

Исследование критического поведения ряда динамических систем

А. Я. Учаев, Н. И. Сельченкова

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

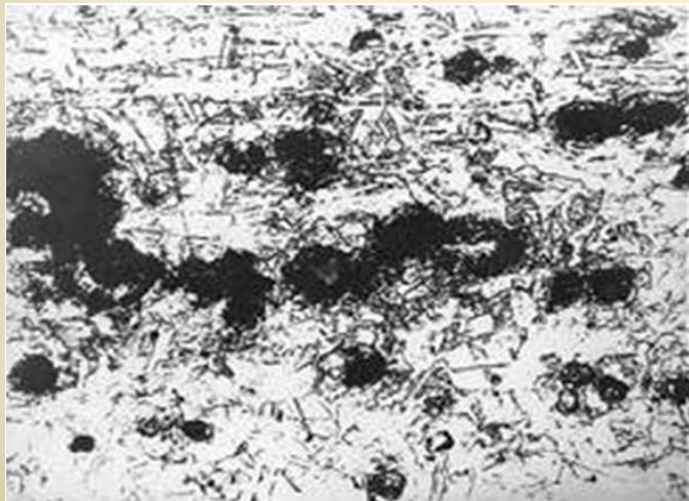
e-mail: otd4[@expd.vniief.ru](mailto:otd4@expd.vniief.ru)

Стохастическая неустойчивость и критическое поведение нелинейных физических систем различной природы являются важными процессами, связанными с явлениями динамического хаоса, затуханием и ростом корреляций, перемешиванием, самоорганизацией и т.д. Эти процессы проявляются, например, в развитой турбулентности, явлении динамического разрушения конденсированных сред.

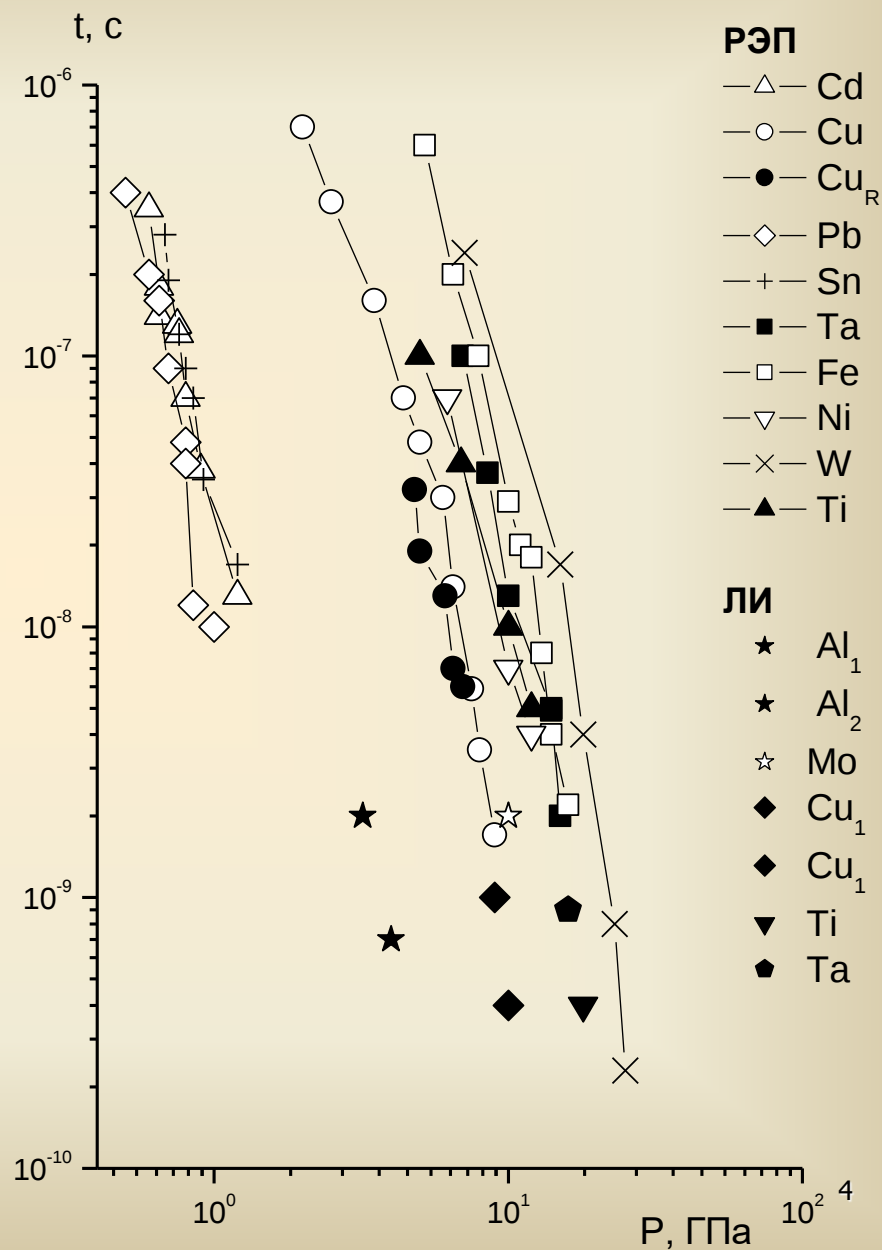
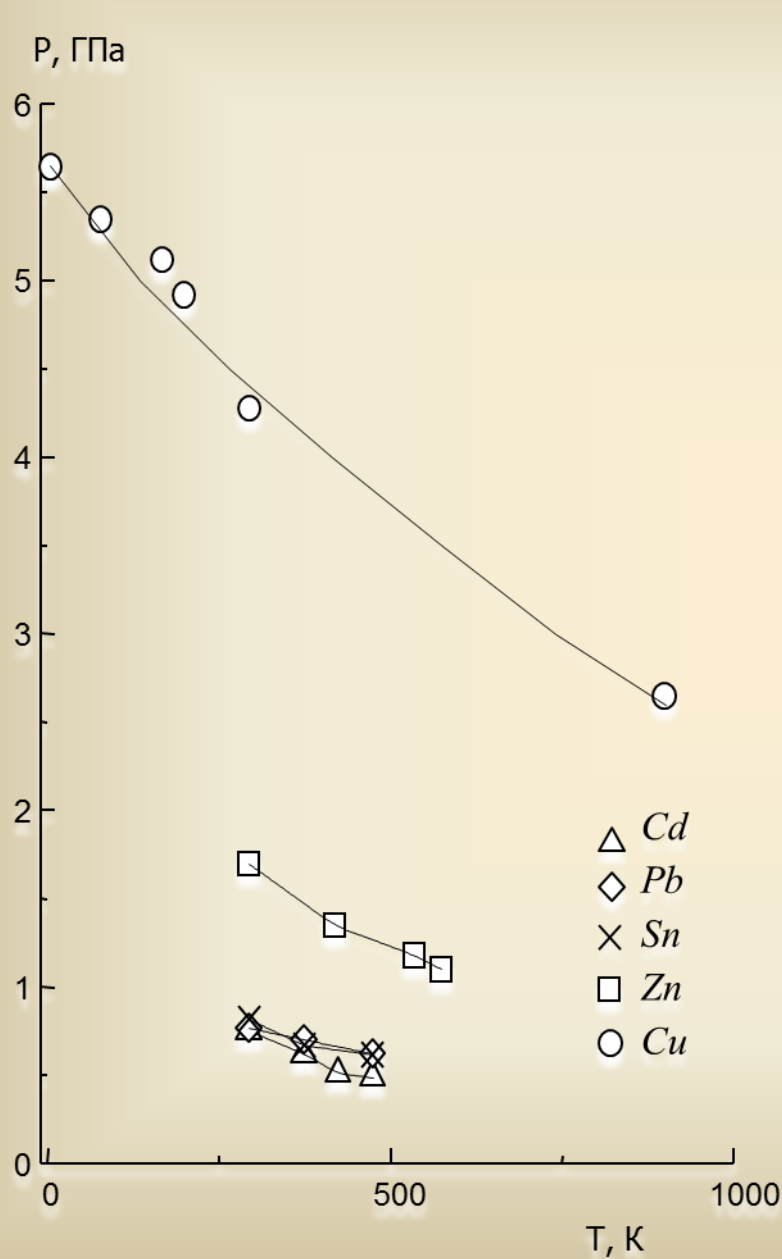
Однако, в настоящее время строгая, математически обоснованная теория турбулентности, также как, и явления динамического разрушения конденсированных сред, пока отсутствуют, что делает необходимым для их описания применение феноменологических подходов и скейлинговых соотношений.

$$dE = TdS - PdV$$

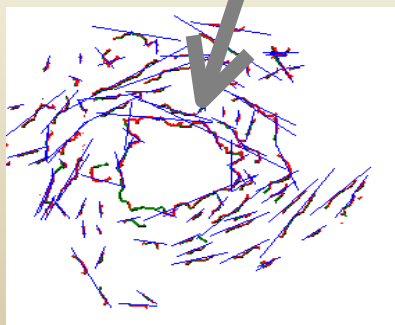
$$\frac{T}{dV} = \frac{P}{dS} \quad P < 0, \quad dV < 0$$



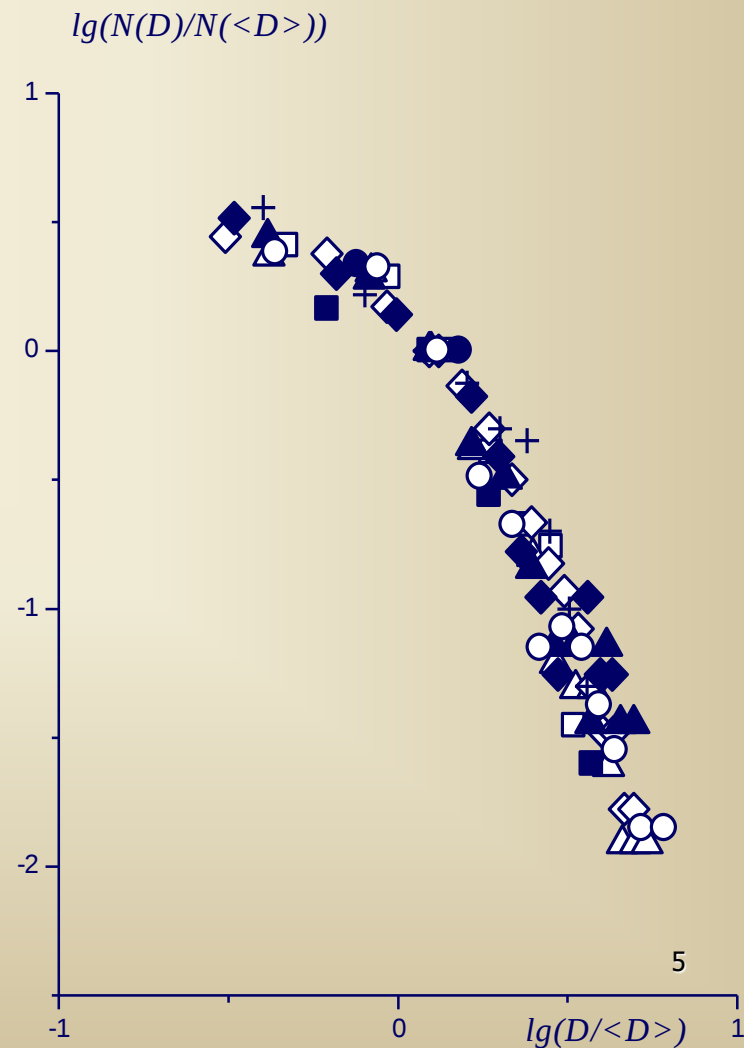
Температурно-временные закономерности процесса динамического разрушения при воздействии теплового удара



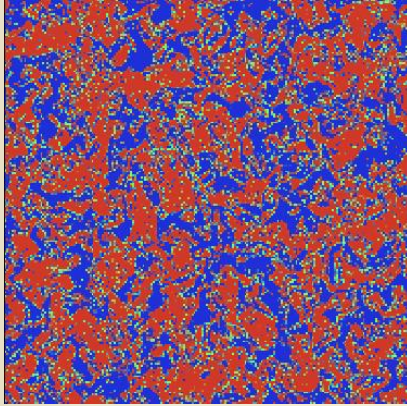
Структурирование полос скольжений кристаллической решетки вокруг центров разрушений и касательные к полосам скольжения



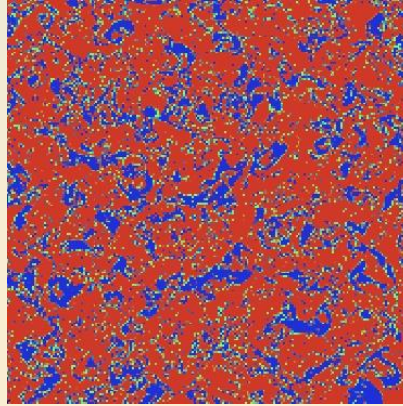
Распределение центров разрушения по размерам в *Fe* ($\Delta=4\cdot 10^{-4}\text{м}$) и *Cu* ($\Delta=10^{-3}\text{м}$) образцах



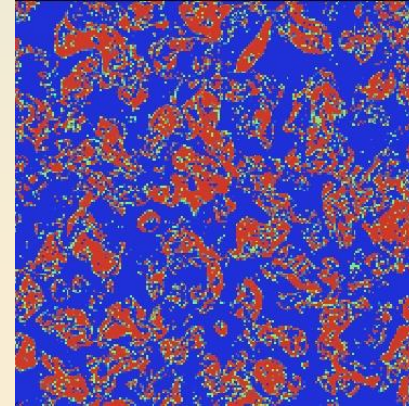
Растровые изображения картин гравитационного турбулентного перемешивания двух несжимаемых жидкостей разной плотности (три слоя на разной высоте от границы раздела жидкостей $h_1 < h_2 < h_3$)



h_1

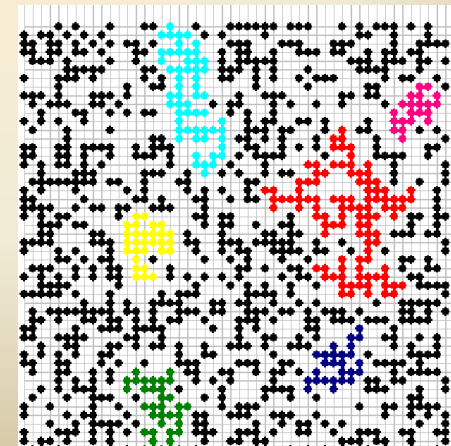
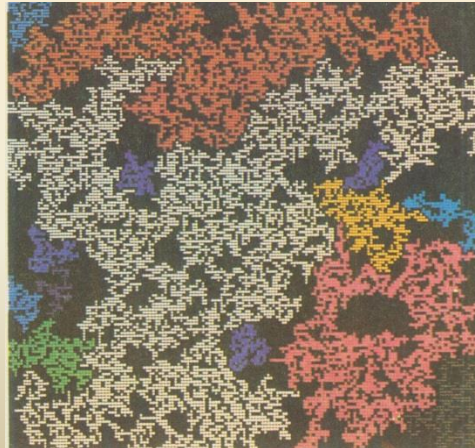
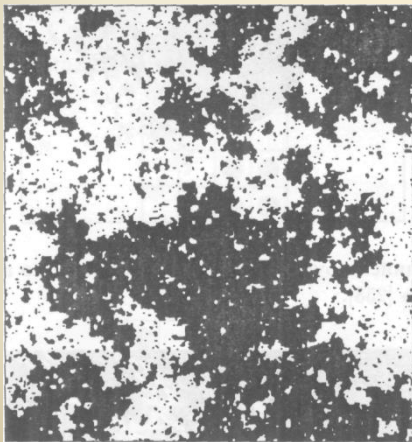


h_2

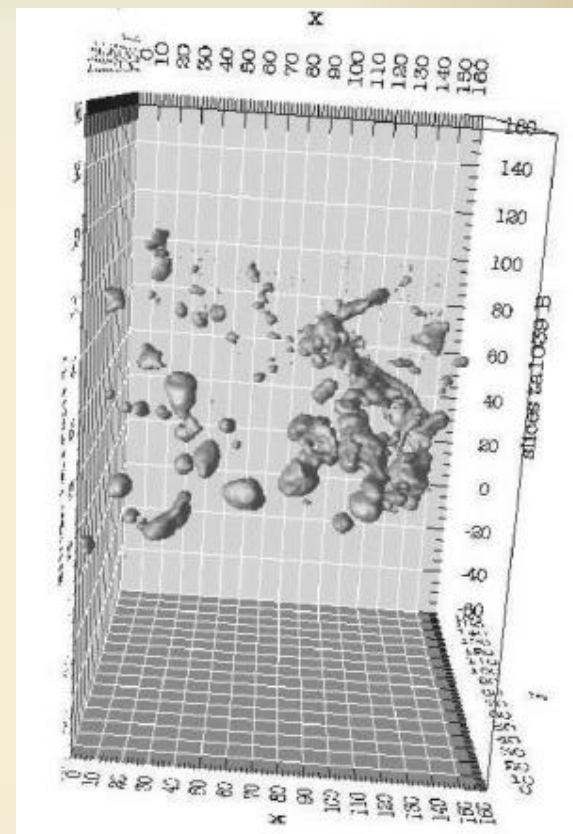
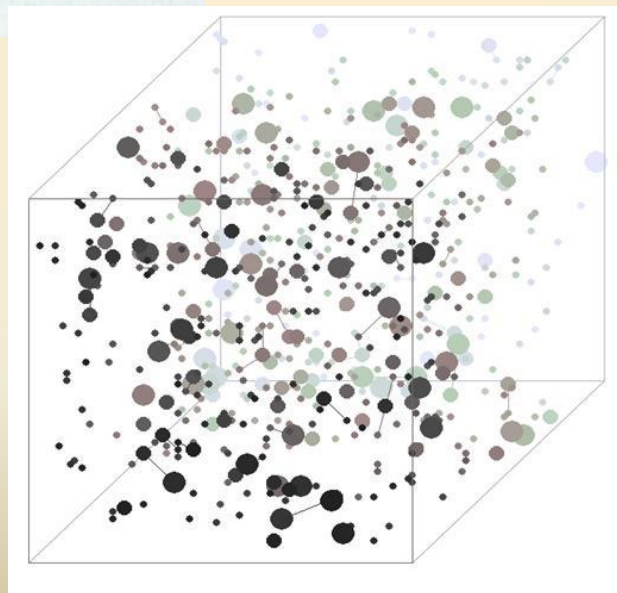
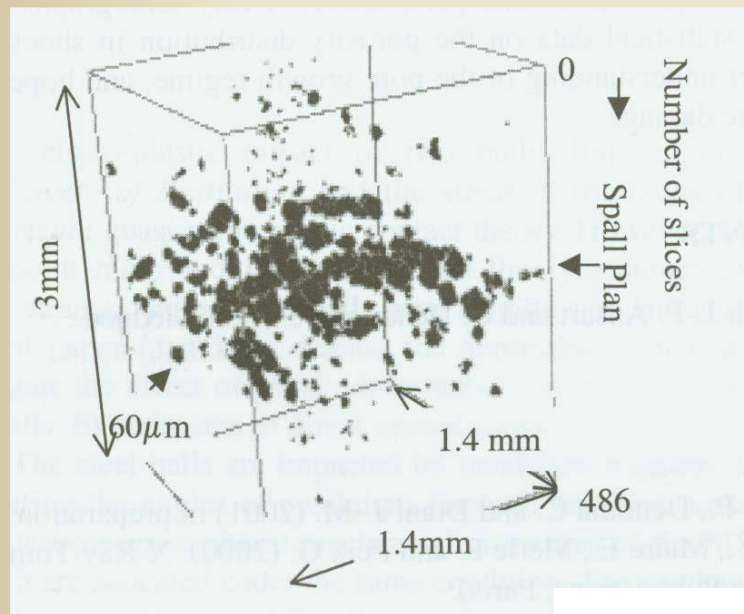


h_3

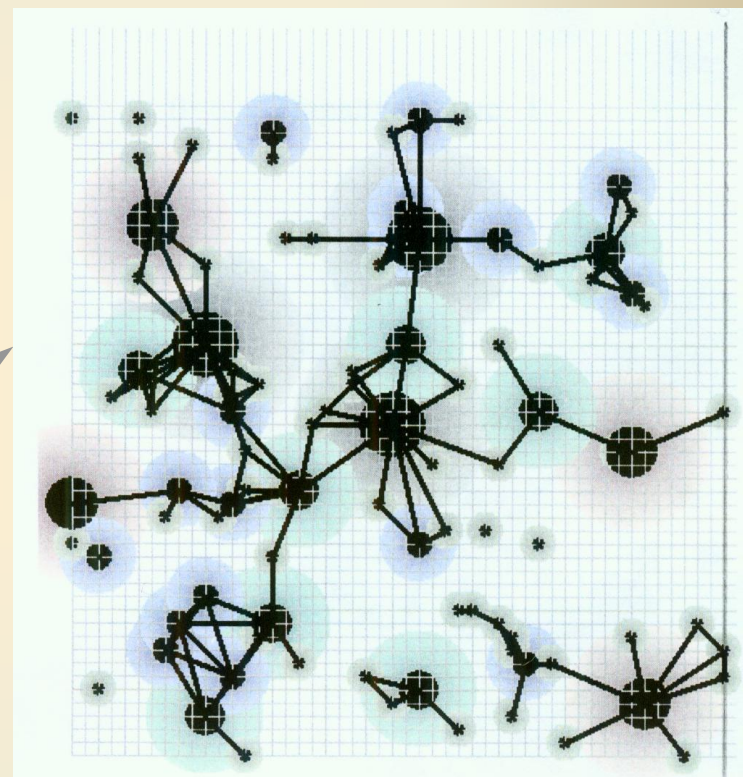
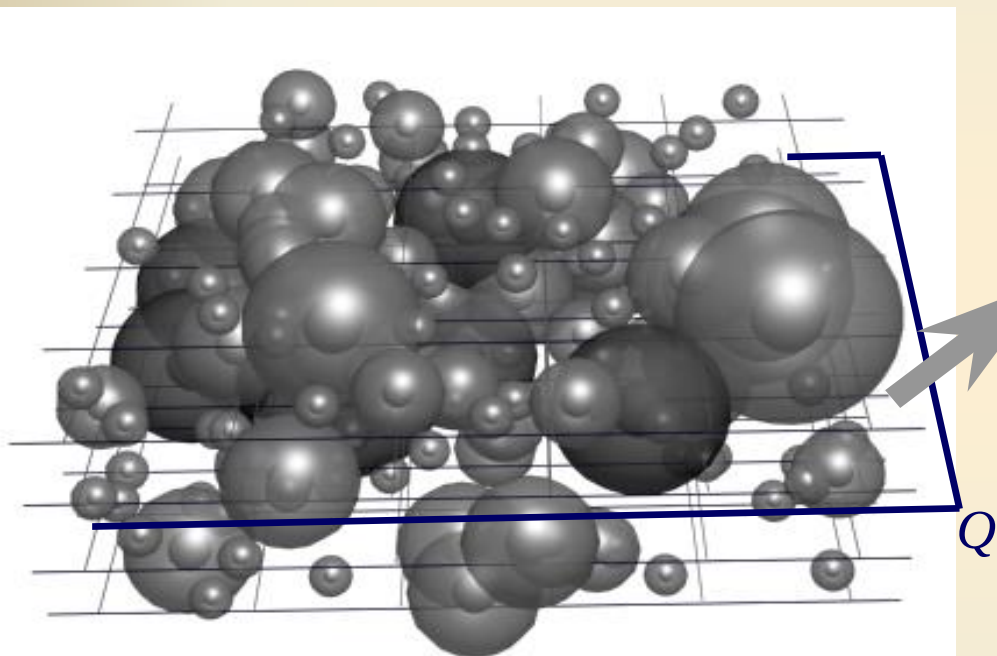
Примеры подобия возникновения бесконечных кластеров различной природы вблизи критической точки



**Восстановленная трехмерная область разрушения в медном образце (а);
трехмерная визуализация восстановленного танталового образца (б);
объемный перколяционный кластер (модельный расчет) (в)**

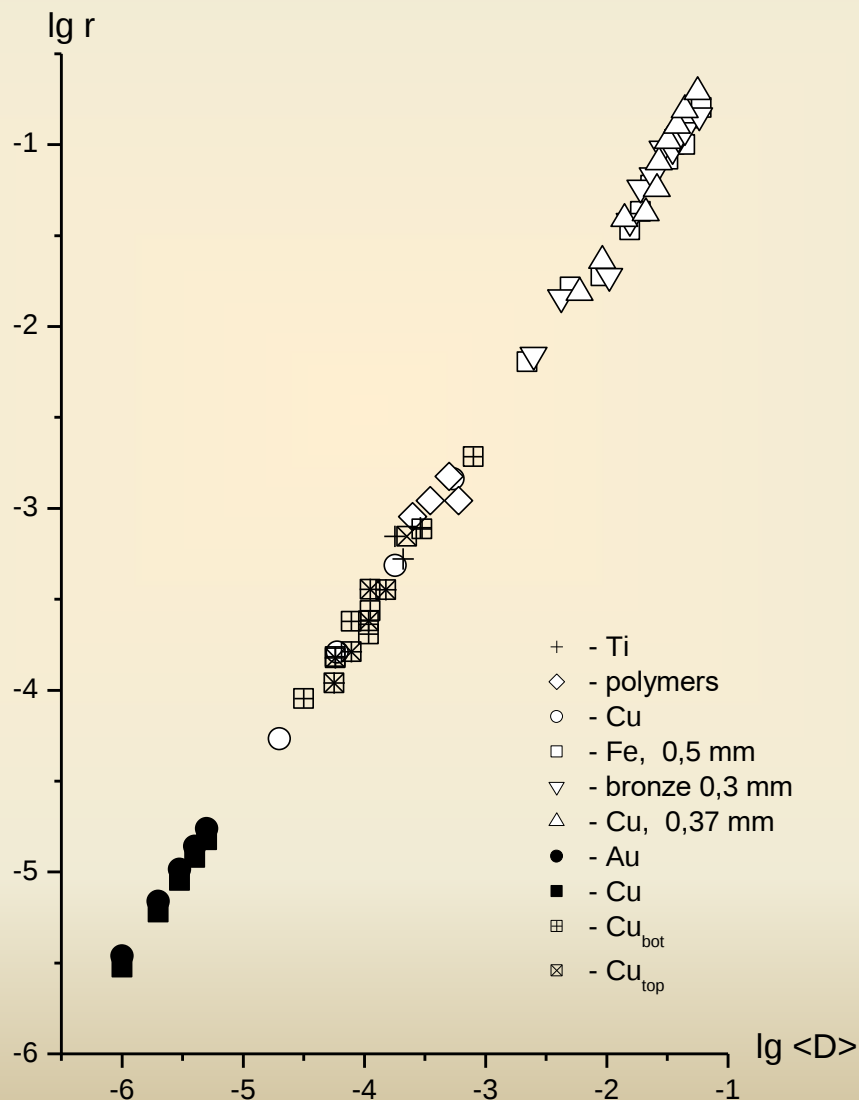


Объемный перколяционный кластер каскада центров разрушения (а); перколяционный компьютерный шлиф, который получен сечением плоскостью Q объемного (б)



**Зависимость среднего расстояния $r=N^{-1/3}$ между элементами
диссипативных структур от их среднего размера $\langle D \rangle$.**

Размеры r и $\langle D \rangle$ даны в см.



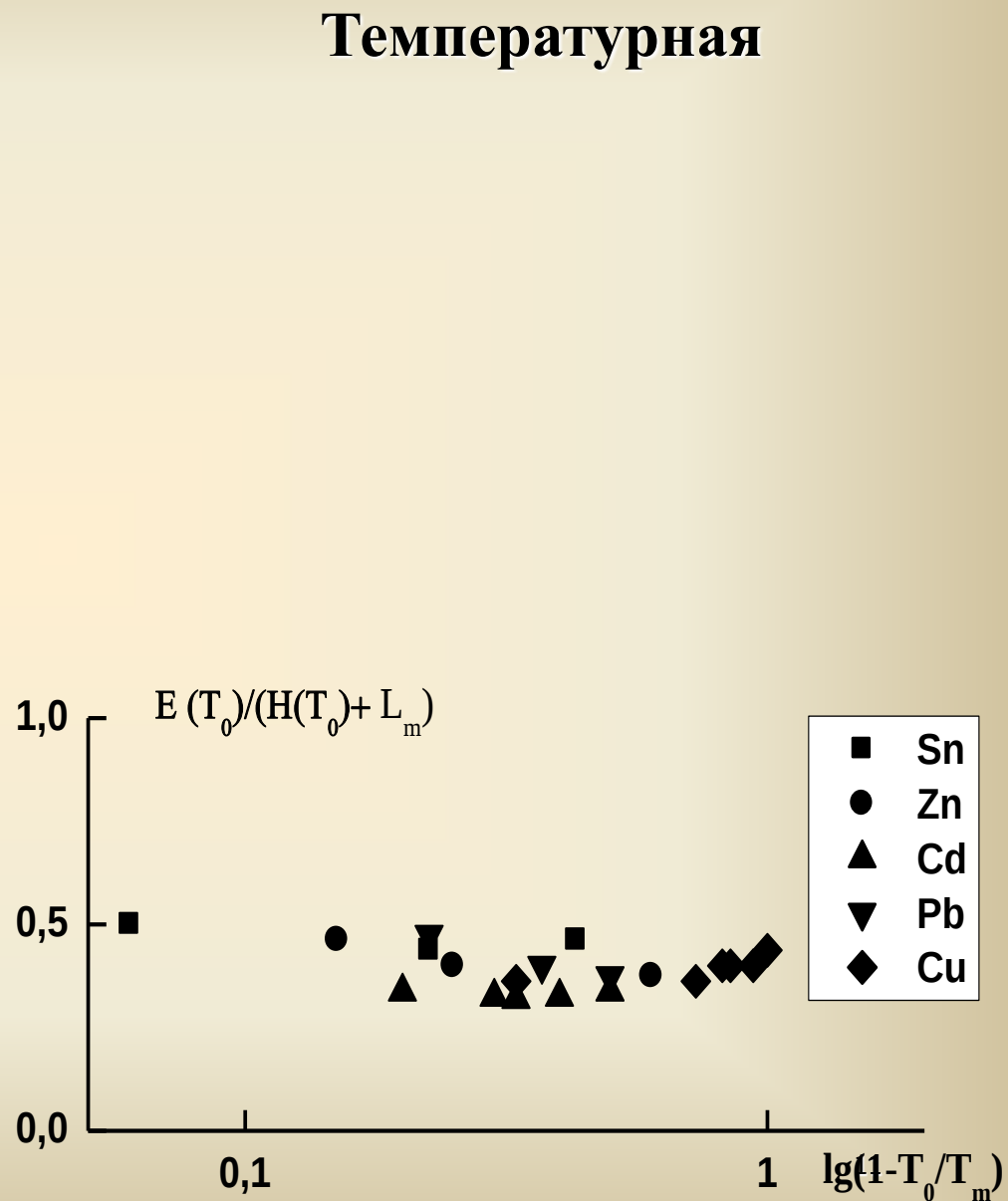
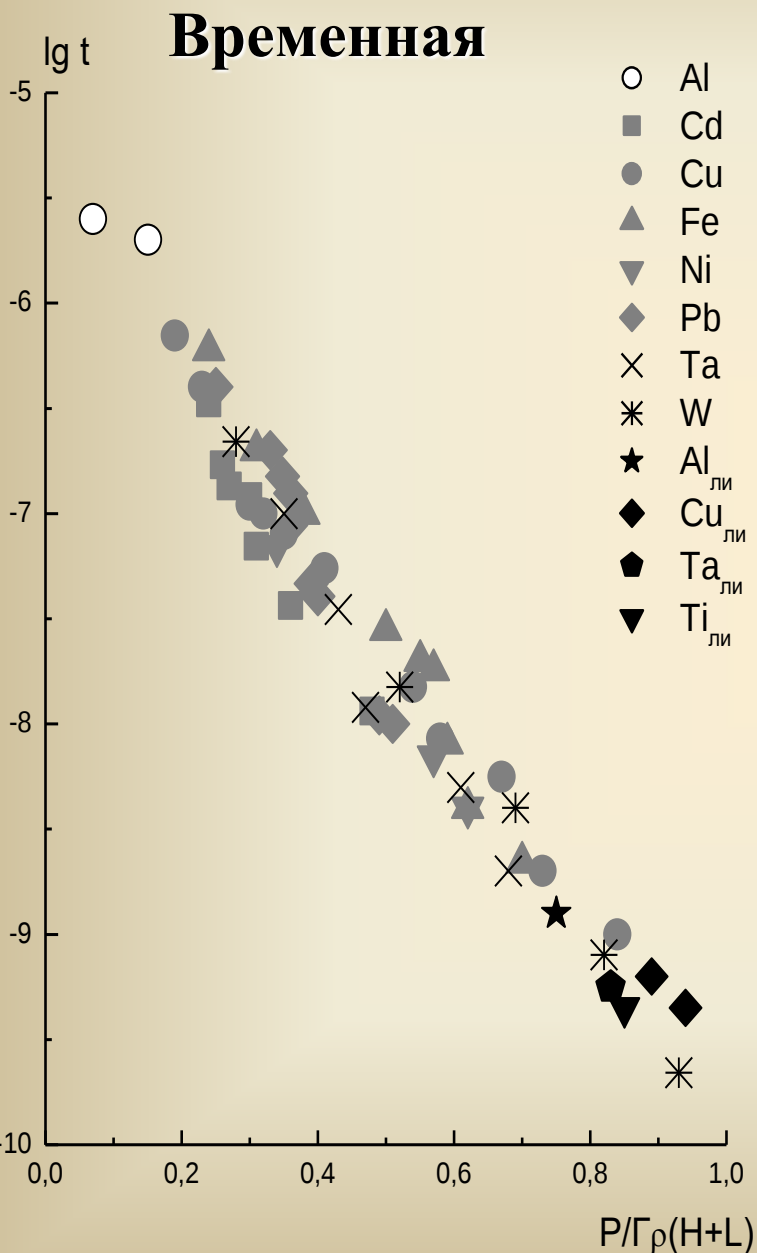
Временная зависимость критического давления и долговечности

$$P^\gamma(t) \cdot t_r = \text{const},$$

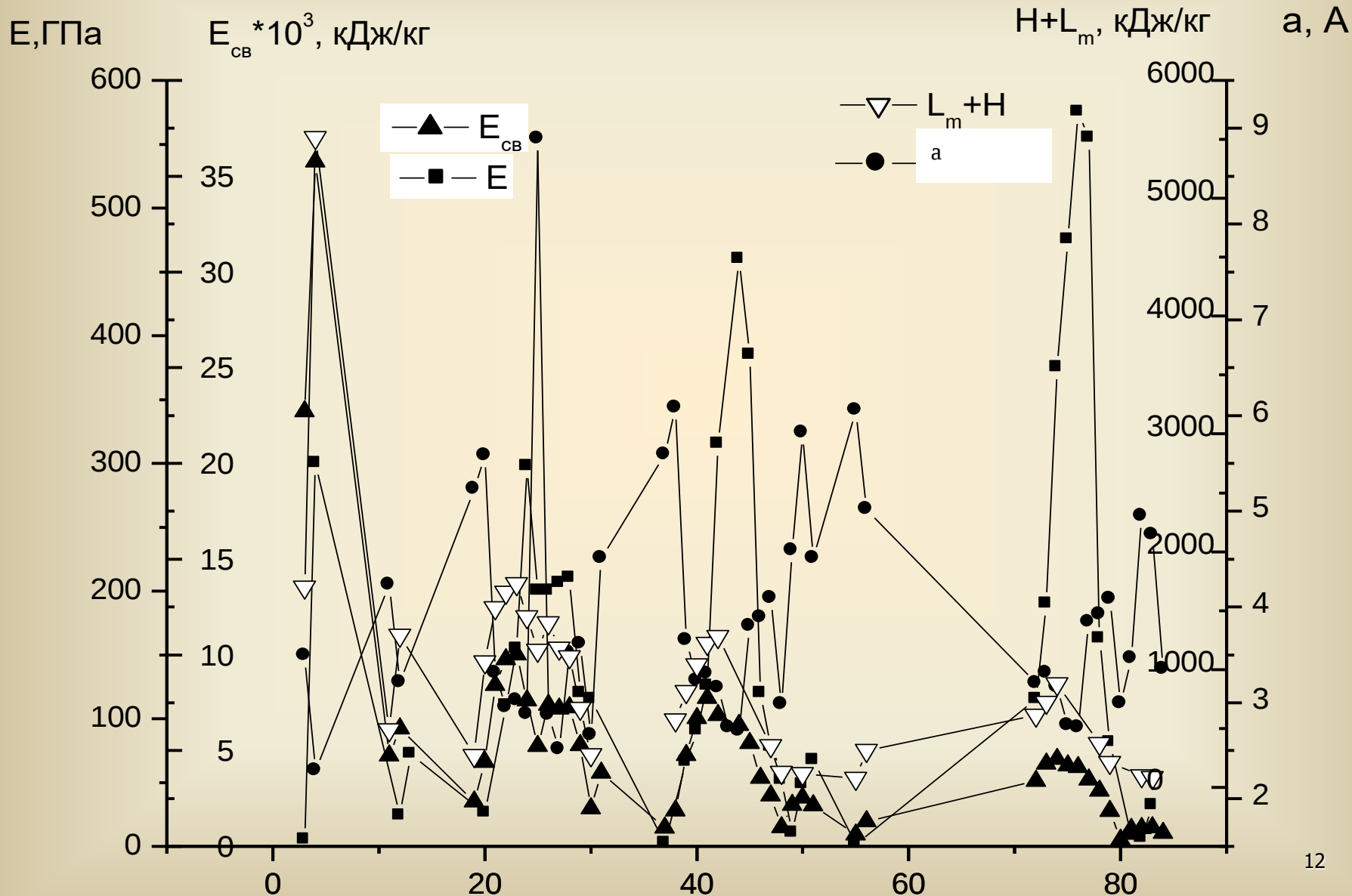
$$\left(\frac{P}{H + L} \right)^\gamma t = \text{const} \qquad \left(\frac{P}{H + L} \right) = I(P)$$

где $\gamma = 3,8$ для всех исследованных материалов в диапазоне долговечности $t \sim 10^{-6} \div 10^{-10}$ с; t_r - время разрушения

Зависимости процесса динамического разрушения металлов при воздействии РЭП, ЛИ:

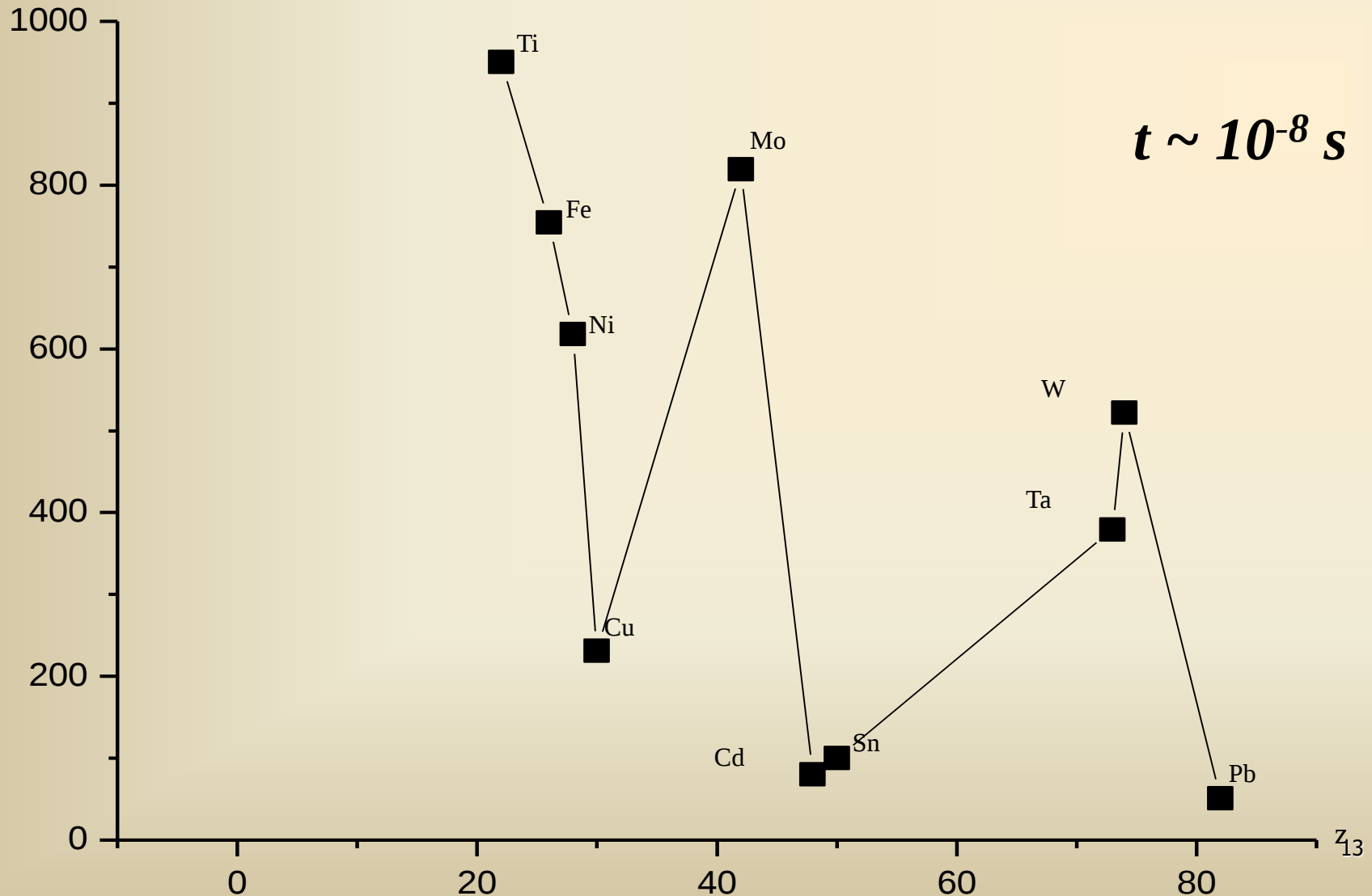


Зависимость физических параметров от порядкового номера металла z

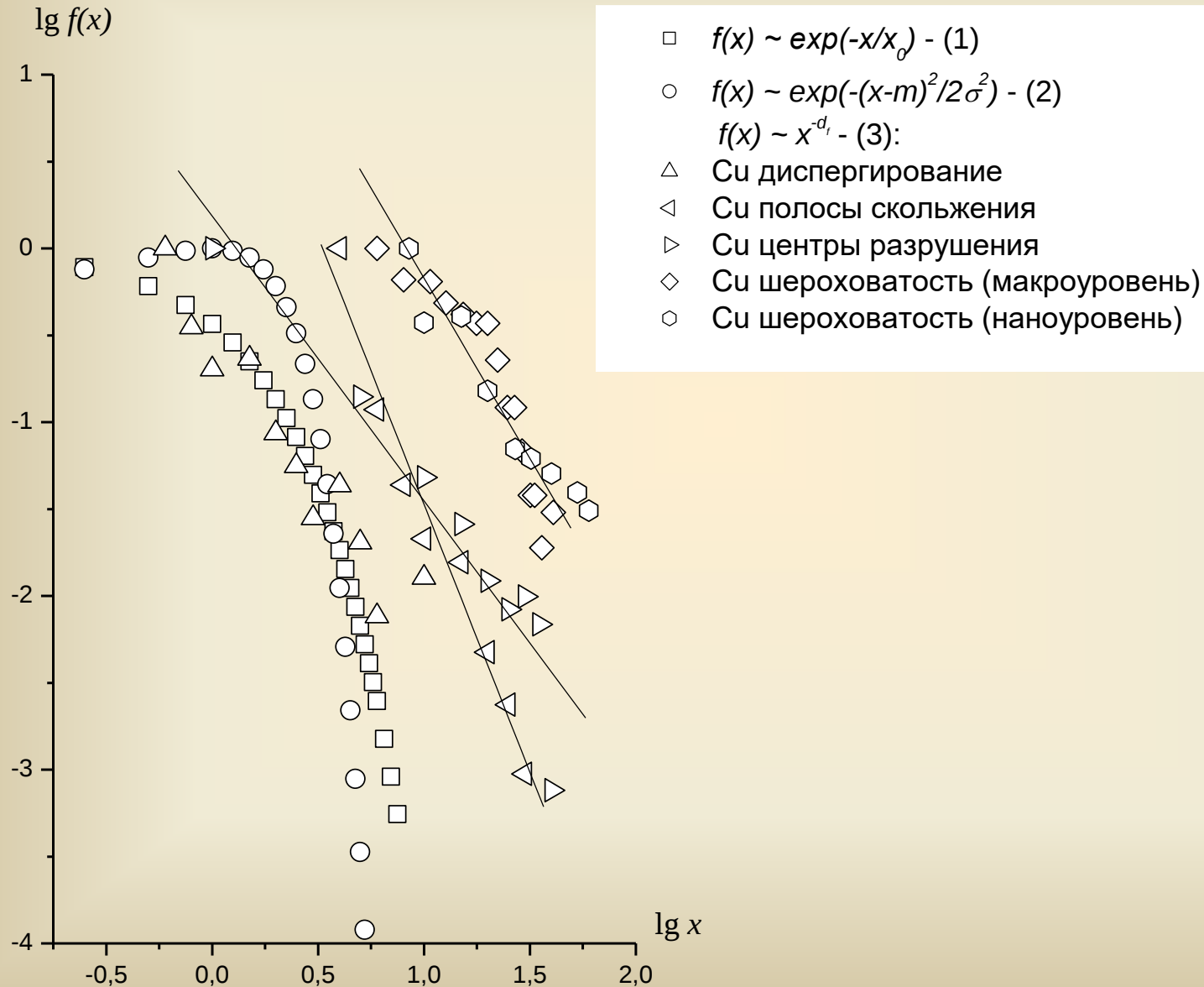


Зависимость критического давления, приводящего к разрушению ряда металлов, от порядкового номера при долговечности $t \sim 10^{-8} s$

$E_{кр}$, Дж/г



Распределение вероятностей величин, характеризующие физические процессы в двойном логарифмическом масштабе



Для построения графика нормального распределения среднее значение m и дисперсия σ выбирались равными единице, $x \in [0 \div 10]$; для экспоненциального распределения $x \in [0 \div 10]$; $x_0 = 1$.

Разница между нормальным и степенным распределением носит принципиальный характер. Если статистика системы описывается нормальным распределением, то 99,7 % событий отклонятся от среднего значения не более чем на 3σ (так называемое правило трех сигм), а вне диапазона 5σ находятся всего лишь 10^{-6} событий. Поэтому можно пренебречь редкими событиями вне интервала 3σ .

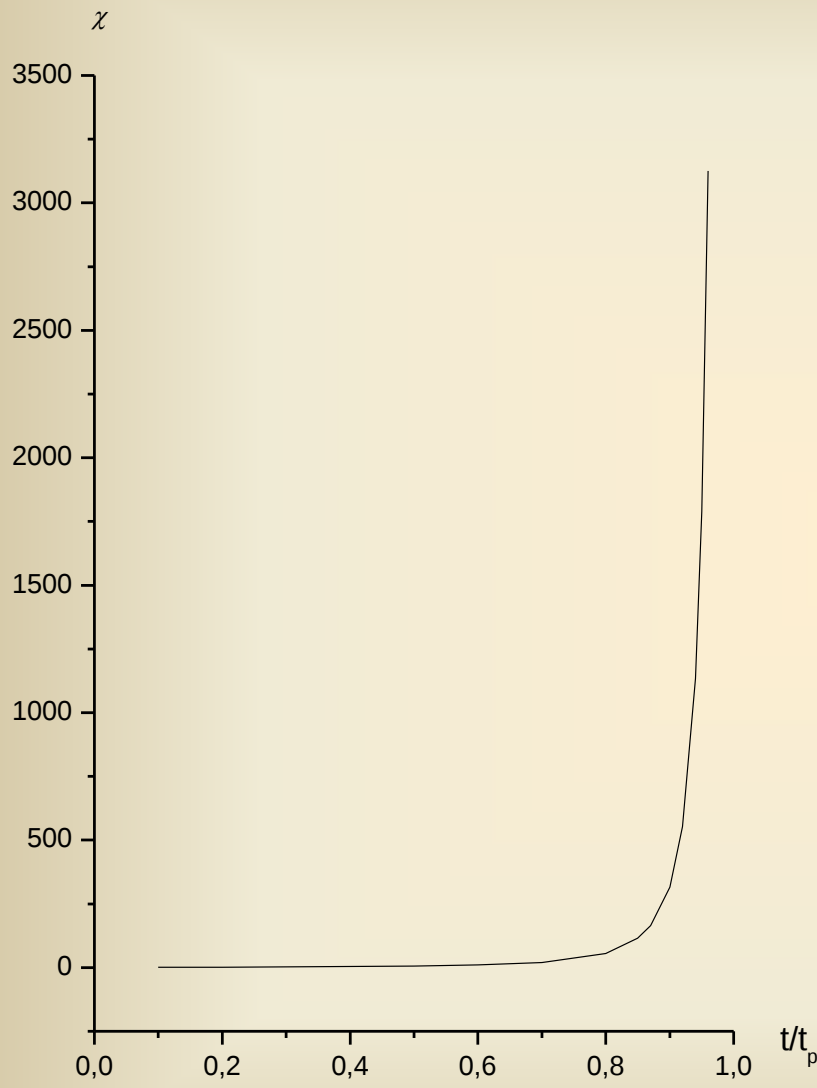
При степенном распределении плотность вероятности на хвостах распределения существенно больше, чем при нормальном распределении и редкими событиями пренебречь нельзя.

Природа степенных законов распределения определяется взаимосвязью релаксационных процессов на различных масштабных временных уровнях. Вероятность события $P(x)$ от величины x имеет вид $P(x) \sim x^{-\alpha}$ на графике в координатах $\lg x$, $\lg P(x)$ будет лежать на одной прямой для всех значений x .

Энергетические параметры металлов и параметры нагружения

Элемент	ат. №	$\frac{H_{\dot{\gamma}} + L_{\ddot{\epsilon}}}{\dot{I}_{\ddot{\epsilon}}}$	$E_{кр}, \text{Дж/Г}$ при $t \sim 10^{-8} \text{ с}$	$\frac{E_{\ddot{\epsilon}}}{\dot{I}_{\dot{\gamma}} + L_{\ddot{\epsilon}}}$ при $t \sim 10^{-8} \text{ с}$	$\frac{E_{\ddot{\epsilon}}}{\dot{I}_{\ddot{\epsilon}}}$ при $t \sim 10^{-8} \text{ с}$
Al	13	0,151	—	—	—
Ti	22	0,16	950	0,537	0,086
Fe	26	0,18	754	0,585	0,105
Co	27	0,16	—	—	—
Ni	28	0,15	618	0,533	0,080
Cu	29	0,144	394	0,575	0,083
Zn	30	0,157	—	—	—
Mo	42	0,18	819	0,537	0,097
Cd	48	0,18	80	0,494	0,089
Sn	50	0,12	100	0,525	0,063
Ta	73	0,186	379	0,495	0,092
W	74	0,165	522	0,570	0,094
Pb	82	0,116	51	0,510	0,059
U ²³⁸	92	0,12	94,38	0,56	0,07

Временная зависимость восприимчивости на масштабе времени разрушения



По определению:

$$K = V \left(\frac{\partial^2 u}{\partial V^2} \right) = \frac{\varphi''}{a}$$

φ - парный потенциал,
 a – межатомное расстояние

$$K = N K_{am}$$

$N = 1/a^2$ – число атомов в cm^2

$$K' = (N-n_p) K_{am} , \qquad n_p \sim \frac{N^{2/3}(t)\overline{D}^2}{a^2}$$

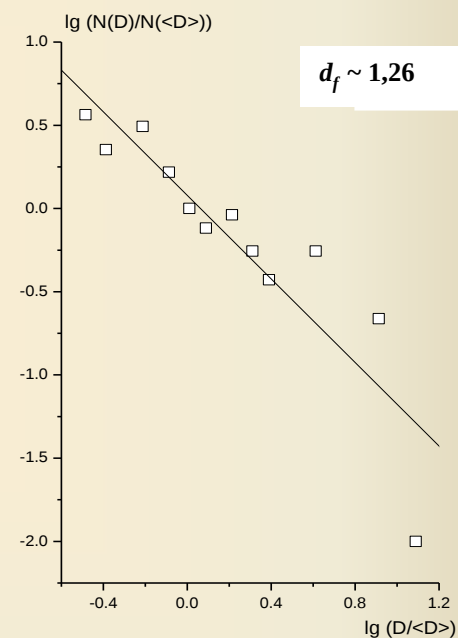
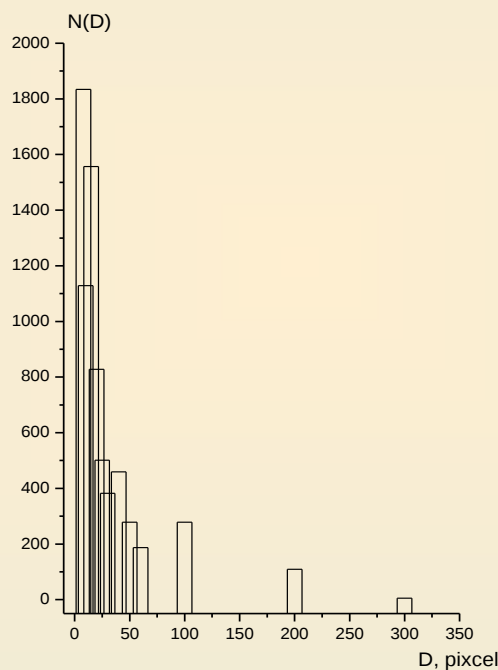
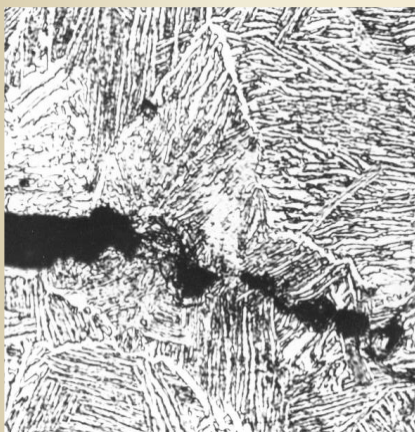
$$\chi \sim A \frac{1}{(1 - N^{2/3}_p \overline{D}^2)} , \qquad \chi \sim \frac{1}{\left(1 - \frac{t}{t_p}\right)^{2,53}}$$

Результаты обработки шлифа образца из Ti ($T_0 = -196^0 \text{ C}$, $P = 4,5 \text{ ГПа}$; $\times 300$) (ударно-волновое нагружение)

шлиф образца из Ti

распределение полос
скольжения по
размерам

фрактальная
размерность полос
скольжения



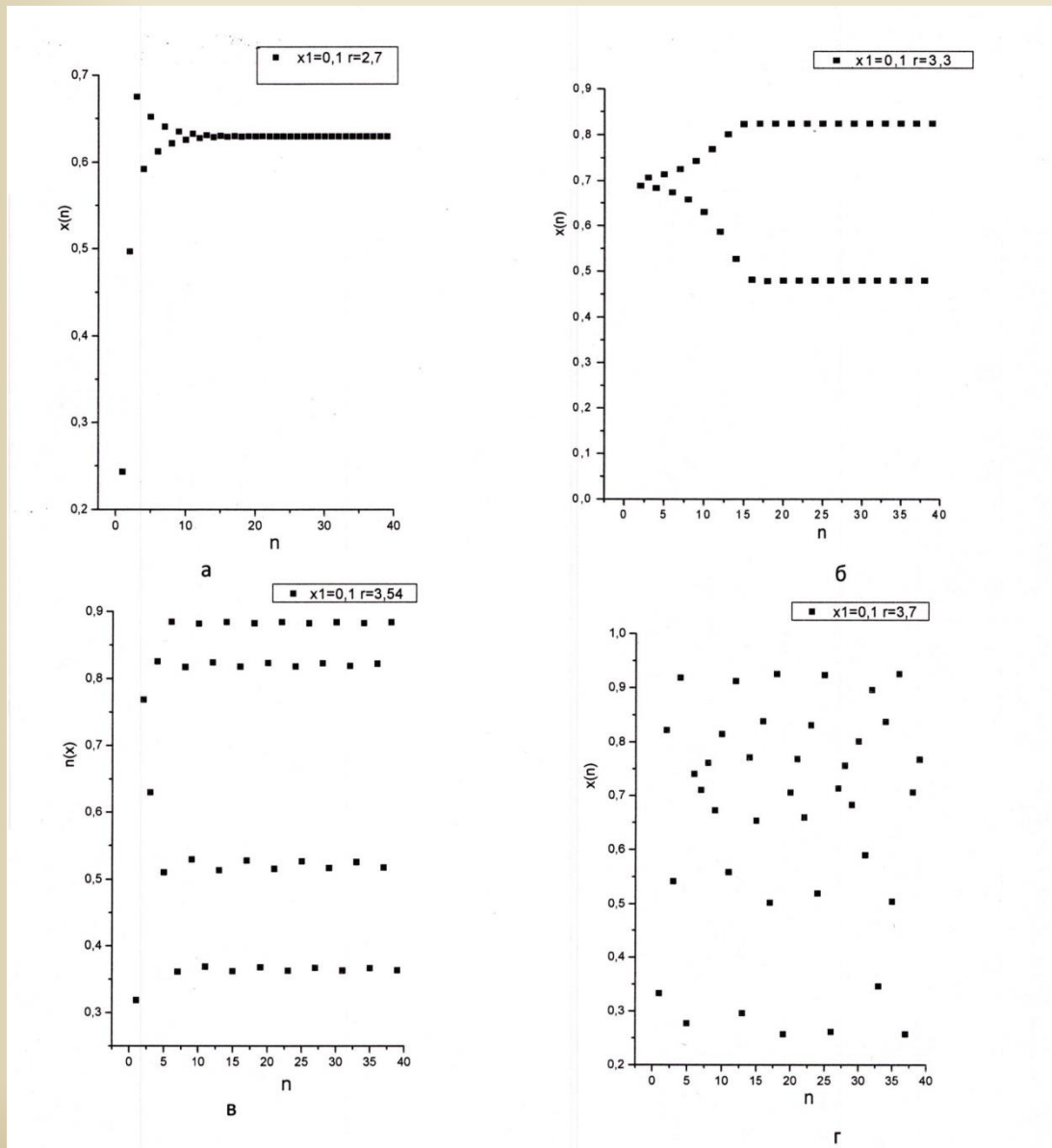
Рассмотрим самоподобие, возникающее в результате мультипликативных итераций с применением квадратичного уравнения - логистической параболы. Такой алгоритм итерации приводит к универсальному поведению нелинейной системы. Логистическая парабола описывает возникновение периодичности циклов нелинейной системы и удвоения периода, возникающего из самоподобия отображений, приводящего к хаосу в нелинейной системе.

Закон роста вида $x_{n+1} = f(x_n) = r(1 - x_n) x_n$

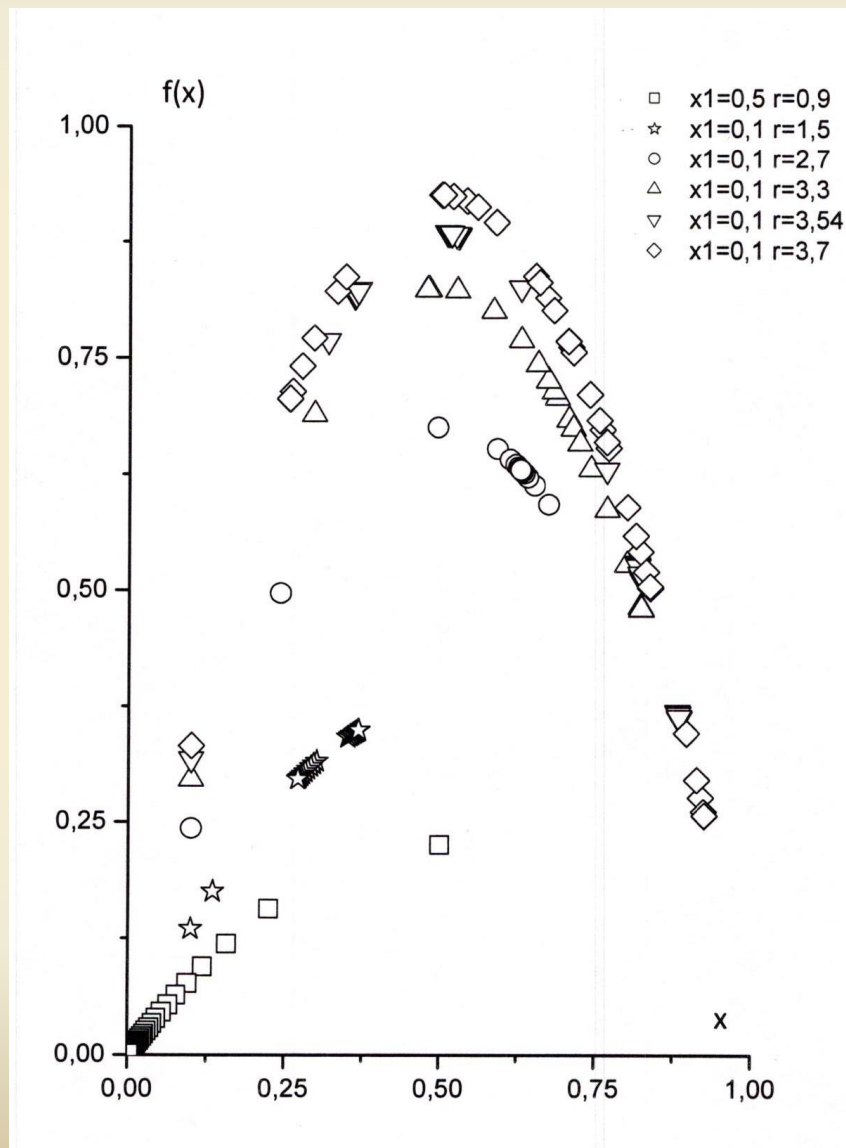
называют квадратичным отображением или логистической параболой, где r - управляющий параметр, x_n - текущее значение величины. Например, в конвекции Рэлея-Бенара эта величина может быть температурой (градиентом температуры).

Поведение системы в зависимости от управляющего параметра r при квадратичном отображении (40 итераций)

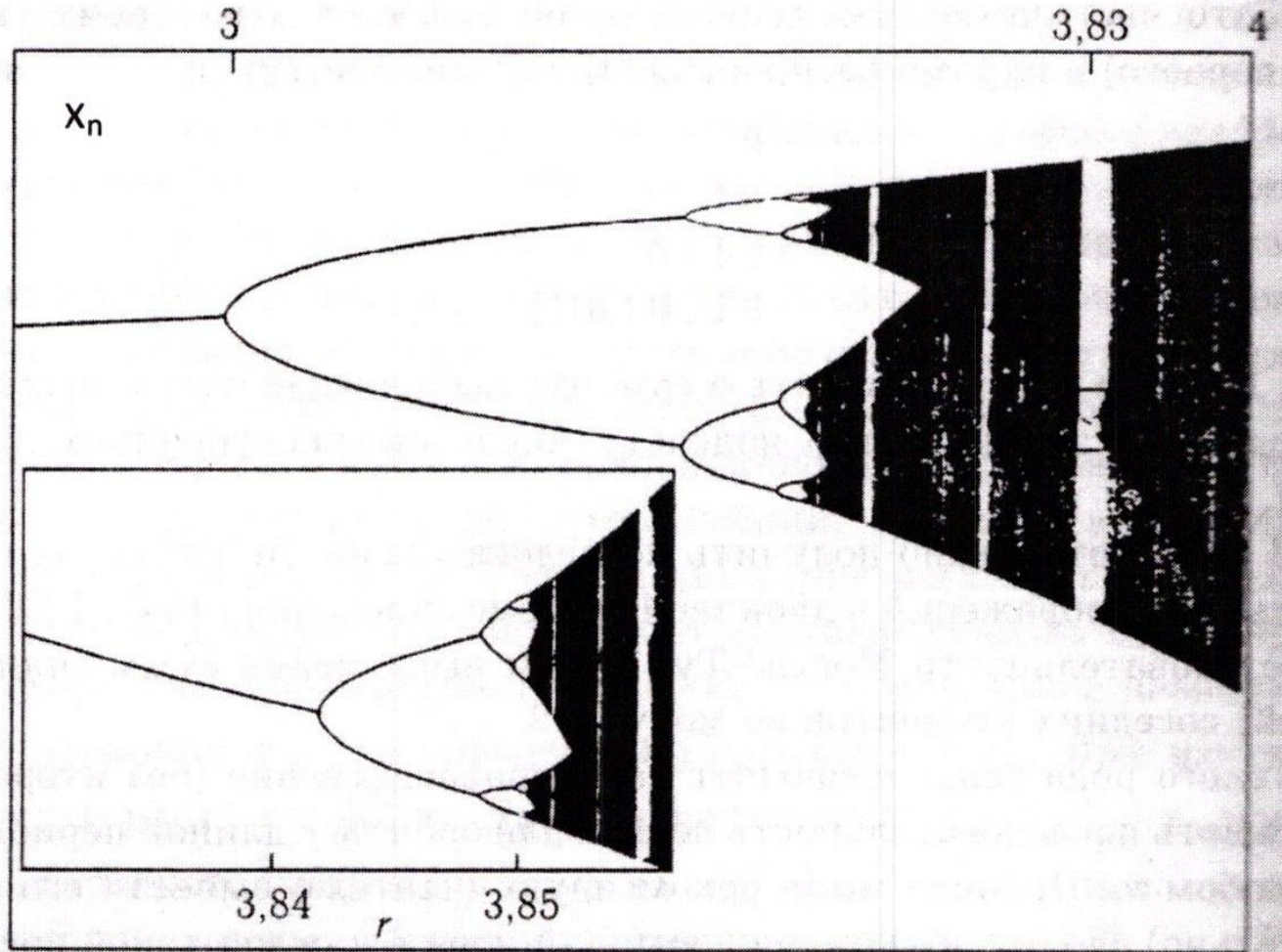
$$x_{n+1} = f(x_n) = r(1 - x_n) x_n$$



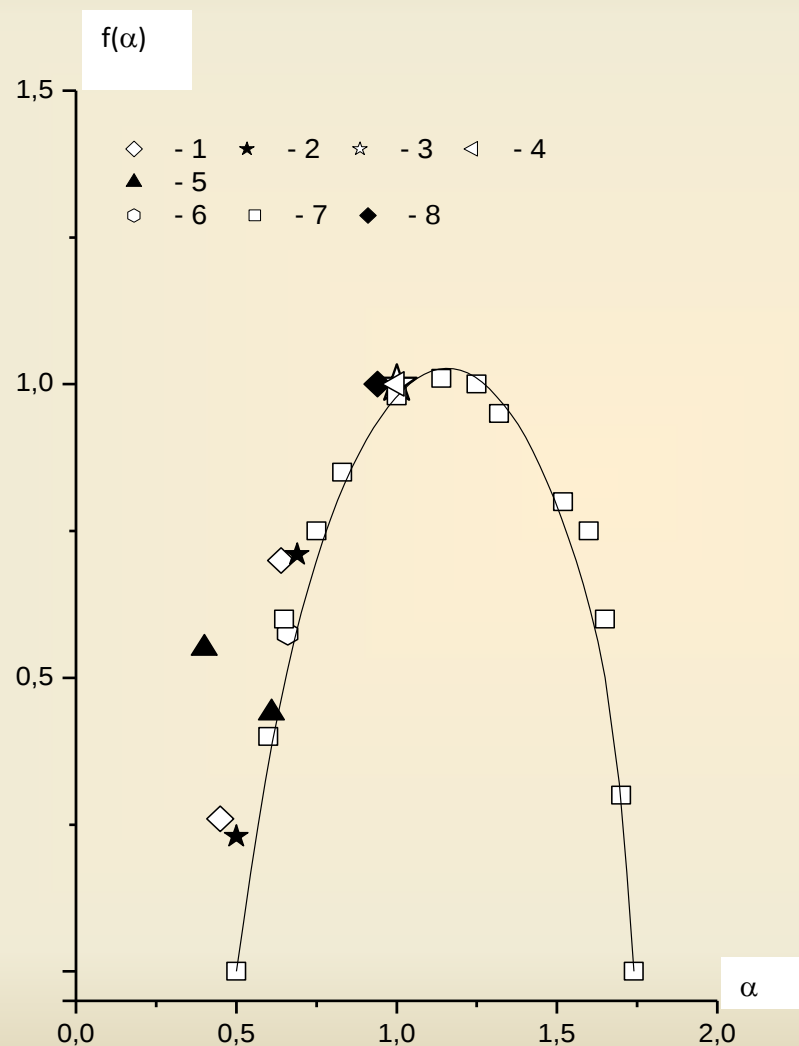
Логистическая парабола для различных значений управляющего параметра r



Итерации квадратичного отображения как функция параметра r
Поведение логистической параболы при увеличении r от 3 до 4,
когда каскад удвоения периода сменяется хаосом ($r \sim 3,83$),
который перемежается «окнами периодичности».



Мультифрактальные спектры в применении к процессу динамического разрушения металлов (1-4) , ударно-волнового нагружения (5), процесса турбулентности (6-8)



Мультифрактальный анализ нелинейных, неравновесных систем, возникающих, например, при росте кластера в результате ограниченной диффузией агрегации, роста вязких пальцев при вытеснении жидкостей, конвекции Рэлея-Бенара, определение количественных характеристик каскада диссипативных структур (центров разрушения), гидродинамических мод кристаллической решетки металла в явлении динамического разрушения и т.д. при разбиении исследуемого множества элементов диссипативных структур (кластера) на боксы размером r и определения числа элементов структуры в i -ом боксе, вводится вероятность P_i заполнения i -ого элементами структуры

$\Sigma P_i^q (r)$, q – порядок момента меры множества.

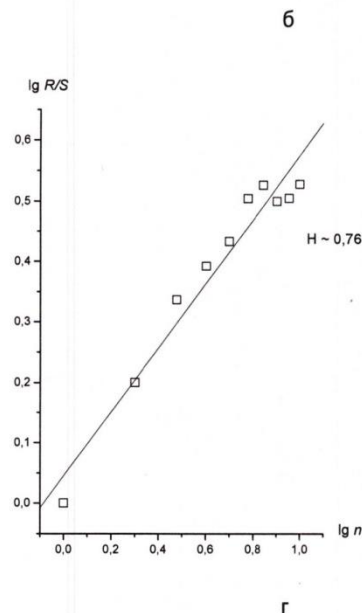
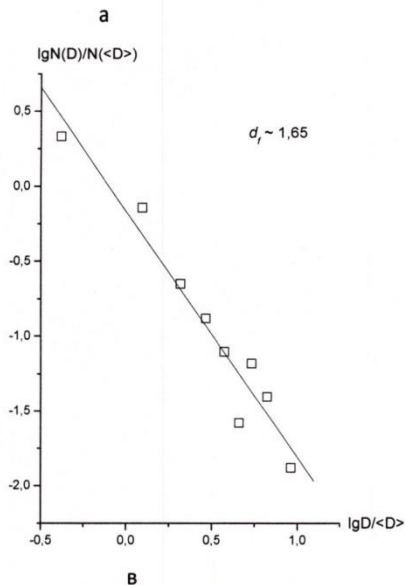
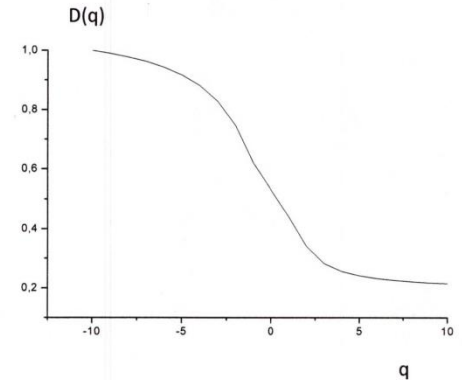
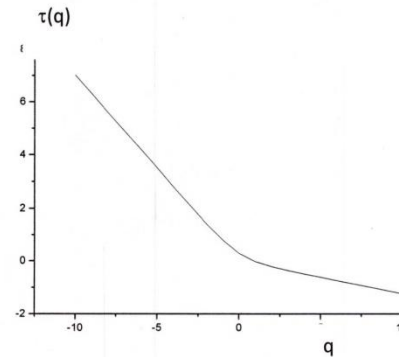
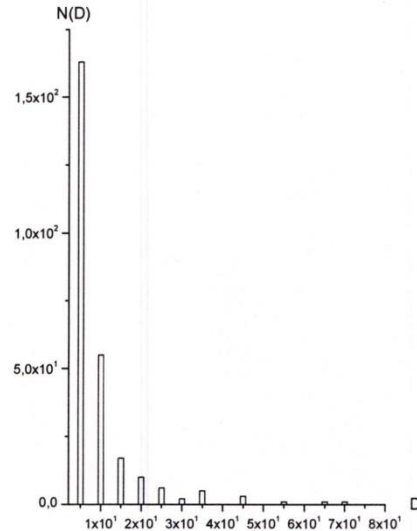
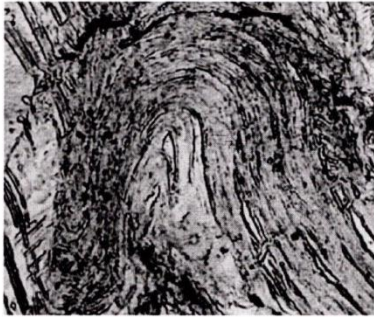
Для самоподобной меры справедлива степенная зависимость статистической суммы

$\Sigma P_i^q (r) \sim r^{-d}$. Если это соотношение выполняется, то показатель d является функцией q , т.е. $d = \tau(q)$; $\tau(q)$ – показатель массы и описывает неоднородность подобия (скейлинга) меры $\tau(q) = \ln \Sigma P_i^q (r_i) / \ln r_i$. Функция $\tau(q)$ связана со спектром обобщенных фрактальных размерностей $D(q)$: $\tau(q) = (1-q) D(q)$. $\tau(q)$ при больших $|q|$ может принимать бесконечное значение, поэтому с помощью преобразования Лежандра можно перейти от координат $q, \tau(q)$ к $\alpha, f(\alpha)$. Т.е, альтернативным способом описания самоподобной меры является вычисление масштабнo-инвариантной функции $f(\alpha)$ – спектр сингулярности, где α - индекс сингулярности.

Спектр обобщенных фрактальных размерностей $D(q)$ связан со спектром сингулярности соотношениями

$$\alpha = -d D(q) / d q (1-q), \quad f(\alpha) = \alpha q + (1-q) D(q).$$

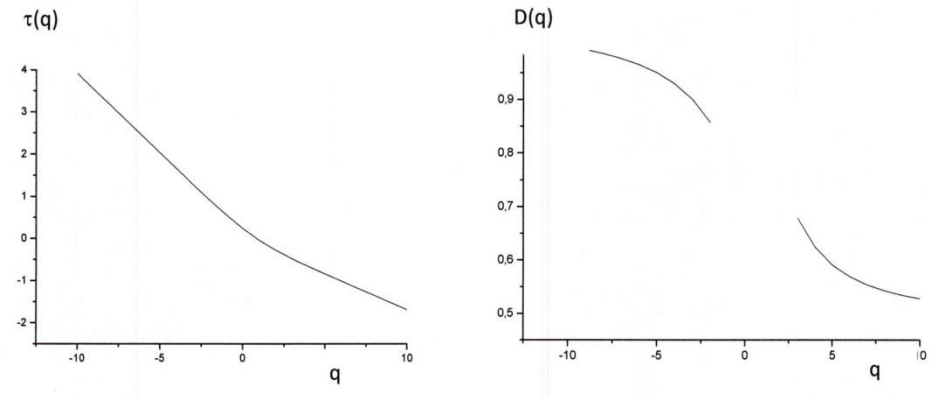
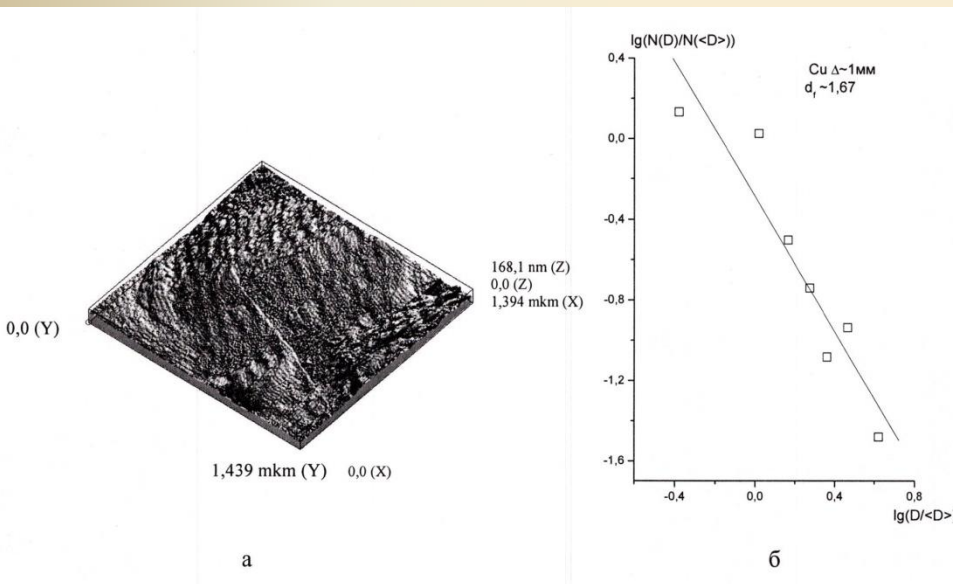
Вид полос скольжения кристаллической решетки Si образца после ударно-волнового нагружения $P \sim 2,7$ ГПа ($\times 1000$), гистограмма распределения полос скольжения по размерам, фрактальная размерность, показатель Херста



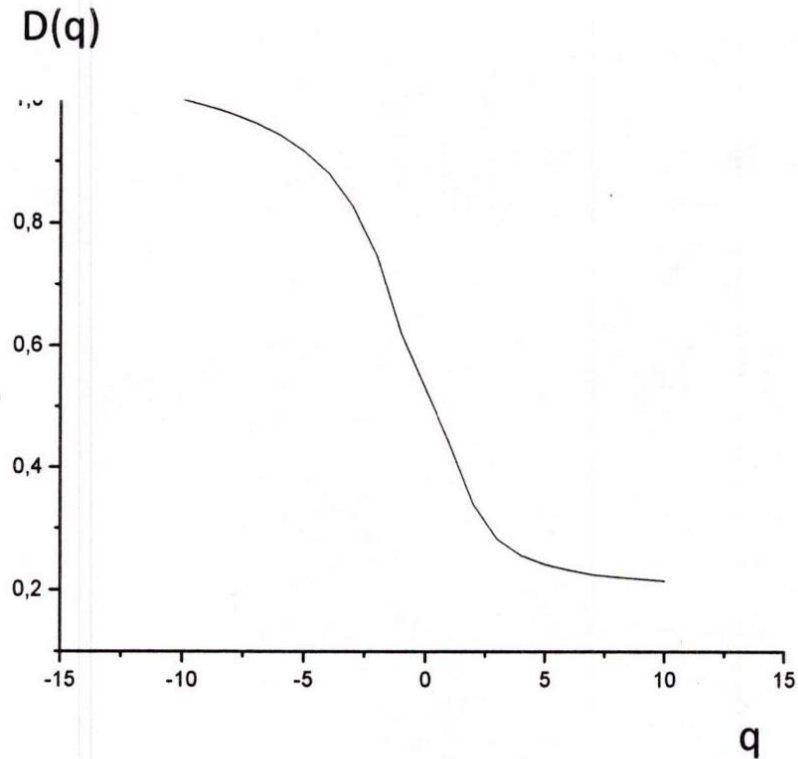
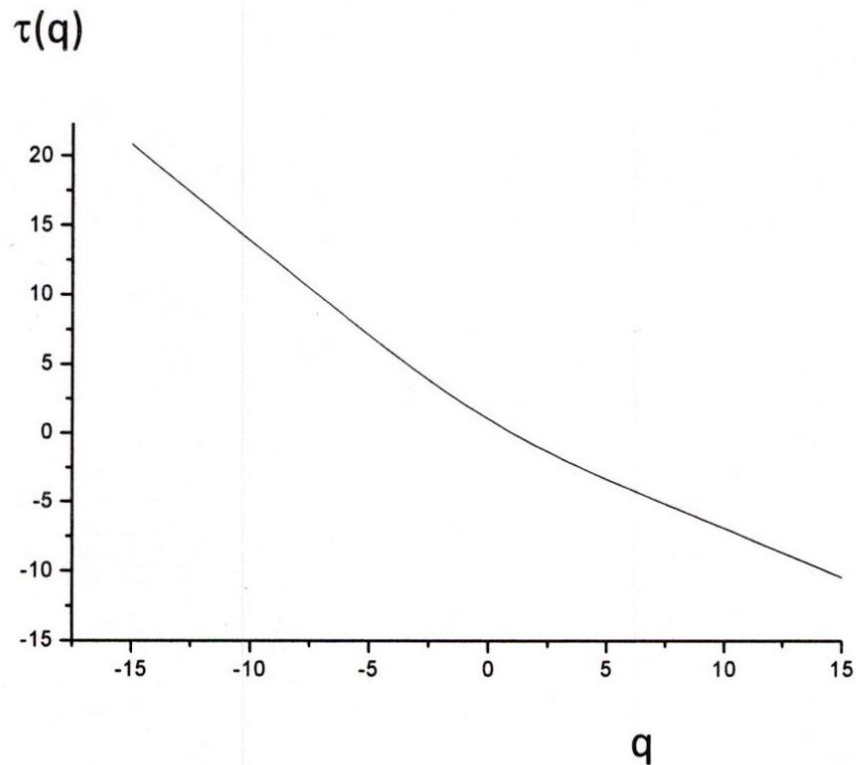
Показатель массы $\tau(q)$ и обобщенная фрактальная размерность $D(q)$ каскада полос скольжения кристаллической решетки (гидродинамических мод) — мезо I масштабный уровень

СТМ-изображение внутренней поверхности центра разрушения медного образца, подвергнутого воздействию релятивистских электронных пучков (а); фрактальная размерность шероховатости медного образца (б)

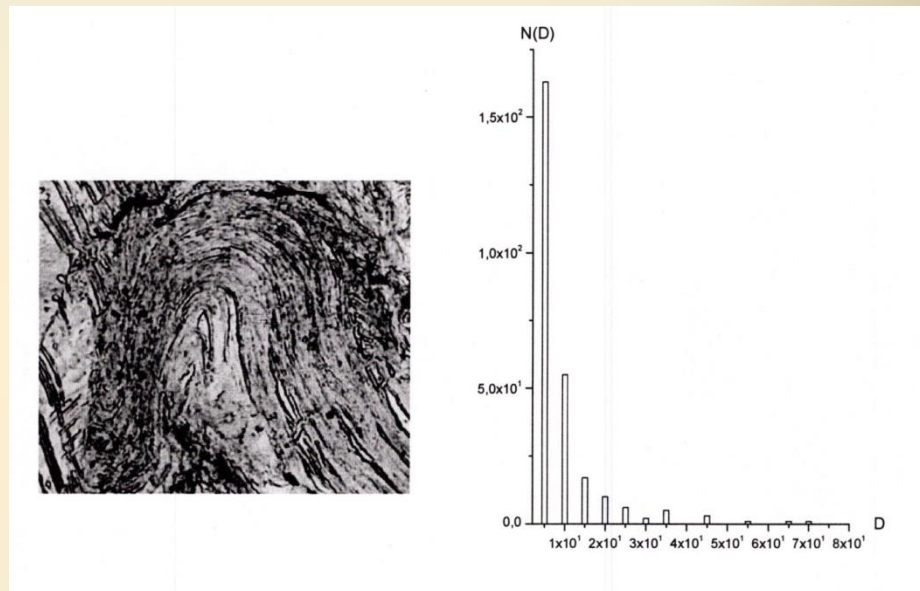
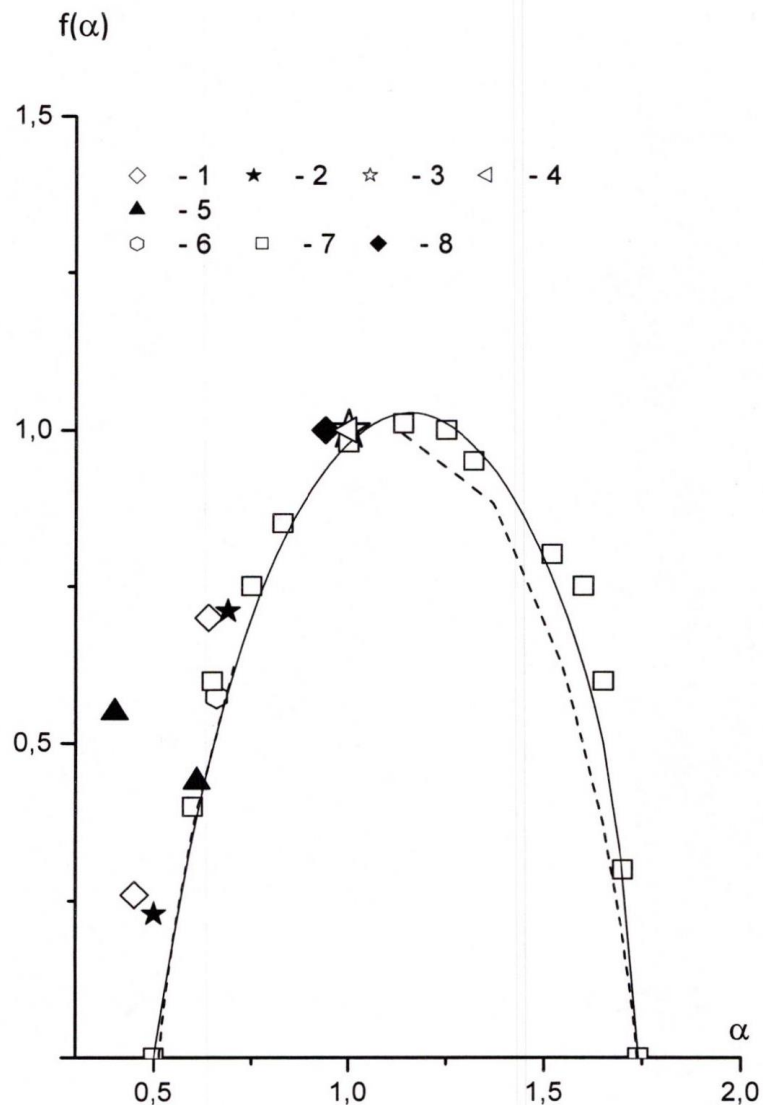
Показатель массы $\tau(q)$ и обобщенная фрактальная размерность $D(q)$ шероховатости внутренней поверхности центра разрушения – наномасштабный уровень



Показатель массы $\tau(q)$ и обобщенная фрактальная размерность $D(q)$ для мультипликативного процесса с распределением вероятностей $P_1=0,618$; $P_2=0,382$ (золотое сечение)



Мультифрактальный анализ количественных характеристик процессов динамического разрушения, гидродинамических мод, биномиального мультипликативного отображения с $P=0,7$; пунктирная – расчет функции $f(\alpha)$ для спектра гидродинамических мод



В работе рассмотрено явление самоорганизации нелинейных неравновесных систем различной природы в широких амплитудно-временных диапазонах.

На основе результатов расчетно-теоретических исследований и анализа литературных данных показана аналогия явлений динамического разрушения металлов и развитой турбулентности, которая заключается в том, что эти процессы обладают близкими значениями критических индексов, т. е. попадают в один класс универсальности.

1. Кинетика динамического разрушения металлов в режиме импульсного объемного разогрева. Бонюшкин Е.К., Завада Н.И., Новиков С.А., Учаев А.Я. – Саров, РФЯЦ-ВНИИЭФ, 1998.
2. Пунин В.Т., Сельченкова Н.И., Учаев А.Я. Общие закономерности иерархических релаксационных процессов в металлах при воздействии импульсов проникающих излучений: монография - Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2015.
3. Ильяев Р.И., Учаев А.Я., Новиков С.А., Сельченкова Н.И. Универсальные свойства металлов в явлении динамического разрушения // ДАН, 2002, том 384, № 3. - С. 328-333.
4. Ильяев Р.И., Пунин В.Т., Учаев А.Я., Новиков С.А., Сельченкова Н.И. Временные закономерности процесса динамического разрушения металлов, обусловленные иерархическими свойствами диссипативных структур – каскада центров разрушения // ДАН, 2003, том 393, № 3. - С. 326-331.
5. Учаев А.Я., Пунин В.Т., Сельченкова Н.И., Косачев В.В. О связи термодинамических и динамических свойств легких актинидов // Ядерная физика и инжиниринг, 2014, том 5, № 3. – С. 203-207.
6. Сельченкова Н.И., Учаев А.Я., Кошелева Е.В. Разрушение металлов при воздействии проникающих разрушений: курс лекций – Саров: ФГУП “РФЯЦ-ВНИИЭФ”, 2021. – 441 с., ил
7. N. I. Sel'chenkova and A. Ya. Uchaev On critical behavior of metals, actinides and plutonium metal on high-intensity exposure // Fiz. Atomn. Yad. (Physics of Atomic Nuclei), 2022, Vol. 85, No. 10, pp. 1744–1753. © Pleiades Publishing, Ltd., 2022.

1. N. I. Sel'chenkova and A. Ya. Uchaev Study of critical behavior of dynamic systems // Fiz. Atomn. Yad. (Physics of Atomic Nuclei), 2023, Vol. 86, No. 9, pp. 2076–2084. © Pleiades Publishing, Ltd., 2023.
2. Динамические диссипативные процессы разрушения и диспергирования металлов, как аналоги критических явлений: монография / Сельченкова Н.И., Учаев А. Я. – Саров: ФГПУ «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2023. – 442 с.
3. Исследование критического поведения динамических систем/ Н. И. Сельченкова, А. Я. Учаев в журнале // Ядерная физика и инжиниринг. 2024. том 15, № 1, с. 48–56
4. Подобие процессов динамического разрушения и развитой турбулентности / Н. И. Сельченкова, А. Я. Учаев // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2024. Вып. 2. С. 17-27.
5. Универсальные признаки явления динамического разрушения и турбулентности, обусловленные критическим поведением нелинейных систем / Н. И. Сельченкова, А. Я. Учаев // Ядерная физика и инжиниринг. 2024. том 15, № 6, с. 613–623
6. N. I. Sel'chenkova and A. Ya. Uchaeva Universal Features of Dynamic Failure and Turbulence Phenomena Caused by the Critical Behavior of Nonlinear Systems // Physics of Atomic Nuclei, 2024, Vol. 87, No. 10, pp. 1473–1482. © Pleiades Publishing, Ltd., 2024