

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ФОТОНОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО В СФЕРИЧЕСКОЙ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМАХ



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Петрова ^{1,2} Ю.А., Пономарёв ^{1, 2} А.П.

¹ ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академ. Е.И.Забабахина», Снежинск, Челябинская обл.

² ФГАОУ ВО «Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета МИФИ», Челябинская обл.

ponomarevap@vniitf.ru

Перенос излучения (ПИ) – процесс передачи энергии (излучения) от источника в форме волн или частиц через пространство или вещество. Для моделирования ПИ разработана учебно-исследовательская программа, в которой реализовано:

- моделирование методом Монте-Карло изотропных сферического и цилиндрического источников фотонов (далее – ИФ);
- реализован процесс поглощения энергии фотонов при прохождении слоев вещества от источника;
- получено спектральное распределение результатов выхода излучения;
- рассмотрена возможность применения соотношения площадей для снятия результатов.

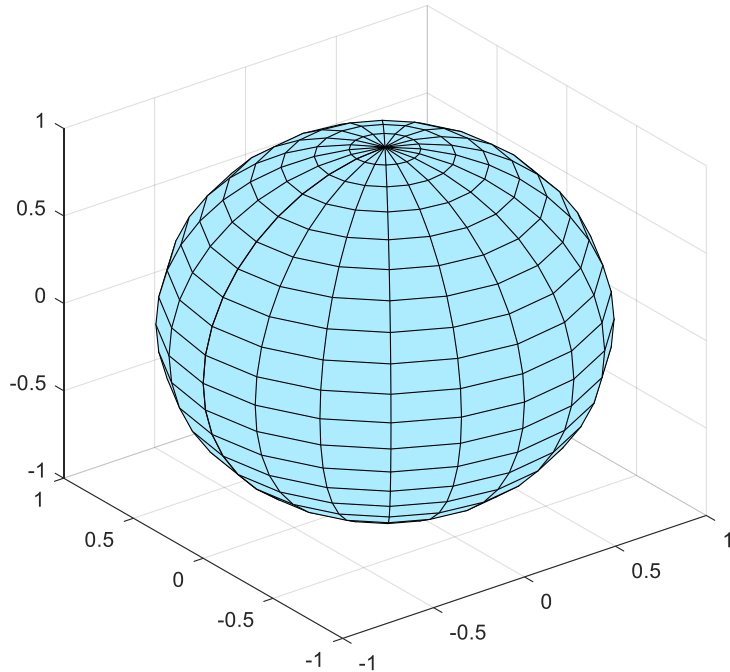
Задача №1 – Сферический ИФ

Задан равномерный по объёму вещества изотропный сферический источник фотонов радиусом $R = 1$ см, имеющий температуру $T_0 = 1$ кэВ. Спектральное макроскопическое сечение поглощения $\Sigma_{\nu,a}$ рассчитывается по формуле из статьи [1]:

$$\Sigma_{\nu,a} = \frac{\kappa}{\nu^3} (1 - e^{-\nu/T_0}), \quad (1)$$

где κ – численный коэффициент при $\Sigma_{\nu,a}$,
 ν [кэВ] - частота фотона.

Требуется определить спектральный выход излучения из ИФ.



Моделирование ИФ



РФЯЦ-ВНИИТ
РОСАТОМ

Задан равномерный по объёму шара ИФ, поэтому для моделирования равномерного распределения координат $Q(x_0, y_0, z_0)$ высвечивания фотона применяют генераторы случайных чисел γ , равномерно распределенных от 0 до 1.

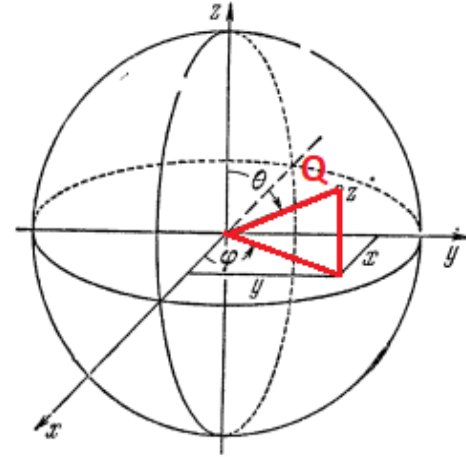
Для определения плотности распределения координат – переход к сферической системе координат, т.е. $Q(r_Q, \Theta_Q, \phi_Q)$.

Уравнения для нахождения сферических координат точки $Q(r_Q, \Theta_Q, \phi_Q)$:

$$\int_0^{r_Q} \frac{3r^2 dr}{R^3} = \gamma_1, \int_0^{\Theta_Q} \frac{\sin \Theta d\Theta}{2} = 1 - \gamma_2, \int_0^{\phi_Q} \frac{d\phi}{2\pi} = \gamma_3. \quad (1)$$

Декартовы координаты точки Q :

$$\begin{cases} x_0 = R \cdot \sqrt[3]{\gamma_3} \cdot \sin(\arccos(2\gamma_2 - 1)) \cdot \cos(2\pi\gamma_3), \\ y_0 = R \cdot \sqrt[3]{\gamma_3} \cdot \sin(\arccos(2\gamma_2 - 1)) \cdot \sin(2\pi\gamma_3), \\ z_0 = R \cdot \sqrt[3]{\gamma_3} \cdot (2\gamma_2 - 1). \end{cases} \quad (2)$$



Моделирование направления движения и частоты фотона



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Направление движения фотона $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$:

$$\begin{cases} \omega_1 = \cos \phi \sqrt{1 - (\cos \theta)^2}, \\ \omega_2 = \sin \phi \sqrt{1 - (\cos \theta)^2}, \\ \omega_3 = \cos \theta. \end{cases} \quad (4)$$

где $\cos \theta = 2\gamma_1 - 1$, $\phi = 2\pi\gamma_2$, γ_1 и γ_2 – случайные числа, равномерно распределенные от 0 до 1.

Частота фотона ν разыгрывается с помощью метода Монте-Карло [1]:

$$\nu = -T_0 \ln(r) \quad (5)$$

согласно функции распределения

$$f(\nu) = \frac{1}{T_0} e^{-\nu/T_0}, \quad (6)$$

где r – случайное число, равномерно распределенное от 0 до 1.

Определение расстояния до границы системы



РФЯЦ-ВНИИФ
РОСАТОМ

Расчёт расстояний от точки излучения фотона

$Q(x_0, y_0, z_0)$ до границы системы $P(x, y, z)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + L \cdot \omega_1, \\ y = y_0 + L \cdot \omega_2, \\ z = z_0 + L \cdot \omega_3, \end{cases} \quad (7)$$

где L – модуль вектора, определяющего расстояние от точки испускания фотона до границы источника.

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (8)$$

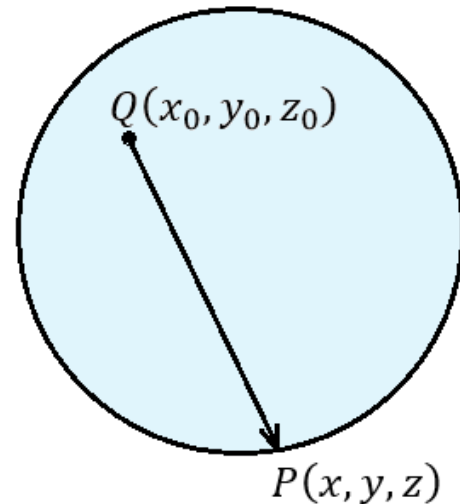
$$D = b^2 - 4ac, \text{ где}$$

$$\begin{cases} a = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 > 0, \\ b = 2 \cdot (\omega_1 x_0 + \omega_2 y_0 + \omega_3 z_0), \\ c = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - R^2 < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$L_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad (10)$$



$$L = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad (11)$$



Моделирование поглощения энергии при прохождении вещества системы

Энергия E_0 - энергия источника излучения:

$$E_0 = \int_0^{\infty} \Sigma_{\nu,a} B_{\nu} d\nu = \frac{15c\sigma}{\pi^4} \kappa T_0, \quad (12)$$

где $B_{\nu} = \frac{15c\sigma}{\pi^4} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ - функция Планка, σ – постоянная Стефана-Больцмана, c – скорость света.

Энергетический вес E фотона:

$$E = \frac{E_0}{N}. \quad (13)$$

Энергетический вес фотона E_{out} после прохождения расстояния L :

$$E_{out} = E \cdot e^{-\Sigma_{\nu,a} L}. \quad (14)$$

Суммарный выход излучения I_{out} :

$$I_{out} = \sum_{k=1}^N E_{out}, \quad (15)$$

где k – номер фотона, N – число промоделированных методом Монте-Карло фотонов.

Определение спектральных характеристик энергии фотонов



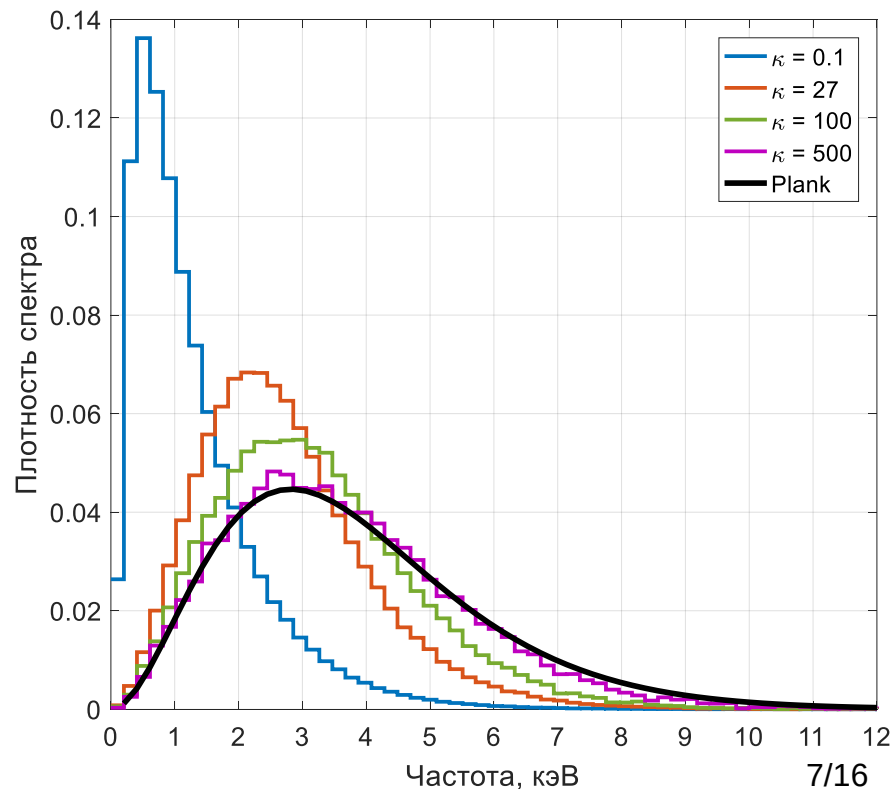
РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Спектральное макроскопическое сечение
поглощения:

$$\Sigma_{\nu,a} = \frac{\kappa}{\nu^3} (1 - e^{-\nu/T_0}), \text{ где } T_0 = 1 \text{ кэВ}$$

$N = 10^6$ фотонов

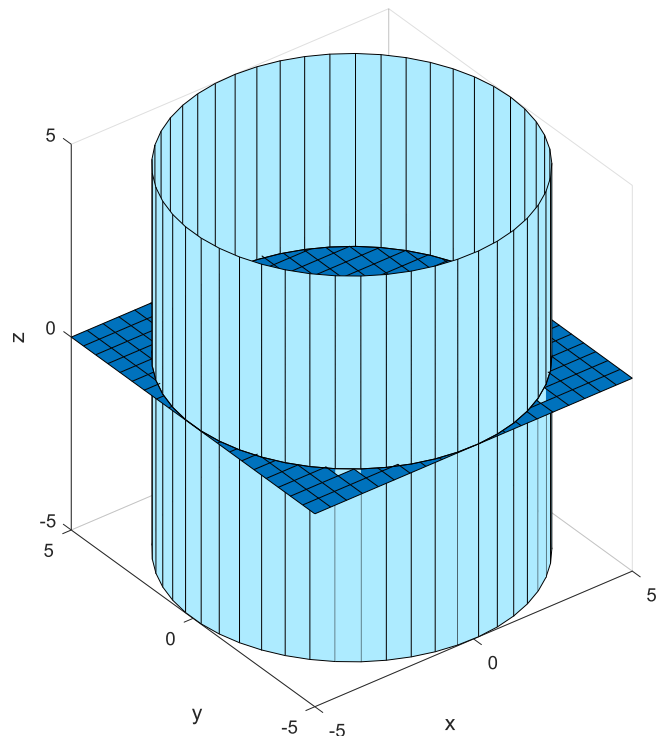
κ	E_0	I_{out}	$\frac{I_{out}}{E_0}, \%$
0.1	63.3	45.5	71.9
27	17088.2	1690.6	9.9
100	63289.8	2423.6	3.8
500	316449.0	2937.2	0.9



Задача №2 – Цилиндрический ИФ



РФЯЦ-ВНИИФ
РОСАТОМ



Задан полубесконечный дейтериевый ($A = 2, Z = 1$) цилиндрический источник фотонов радиусом $R = 5$ см, имеющий температуру $T_0 = 30$ кэВ.

Спектральное макроскопическое сечение поглощения $\Sigma_{\nu,a}$:

$$\Sigma_{\nu,a} = \frac{\kappa}{\nu^3} (1 - e^{-\nu/T_0}), \quad (16)$$

где $\kappa = 2.77 \cdot \frac{\rho^2 Z^2}{A^2 \cdot \sqrt{T_0}} = 0.5057$ в соответствии с [3].

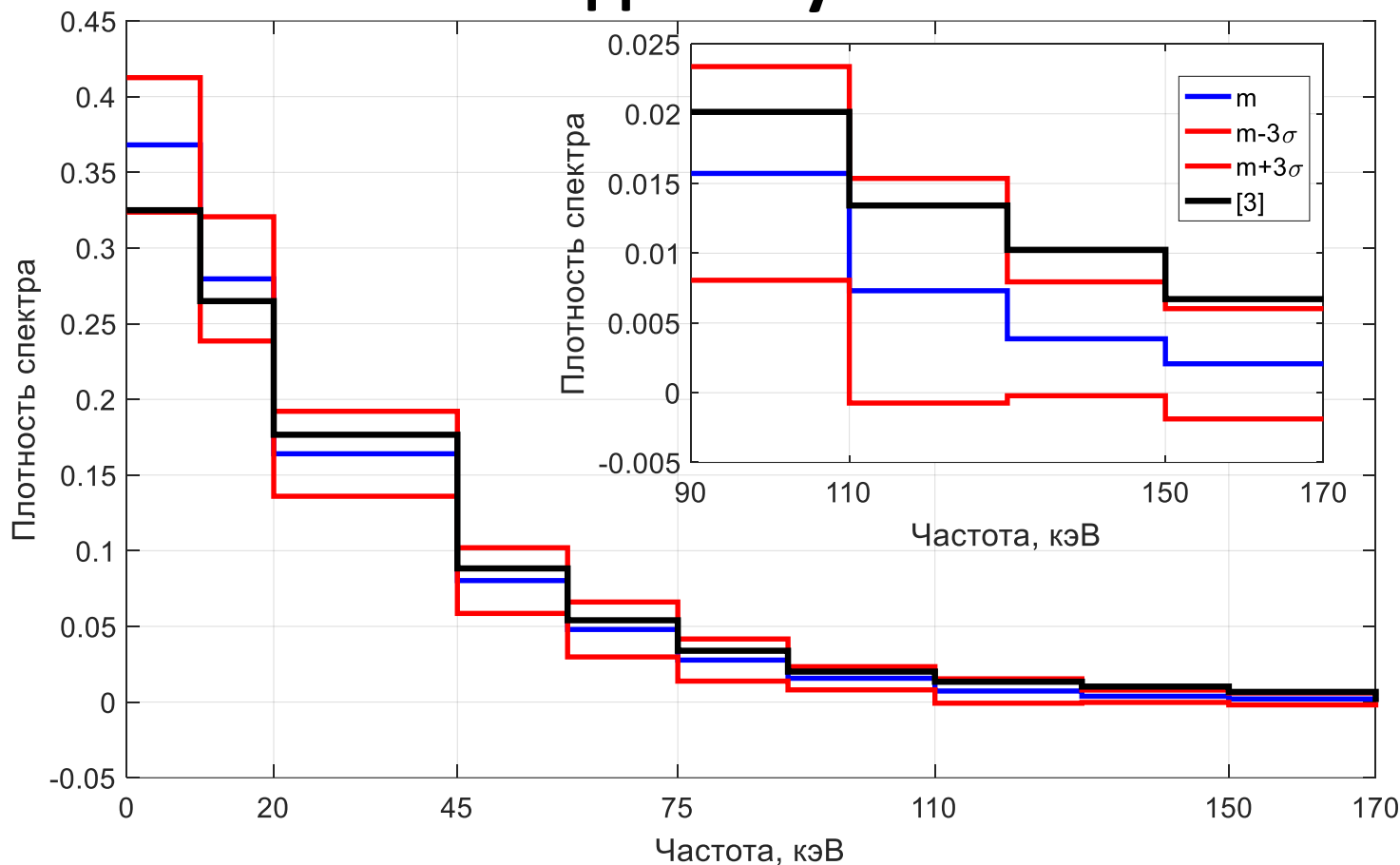
Требуется определить спектральный выход излучения из ИФ.

[3] А.В. Адеев, А.И. Орлов, А.И. Моренко. Применение метода «Мажорирующего сечения» для моделирования прохождения фотонов с учётом движения электронов среды. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов, вып. 3, 1985 г.

Плотность энергетического распределения выхода излучения



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ



Выход излучения в участок поверхности системы



РФАЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

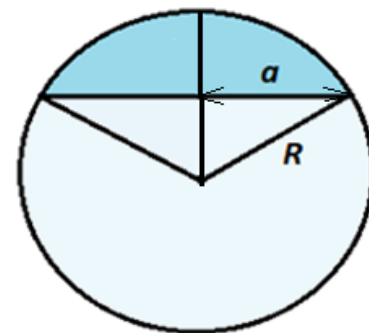
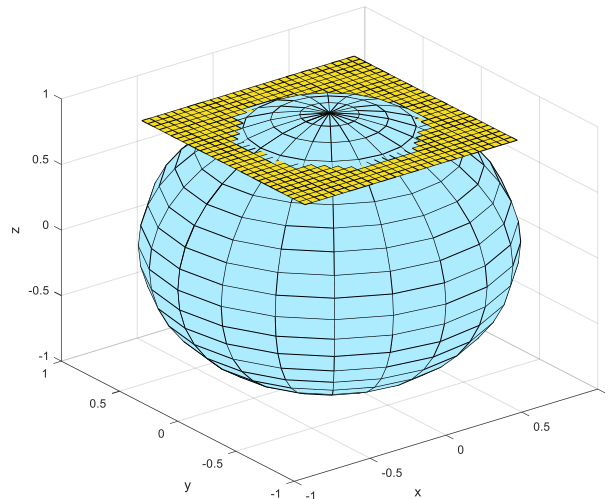
В общем случае сбор результатов может быть задан с малого участка внешней поверхности. В работе рассмотрены следующие способы моделирования выхода излучения I_2 в шаровой сегмент (ШС):

1. Прямое моделирование выхода I_2 .
2. Моделирование выхода излучения в сферу I_0 и применение геометрического определения вероятности для определения выхода излучения в ШС I_2 , т.е.

$$I_{\text{шс},1} = w_1 \cdot I_0 \approx I_2,$$

(17)

где $w_1 = S_{\text{шс}}/S_{\text{сф}} = \frac{2\pi R(R - \sqrt{R^2 - a^2})}{4\pi R^2}$, $S_{\text{шс}}$ - площадь ШС, $S_{\text{сф}}$ - площадь сферы, a - радиус ШС.





Существует еще один метод моделирования выхода излучения в ШС - предлагается применить соответствующий шаровой пояс (далее – ШП). В этом случае с помощью прямого моделирования вычисляется выход в ШП - I_1 . Тогда выход излучения в ШС можно вычислить с помощью геометрического коэффициента, т.е.:

$$I_{\text{ШП}} = w_2 \cdot I_0 \approx I_1,$$

(18)

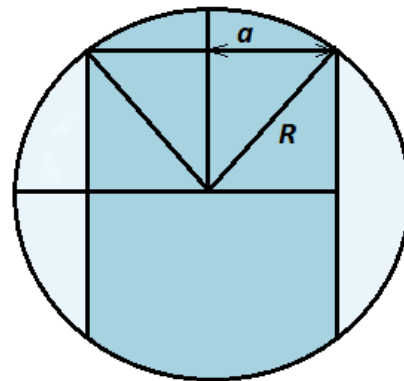
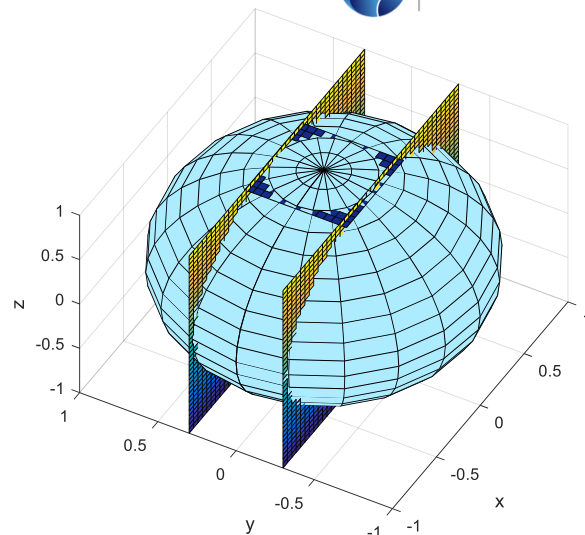
где $w_2 = S_{\text{ШП}}/S_{\text{сф}} = 4\pi Ra/4\pi R^2$, где $S_{\text{ШП}}$ - площадь ШП.

Имеет место следующее геометрическое соотношение для выхода излучения в ШС и ШП:

$$I_{\text{ШС},2} = w_3 \cdot I_1 \approx I_2,$$

(19)

где $w_3 = S_{\text{ШС}}/S_{\text{ШП}} = 2\pi R(R - \sqrt{R^2 - a^2})/4\pi Ra$.



Вывод формул. Геометрические коэффициенты



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

$$w_1 = S_{\text{шс}}/S_{\text{сф}} = \frac{2\pi R(R - \sqrt{R^2 - a^2})}{4\pi R^2} = \frac{(1 - \sqrt{1 - (a/R)^2})}{2}$$

$$w_2 = S_{\text{шп}}/S_{\text{сф}} = 4\pi Ra/4\pi R^2 = a/R$$

$$w_3 = S_{\text{шс}}/S_{\text{шп}} = \frac{2\pi R(R - \sqrt{R^2 - a^2})}{4\pi Ra} = \frac{R}{2a} \left(1 - \sqrt{1 - (a/R)^2}\right)$$

a/R	Шаровой пояс	Шаровой сегмент	
	w_1	w_2	w_3
0.05	0.0006	0.0500	0.0125
0.1	0.0025	0.100	0.0251
0.2	0.0101	0.200	0.0505

Результаты моделирования

$\kappa = 27, N = 10^6$ фотонов



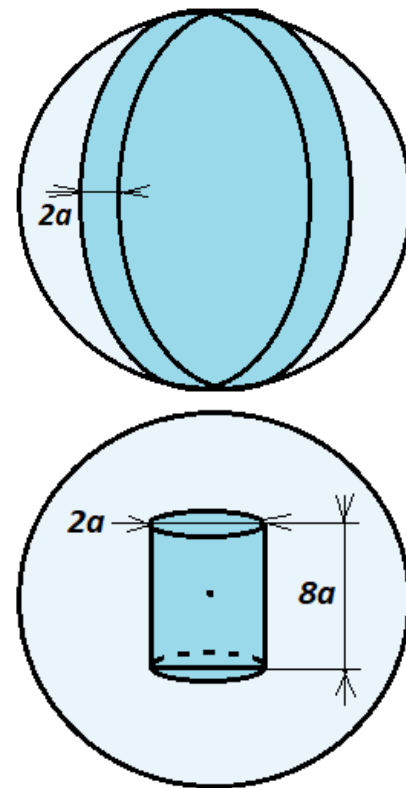
Сфера	a/R	Шаровой пояс		Шаровой сегмент		
I_0		I_1	$I_{\text{шп}}$	$I_2 \cdot 10^{-2}$	$I_{\text{шс},1} \cdot 10^{-2}$	$I_{\text{шс},2} \cdot 10^{-2}$
0.9587 (0.016%)	0.05	0.0479 (0.404%)	0.0479 (0.016%)	0.0601 (2.468%)	0.0600 (0.016%)	0.0599 (0.404%)
	0.1	0.0959 (0.310%)	0.0959 (0.016%)	0.2398 (1.233%)	0.2397 (0.016%)	0.2398 (0.310 %)
	0.2	0.1917 (0.201%)	0.1917 (0.016%)	0.9695 (0.766%)	0.9684 (0.016%)	0.9683 (0.201 %)

Моделирование осесимметричных ИФ



РФЯЦ-ВНИИФ
РОСАТОМ

Источник излучения	a/R	$w_1 = \frac{S_{\text{шс}}}{S_{\text{сф}}}$	Сфера	Шаровой сегмент	
			I_0	I_2	$I_0 \cdot w_1$
Шаровой слой	0.10	0.005	0.9567 (0.011 %)	0.0050 (0.846%)	0.0052 (0.011 %)
Цилиндр			0.9499 (0.018 %)	0.0028 (2.126%)	0.0029 (0.018 %)

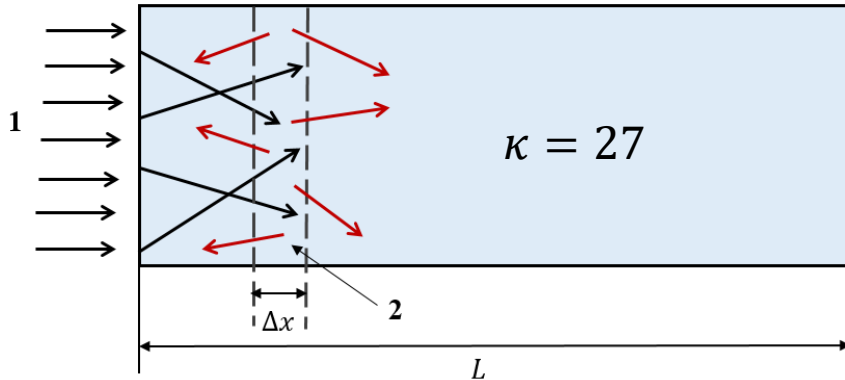


Задача №3 – Задача Флека



РФЯЦ-ВНИИФ
РОСАТОМ

Задача Флека – распространённая тестовая задача для верификации численного решения уравнений переноса излучения. Решением задачи Флека является пространственное распределение температуры на реперные моменты времени.



1- поверхностный источник излучения, $T_0 = 1$ кэВ;

2- объёмный источник излучения;

$L = 4$ см – длина системы,

$\Delta x = 0,4$ см – размер ячейки вещества системы.

Плотность вещества: $\rho = 1$.

Макроскопическое сечение поглощения:

$$\Sigma_a = \frac{\kappa}{\nu^3} (1 - e^{-\nu/T}), \quad (*)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \Omega \nabla I_\nu + (\kappa_\nu + \chi_\nu) I_\nu &= \frac{1}{4\pi} \left(\kappa_\nu B_\nu + \chi_\nu \int_{\Omega} I_\nu d\Omega \right) \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= \int_0^\infty \kappa_\nu \int_{\Omega} \left(I_\nu - \frac{1}{4\pi} B_\nu \right) d\Omega d\nu, \end{aligned} \right.$$

$$T_{i-1/2}^n = T_{i-1/2}^{n-1} + \frac{E_{\text{погл},i-1/2}^n - E_{\text{изл},i-1/2}^n}{0,81\Delta x} \quad 15/16$$

Результаты расчетов



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

