

КЛАССЫ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЙ СЖИМАЕМЫХ СРЕД

Е. Ю. Просвиряков, Н. В. Бурмашева

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Изучение течений вязких жидкостей традиционно начинают, используя идею об одномерности потока. На этом подходе базируются многие классические решения – точное решение Куэтта, градиентное течение Пуазейля, решение первой и второй задач Стокса, течение Нуссельта и другие аналитические результаты. Это позволило получить первые представления о структуре потока при постоянной температуре и дало толчок развитию гидродинамики точных решений. Данные результаты были использованы для построения двумерных, сдвиговых и трехмерных потоков, а также для описания течений с учетом неоднородности распределения дополнительных полей – температурного поля, поля концентрации примеси, магнитного поля и пр. Позднее были предприняты попытки обобщения на случай неоднородных потоков, причем не только в классе функций, линейных по части координат, но с существенно нелинейной зависимостью от этих самых пространственных координат.

Большая часть проводимых к настоящему моменту исследований основывается на гипотезах ньютоновской механики сплошных сред, согласно которым представительный объем среды рассматривается как материальная точка, имеющая только три степени свободы, соответствующие возможностям поступательного движения в трех направлениях. Также не учитывается возможность взаимодействия двух жидких частиц по границе их соприкосновения. Такое представление не соответствует действительности, что подтверждается многочисленными экспериментами. Работы в этом направлении осложняются тем, что при учете моментных (вращательных) степеней свободы резко возрастает порядок системы дифференциальных уравнений, составляющих основу модели – уравнения Навье–Стокса, дополненного уравнением несжимаемости. Тем не менее, несмотря на эти трудности, работы в этом направлении все же ведутся, и к настоящему моменту получен ряд точных результатов.

Стоит заметить, что при описании течений несжимаемых сред (прежде всего, жидкостей) с помощью построения точных решений, особую роль играет именно уравнение несжимаемости, поскольку выбор класса точных решений, удовлетворяющего тождественно этому уравнению, снимает проблему переопределенности редуцированных систем уравнений, возникающих при подстановке выбранного класса в векторное уравнение Навье–Стокса. Это обстоятельство является во многом определяющим, когда приходится иметь дело с описанием сдвиговых течений, поскольку в этом случае редуцированная система уравнений модели является переопределенной.

Подход, основанный на идее несжимаемости среды, в допустимой степени работает для жидкостей, а также для газов в условиях изотермического потока при скоростях, значительно меньших скорости звука. Но остается проблема описания течений газов в неоднородном температурном поле и (или) при высоких скоростях течения потока.

В докладе обсуждаются вопросы, связанные с подходами к построению классов точных решения для сжимаемых сред на основе накопленного докладчиками опыта исследований [1–7]. Рассматриваются варианты классов точных решений с линейной зависимостью компонент поля скорости от пространственных координат и с существенно нелинейными зависимостями от тех же параметров. Обсуждаются вопросы тиражирования классов решений.

Литература

1. **Baranovskii, E. S.** Exact solutions to the Navier–Stokes equations with couple stresses [Text] / E. S. Baranovskii, N. V. Burmasheva, E. Y. Prosviryakov // *Symmetry*. – 2021. – Vol. 13. – P. 1355. – doi: 10.3390/sym13081355.

2. **Бурмашева, Н. В.** Класс точных решений для двумерных уравнений геофизической гидродинамики с двумя параметрами Кориолиса [Текст] / Н. В. Бурмашева, Е. Ю. Просвирыков // Изв. Иркутск. гос. ун-та. Сер. «Математика». – 2020. – Т. 32. – С. 33–48. – doi: 10.26516/1997-7670.2020.32.33.
 3. **Бурмашева, Н. В.** Точные решения для установившихся конвективных слоистых течений с пространственным ускорением [Текст] / Н. В. Бурмашева, Е. Ю. Просвирыков // Изв. Вузов. Математика. – 2021. – № 7. – С. 12–22. – doi: 10.26907/0021-3446-2021-7-12-22.
 4. **Burmasheva, N. V.** Exact solutions to the Oberbeck–Boussinesq equations for shear flows of a viscous binary fluid with allowance made for the Soret effect [Text] / N. V. Burmasheva, E. Y. Prosviryakov // The Bull. Irkutsk State Univ. Ser. “Mathematics”. – 2021. – Vol. 37. – P. 17–30. – doi: 10.26516/1997-7670.2021.37.17.
 5. **Burmasheva, N. V.** Influence of the Dufour effect on shear thermal diffusion flows [Text] / N. V. Burmasheva, E. Y. Prosviryakov // Dynamics. – 2022. – Vol. 2, No. 4. – P. 367–379. – doi: 10.3390/dynamics2040021.
 6. **Burmasheva, N. V.** Exact solutions to Navier–Stokes equations describing a gradient nonuniform unidirectional vertical vortex fluid flow [Text] / N. V. Burmasheva, E. Y. Prosviryakov // Dynamics. – 2022. – Vol. 2, No. 2. – P. 175–186. – doi: 10.3390/dynamics2020009.
 7. **Burmasheva, N.** Exact solutions of Navier–Stokes equations for quasi-two-dimensional flows with Rayleigh friction [Text] / N. Burmasheva, S. Ershkov, E. Prosviryakov, D. Leshchenko // Fluids. – 2023. – Vol. 8. – 123. – doi: 10.3390/fluids8040123.
-