

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДВУМЕРНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ УРАВНЕНИЯМИ ДВИЖЕНИЯ

О. А. Карелина

ФГАОУ ВО «Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского
ядерного университета МИФИ», Снежинск, Россия

ФГУП «РФЯЦ – ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина», Снежинск, Россия

В качестве математической модели для приближенной передачи движений газа из полной системы уравнений Навье-Стокса исследуются только уравнения движения в предположении постоянных значений термодинамических параметров плотности и температуры: $\rho = 1$, $T = 1$.

При этом за масштаб скорости u_{00} взята величина $1/3 \cdot 10^3$ м/с, близкая к скорости звука в воздухе при нормальных условиях. За масштаб расстояния x_{00} берется величина, соответствующая геометрическим характеристикам конкретного исследуемого течения.

В данной работе рассматривается случай отсутствия зависимости от z и равенства нулю третьей компоненты вектора скорости газа: $\partial/\partial z = 0$; $v_3 = 0$.

В этом случае рассматриваемая система в подробной записи имеет следующий вид

$$\begin{cases} u_t = -uu_x - vv_y + \mu_0 \left(u_{xx} + \frac{3}{4}u_{yy} + \frac{1}{4}u_{xy} \right), \\ v_t = -uv_x + vv_y + \mu_0 \left(v_{yy} + \frac{3}{4}v_{xx} + \frac{1}{4}u_{xy} \right). \end{cases} \quad (1)$$

Далее о системе (1) и будет говориться как о системе уравнений движения.

В данной работе рассматривается случай двух пространственных переменных и с учетом результатов из работ [1–2] используются следующие представления искомых функций u, v .

$$\begin{aligned} u(t, x, y) &= \sum_{k=1}^K [u_{k,1} \sin(kx) + u_{k,2} \sin(ky)], \\ v(t, x, y) &= \sum_{k=1}^K [v_{k,1} \sin(kx) + v_{k,2} \sin(ky)]. \end{aligned} \quad (2)$$

С помощью констант $u_{k,1}^0$, $u_{k,2}^0$, $v_{k,1}^0$, $v_{k,2}^0$ в момент времени $t = 1$ задаются начальные условия для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в которых верхние индексы в суммах берутся равными K , то есть $M = K$. Переменная ℓ в этих системах принимает целые значения от единицы до K .

$$u'_{\ell,1} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} m u_{k,1}(t) u_{m,1}(t) b_{k,\ell,m} - \mu_0 \ell^2 u_{\ell,1}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$v'_{\ell,1} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} m u_{k,1}(t) v_{m,1}(t) b_{k,\ell,m} - \frac{3}{4} \mu_0 \ell^2 v_{\ell,1}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

$$u'_{\ell,2} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k v_{m,2}(t) u_{k,2}(t) b_{\ell,m,k} - \frac{3}{4} \mu_0 \ell^2 u_{\ell,2}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

$$v'_{\ell,2} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k v_{k,2}(t) v_{m,2}(t) b_{\ell,m,k} - \mu_0 \ell^2 v_{\ell,2}; \quad \ell = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Полученные задачи Коши для систем решаются численно при $0 \leq t \leq t_f$, где конечный момент t_f выбирается исходя из смысла рассматриваемой задачи и ее решений.

Литература

1. Баутин, С. П. Нестационарные двумерные периодические решения уравнений движения. [Текст] / С. П. Баутин, О. А. Карелина, А. Г. Обухов. – Снежинск : СФТИ НИЯУ МИФИ, 2023. – 57 с.
 2. Баутин, С. П. Представление решений системы уравнений движения с помощью тригонометрических рядов [Текст] / С. П. Баутин, О. А. Карелина, А. Г. Обухов // Вестник национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». – 2023. – Т. 12, № 1. – С. 39–51.
-