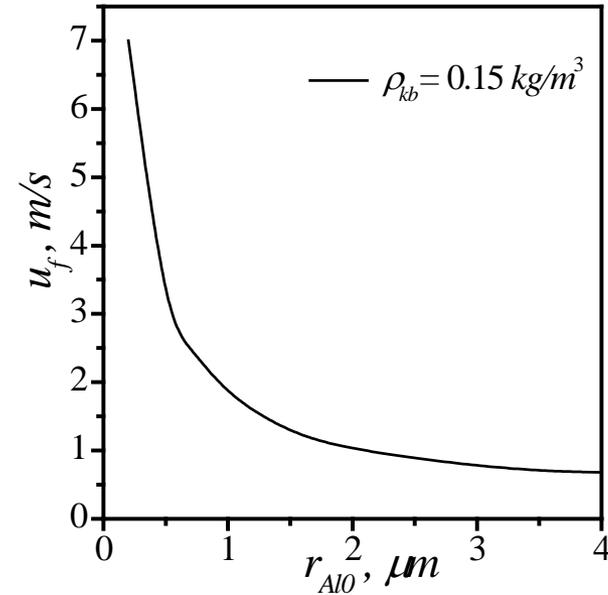


Рис. 9. Зависимость видимой скорости горения аэровзвеси порошка алюминия в воздухе от начального радиуса частиц алюминия.

Из рис. 8 следует, что чем меньше радиус частиц, тем сильнее видимая скорость горения аэровзвеси частиц зависит от начальной массовой концентрации порошка алюминия. Согласно рис. 9 с увеличением размера частиц видимая скорость горения порошка алюминия в воздухе стремится к одному и тому же значению независимо от радиуса частиц.

# Результаты расчета. Скорость распространения пламени по бидисперсной аэровзвеси порошка.

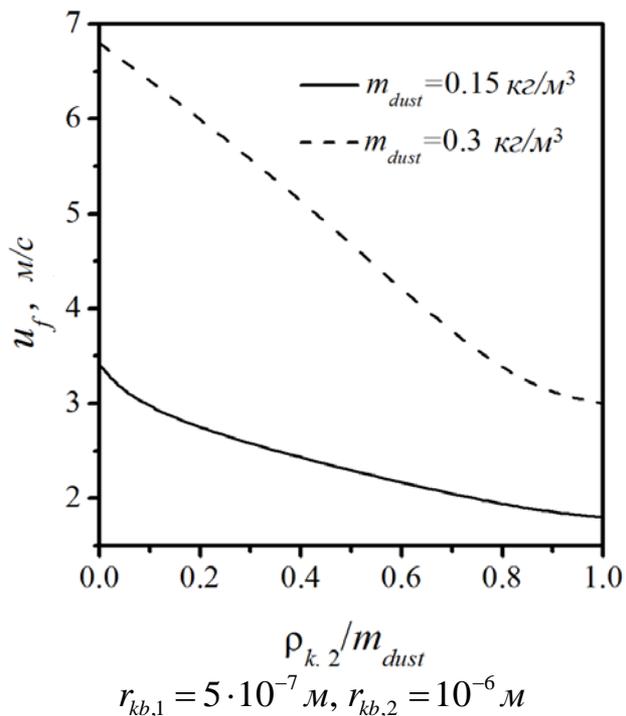


Рис. 10. Зависимость видимой скорости горения бидисперсной аэровзвеси порошка алюминия в воздухе от доли крупных частиц в общей массе порошка алюминия

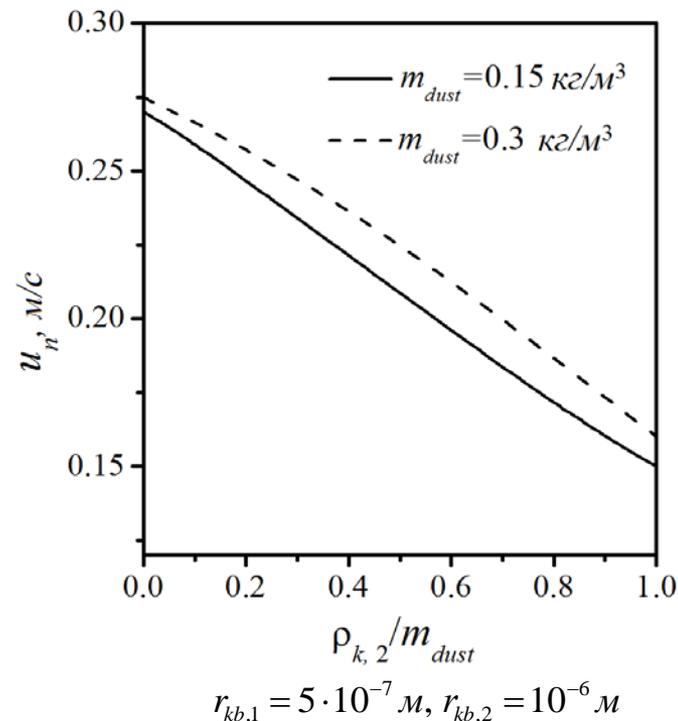


Рис. 11. Зависимость нормальной скорости горения бидисперсной аэровзвеси порошка алюминия в воздухе от доли крупных частиц в общей массе порошка алюминия.

На рисунках 10 – 11 по оси абсцисс отложена доля частиц крупной фракции в общей массе порошка. Ноль по оси абсцисс соответствует монодисперсной взвеси порошка алюминия с радиусом частиц 0.5 мкм, 1 по оси абсцисс соответствует монодисперсной аэровзвеси с частицами радиуса 1 мкм.

Согласно полученным результатам видимая скорость горения аэровзвеси порошка алюминия нелинейным образом зависит от доли крупных частиц в общей массе порошка. Зависимость нормальной скорости горения порошка алюминия от доли крупных частиц имеет практически линейный вид

## Выводы.

Выполнено численное исследование задачи искрового зажигания аэровзвеси порошка алюминия. Показано, что при увеличении массовой концентрации порошка алюминия в сторону стехиометрического состава минимальная энергия искрового зажигания стремится к одному и тому же значению. При этом снижается зависимость минимальной энергии искрового зажигания от размера частиц и распределения частиц по фракциям. Присутствие мелкодисперсной фракции частиц существенным образом сказывается на минимальной энергии искрового зажигания с выходом горения на устойчивый режим. В присутствии мелкодисперсной фракции частиц минимальная энергия искрового зажигания бидисперсной аэровзвеси порошка алюминия значительно уменьшается по сравнению с минимальной энергией искрового зажигания монодисперсной аэровзвеси с крупными частицами

Выполнено численное исследование распространения фронта горения в аэровзвеси порошка алюминия. Показано, что массовая концентрация и размер частиц алюминия влияют на видимую скорость распространения фронта горения. Увеличение размера частиц приводит к уменьшению видимой скорости распространения фронта горения, при этом скорость горения стремится к одному и тому же значению, не зависящему от размера частиц. Для бидисперсной аэровзвеси показана зависимость скорости горения порошка алюминия от доли частиц крупной фракции во взвеси.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20011).

# Спасибо за внимание!

Моисеева Ксения Михайловна

Тел. +7 (3822) 529-845

E-mail: Moiseeva\_KM@t-sk.ru



Национальный исследовательский  
Томский государственный университет

634050, г. Томск, пр. Ленина, 36  
+7 (3822) 52-98-52, +7 (3822) 52-95-85 (факс)  
rector@tsu.ru

[www.tsu.ru](http://www.tsu.ru)