

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ С РАЗРЫВОМ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ

А. Р. Долгополова, А. А. Шестаков

ФГУП «РФЯЦ – ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина», Снежинск, Россия

При построении метода характеристик в 1952 году В. С. Владимировым было показано, что в случаях разрывов в коэффициентах кинетического уравнения его решение теряет гладкость на характеристике, касательной к линии этого разрыва [1, 2]. На основе точного решения Е. С. Кузнецова [3] для стационарного уравнения переноса в сферически-симметричной геометрии Б. Н. Четверушкиным [4] построены тестовые задачи для исследования потери точности при численном интегрировании уравнения переноса нейтронов без выделения особенностей на таких характеристиках. По аналогии с тестами Б. Н. Четверушкина построена задача переноса теплового излучения для моделирования разрывного решения по температуре.

Недостатком решения Е. С. Кузнецова является то, что не удастся получить аналитические выражения для плотности и потока излучения. В предельном случае оптически плотной среды в центре системы точное решение стремится к предельному, для которого удастся получить аналитические выражения для плотности и потока излучения, но которое является разрывным. Предельное решение позволяет аналитически описывать разрывы в плотности и потоке излучения, поэтому представляет интерес для построения тестовой задачи в такой постановке. Данное решение представляет также интерес для оценки точности квадратурных формул, используемых при аппроксимации поля излучения с потерей гладкости на характеристике, касательной к линии разрыва температуры.

Используемый для решения уравнения переноса метод дискретных ординат (DS_n -метод) [5] предлагает линейные St и DD схемы, которые широко используются и со временем стали классическими. Шаговая St схема имеет первый порядок аппроксимации, монотонна и положительна. Алмазная DD схема имеет второй порядок аппроксимации, но немонотонна и неположительна. Если при отрицательном решении в DD схеме переходить на St схему, то получим DD/St схему. Тем не менее, осцилляции в положительной области решения DD/St схемы остаются, точность решения при переключении падает до первого порядка, а переключения с одной схемы на другую могут приводить к медленной сходимости итераций или к их расходимости. По этой причине классические St, DD и DD/St схемы, которые используют в переносе нейтронов, в переносе теплового излучения практически не применяют. Для устранения подобных недостатков в схемах DS_n -метода применяют механизмы нелинейной коррекции решения. Например, в DDAD схемах (Diamond Difference with the Artificial Dissipation) [6] снимают антидиссипацию DD схемы путем ее вычитания из остаточного члена. В ATVDR схемах (Additive Total Variation Diminishing Reconstruction) [7] обеспечивают повышенный порядок аппроксимации за счет использования TVD реконструкции и уменьшают численную немонотонность введением специальных функций-ограничителей. При этом ATVDR схемы, в отличие от классических TVD схем, сохраняют основные достоинства DS_n -метода, позволяющие стоять аппроксимацию в рамках одной ячейки и использовать бегущий счет. В этих схемах можно совместить второй порядок аппроксимации (за исключением отдельных точек с экстремумами) и положительность решений.

В работе исследовались монотонность и точность вычисления температуры излучения на границе с вакуумом, а также наличие эффекта Гиббса, который имеет место при резких нарушениях монотонности решения. Эффектом Гиббса называют негативный эффект, возникающий при интерполяции разрывов в виде характерных колебаний [8]. Проведены численные расчеты по схемам различного порядка аппроксимации (St, DDAD и ATVDR) на разных квадратурах Карлсона ES_n [9].

Литература

1. **Владимиров, В. С.** Численное решение кинетического уравнения для сферы [Текст] // Вычислительная математика. – М. : Изд. АН СССР, 1958. – № 3. – С. 3–33.
2. **Владимиров, В. С.** Особенности решения уравнения переноса [Текст] // ЖВМ и МФ. – 1968. – Т. 8, № 4. – С. 842–852.
3. **Кузнецов, Е. С.** Лучистое равновесие газовой оболочки, окружающей абсолютно черную сферу [Текст] // Изв. АН СССР. Сер.: Геофиз. – 1951. – № 3. – С. 69–93,.

4. **Четверушкин, Б. Н.** Построение тестов и некоторые вопросы численного решения уравнения переноса нейтронов. Вычислительные методы в теории переноса [Текст]. – М. : Атомиздат, 1969. – С. 189–201.
 5. **Карлсон, Б.** Численное решение задачи кинетической теории нейтронов [Текст] / Теория ядерных реакторов. – М. : Атомиздат, 1963. – С. 243–258.
 6. **Гаджиев, А. Д.** Метод дискретных ординат с искусственной диссипацией (DDAD-схема) для численного решения уравнения переноса нейтронов [Текст] / А. Д. Гаджиев, И. А. Кондаков, А. А. Шестаков, О. И. Стародумов, В. Н. Писарев // ВАНТ. Сер.: Математическое моделирование физических процессов. – 2003. – Вып. 4. – С.13-24.
 7. **Шестаков, А. А.** Об устойчивости разностных схем TVDR для решения одномерного уравнения переноса излучения [Текст] // ВАНТ. Сер.: Математическое моделирование физических процессов. – 2023. – Вып. 1. – С. 16–28.
 8. **Jung, Jae-Hun** On the numerical convergence with the inverse polynomial reconstruction method for the resolution of the Gibbs phenomenon [Text] / Jae-Hun Jung, Bernie D. Shizgal // Journal of Computational Physics. – 2007. – Vol. 224. – P. 477–488.
 9. **Карлсон, Б. Г.** Теория переноса. Метод дискретных ординат [Текст] / Б. Г. Карлсон, К. Д. Латроп / Вычислительные методы в физике реакторов. – М. : Атомиздат, 1972. – С. 102–157.
-