

О ПРИМЕНЕНИИ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МЕТОДОВ К ГЕНЕРАЦИИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТОК В ЗАДАЧАХ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Б. Хайруллин, С. Рыкованов, Р. Загидуллин

Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия

Email: bari.khairullin@skoltech.ru

В работе рассматривается новый метод построения двумерных криволинейных координатных систем (body-fitted curvilinear coordinates, BFC), основанный на использовании полносвязных нейронных сетей (FNN), интерпретируемых как диффеоморфизмы между вычислительным и физическим пространствами. Это позволяет решать уравнения в частных производных (PDE) на регулярной сетке, даже при наличии сложной геометрии области.

Предложенный метод использует структуру остаточной нейронной сети (residual neural network, RNN), позволяющую рассматривать каждую трансформацию между слоями как малое возмущение тождественного отображения. Это позволяет реализовать управление регулярностью отображения и ускорить сходимость при тренировке. Особое внимание уделено контролю вырожденности отображения через ограничения на якобиан (например, детерминант всегда неотрицателен).

Рассматриваются два подхода: без использования физически-информированной функции потерь (physics-informed neural networks, PINN) и с ее использованием. В последнем случае вводится функционал Винслоу, позволяющий контролировать ортогональность и равномерность сетки во внутренней области.

Численные эксперименты показывают, что данный метод способен эффективно аппроксимировать сложные и многосвязные области, обеспечивая точное и гибкое построение сеток. Также продемонстрированы преимущества метода при необходимости локального уточнения сетки – в отличие от классических методов решения уравнений Винслоу, нейросетевой подход требует лишь одного прямого прохода по сети.

Представленные результаты открывают возможности для применения метода в задачах вычислительной гидродинамики, метода частиц в ячейках и обратных задачах, где требуется адаптивная сетка при сохранении регулярной структуры расчетной области. В работе также обсуждаются ограничения текущего подхода и направления дальнейших исследований, включая генерацию 3D-сеток и динамически изменяющиеся границы.

Литература

1. **Chen, X.** MGNet: a novel differential mesh generation method based on unsupervised neural networks [Text] / Xinhai Chen, Tiejun Li, et al. // Engineering with Computers. – 2022. – Vol. 38, No. 5. – P. 4409–4421.
 2. **Hauser, M.** Principles of Riemannian Geometry in Neural Networks [Text] / M. Hauser and A. Ray // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2017. – Vol. 30.
 3. **Lu, Z.** The expressive power of neural networks: A view from the width [Text] / Zhou Lu et al. // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2017. – Vol. 30.
 4. **Zacharov, I.** “Zhores” – Petaflops Supercomputer for Data-Driven Modeling, Machine Learning and AI at Skoltech [Text] / I. Zacharov et al. // Open Engineering. – 2019. – Vol. 9, No. 1. – P. 512–520.
-