

ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

А. К. Матвеева¹, М. О. Корпусов^{1, 2}

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

²Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Рассматривается задача Коши для одного модельного нелинейного уравнения с градиентной нелинейностью:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta u + \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta u = |\nabla u|^q, (x, t) \in \mathbb{R}^2 \times [0, T),$$

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in \mathbb{R}^2.$$

Уравнение относится к классу нелинейных уравнений типа С. Л. Соболева. Для этой задачи Коши в работе при помощи метода нелинейной емкости Похожаева (описан в работе [1]) доказано существование двух критических показателей с $q_1 = 2$ и $q_2 = 3$ таких, что при $1 < q < q_1$ отсутствует локальное во времени слабое решение.

При $q > q_1$ локальное во времени слабое решение появляется при определенных требованиях на начальную функцию $u_0(x)$, однако при $q_1 < q \leq q_2$ глобальных во времени слабых решений нет – все слабые решения разрушаются за конечное время.

Данная работа продолжает исследования, начатые в работах [2–4]

Литература

1. **Похожаев, С. И.** Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных [Текст] / С. И. Похожаев, Э. Л. Митидиери // Труды МИАН. – 2001. – Т. 234. – С. 3–383.
 2. **Корпусов, М. О.** О критических показателях для слабых решений задачи Коши для одного нелинейного уравнения составного типа [Текст] / М. О. Корпусов, А. К. Матвеева // Известия РАН. Серия математическая. – 2021. — Т. 85, № 4. – С. 96–136.
 3. **Korpusov, M. O.** On critical exponents for weak solutions to the Cauchy problem for one nonlinear equation with gradient nonlinearity [Text] / M. O. Korpusov, A. K. Matveeva // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2023. – Vol. 46, No. 2. – P. 1574–1630. – doi: 10.1002/mma.8595.
 4. **Матвеева, А. К.** О критических показателях для слабых решений задачи Коши для одного $2+1$ мерного нелинейного уравнения составного типа с градиентной нелинейностью [Текст] / А. К. Матвеева, М. О. Корпусов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2023. – Т. 63, № 6. – С. 1006–1021.
-