

# ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА АППАРАТУРЫ В УСЛОВИЯХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА

*М. Ф. Саттаров, В. В. Тауланов*

ФГУП «РФЯЦ – ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина», Снежинск, Россия

Для анализа температурного режима составных частей аппаратуры авиационной техники, испытывающей непосредственное воздействие аэродинамического нагрева, необходимо иметь адекватную математическую модель теплообмена (ММТ) соответствующей физической системы.

Наибольшая неопределенность в такой ММТ обусловлена аэродинамической интерференцией – аэродинамическим взаимодействием между элементами аппаратуры и окружающих конструкций.

Для получения информации о влиянии эффектов аэродинамической интерференции проводятся измерения температуры корпуса аппаратуры и параметров набегающего потока в ходе испытаний на воздействие аэродинамического нагрева. Результаты испытаний обрабатываются с целью идентификации параметров внешнего теплообмена для последующей коррекции ММТ аппаратуры.

В данной работе для идентификации параметров внешнего теплообмена ММТ аппаратуры применяется гибридный расширенный фильтр Калмана [1]. Выбор данного метода обусловлен присущими ему преимуществами в сходимости решений и меньшими вычислительными затратами. [2, 3].

ММТ аппаратуры с сосредоточенными параметрами описывается системой  $N$  нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). На корпусе аппаратуры размещаются  $M$  датчиков температуры. Измерения осуществляются в дискретные моменты времени с шагом  $\Delta t$ . Предполагается, что в зоне каждого датчика действуют постоянные аэродинамические особенности, обусловленные геометрией аппаратуры и окружающих конструкций, при этом измеряемые значения температуры не зависят друг от друга. Ошибки измерений температуры полагаются гауссовскими белыми шумами.

Рассматриваемая задача может быть представлена нелинейной моделью непрерывного времени для эволюции состояния системы (1) и линейной моделью дискретных измерений (2) для уточнения состояния системы:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau)); \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, S, \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}(\tau)$  – вектор состояния системы,  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(\tau_k)$ ;  $\tau_k = k\Delta t$  – момент времени, соответствующий  $k$ -ому измерению;  $\mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau))$  – нелинейная вектор-функция;  $S$  – число измерений;  $\mathbf{z}_k$  – вектор измерений размерностью  $(M \times 1)$ ;  $\mathbf{H}_k$  – матрица измерений;  $\mathbf{v}_k$  – белый гауссовский шум измерений с нулевым математическим ожиданием  $\mathbf{E}[\mathbf{v}_k] = 0$  и ковариационной матрицей  $\mathbf{R}_k$  размерностью  $(M \times M)$ .

Полагаем, что составляющие вектора случайных погрешностей измерений  $\mathbf{v}_k$  не коррелированы между собой и обладают априорной дисперсией  $\sigma^2$ .

Для идентификации параметров внешнего теплообмена используется расширенный вектор состояния системы  $\mathbf{x}(\tau)$ , имеющий размерность  $((N + 2M) \times 1)$  и включающий, в дополнение к температурам всех элементов модели,  $2M$  неизвестных параметров внешнего теплообмена (коэффициентов теплоотдачи и поправочных коэффициентов к числу Маха).

На первом шаге работы фильтра производится прогноз вектора состояния системы и ковариационной матрицы ошибок измерения  $\mathbf{P}(\tau)$  размерностью  $((N + 2M) \times (N + 2M))$ . Перед первой итерацией необходимо задать начальные значения вектора состояния  $\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{E}(\mathbf{x}(\tau_0))$  и ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_{0|0}$ , содержащей дисперсии ошибок оценивания в начальный момент времени.

Для расчета прогноза вектора состояния  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$  можно использовать один из известных численных методов решения систем ОДУ, в частности, метод Рунге-Кутты.

Прогноз ковариационной матрицы в алгоритме фильтра Калмана для нелинейной динамической модели состояния системы осуществляется следующим образом [1, 3]:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{\Phi}_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k,k-1}^T, \quad (3)$$

где  $\mathbf{\Phi}_{k,k-1}$  – переходная матрица состояний, которая вычисляется по формуле:

$$\mathbf{\Phi}_{k,k-1} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \Delta\tau + \frac{1}{2!} \mathbf{F}_k^2 \Delta\tau^2 + \dots + \frac{1}{p!} \mathbf{F}_k^p \Delta\tau^p + \dots, \quad (4)$$

где  $\mathbf{F}_k$  – матрица Якоби от вектор-функции  $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$ .

На втором шаге работы фильтра Калмана производится вычисление матрицы коэффициентов усиления  $\mathbf{K}_k$  на основании ковариационной матрицы для экстраполированного вектора состояния:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}. \quad (5)$$

С помощью матрицы коэффициентов усиления можно получить скорректированную оценку вектора состояния системы и ковариационной матрицы оценки вектора состояния:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}); \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1}. \quad (7)$$

Оценка вектора состояния системы и его ковариационная матрица могут в дальнейшем использоваться в регрессионном анализе при определении критериальных соотношений для параметров внешнего теплообмена аппаратуры.

Алгоритм реализован в программном приложении численного анализа ММТ с сосредоточенными параметрами. Проведена верификация разработанного алгоритма на экспериментальных данных. Численный анализ показывает, что коэффициенты теплоотдачи и поправочные коэффициенты к числу Маха, как правило, сходятся к стационарным значениям менее чем за 60 шагов фильтра Калмана.

### Литература

1. **Симбирский, Д. Ф.** Температурная диагностика двигателей [Текст]. – Киев : Техника, 1976. – 208 с.
  2. **Исимото, П.** Методы коррекции тепловых моделей [Текст] // Теплообмен и тепловой режим космических аппаратов. – М. : Мир, 1974. – С. 301–326.
  3. **Пилипенко, Н. В.** Методы и приборы нестационарной теплотерии на основе решения обратных задач теплопроводности [Текст]. – СПб : СПбГУ ИТМО, 2011. – 180 с.
-