



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ



ЛАГРАНЖЕВО-ЭЙЛЕРОВ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА ЦИЛИНДР-ТЕСТ ДЛЯ ВАЛИДАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ

*М.А. Бирюкова¹, Н.Л. Клиначева², Е.Б. Смирнов^{1,2}, Я.Е. Стариков²,
С.В. Шахмаев¹, О.А. Шершинева², Е.С. Шестаковская², А.П. Яловец²*

¹ ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ им. академ. Е. И. Забабахина», Снежинск, Россия

² Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия

XVII Международная конференция «ЗАБАБАХИНСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ»

19–23 мая 2025 г.

Снежинск, Россия

Схема эксперимента

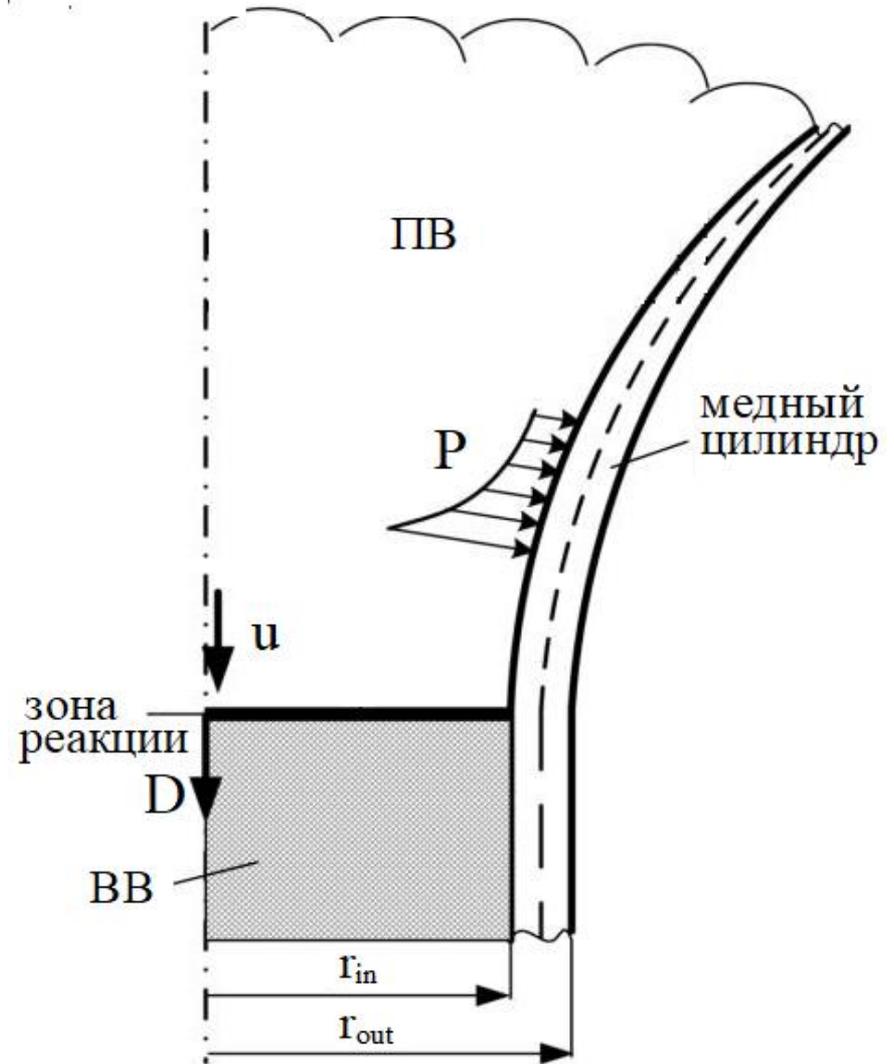
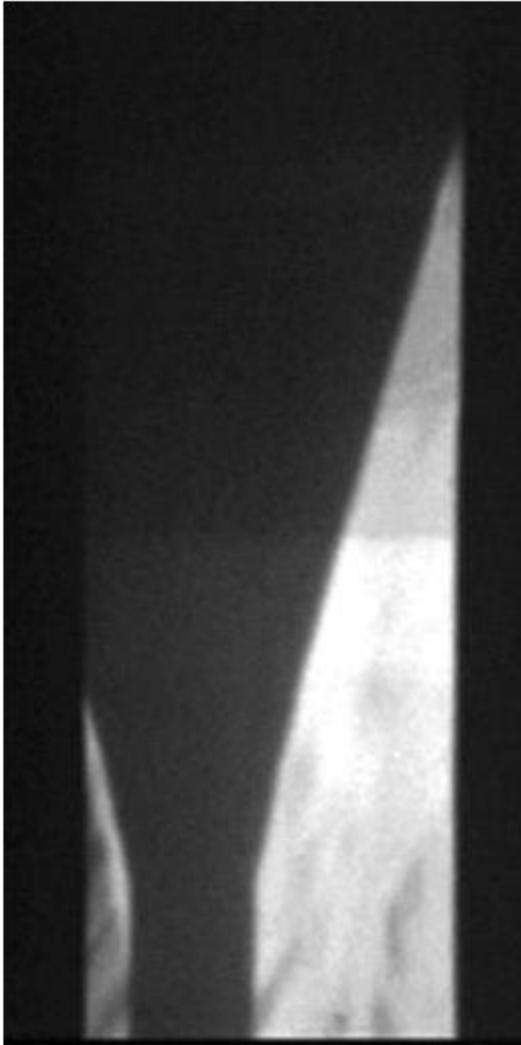
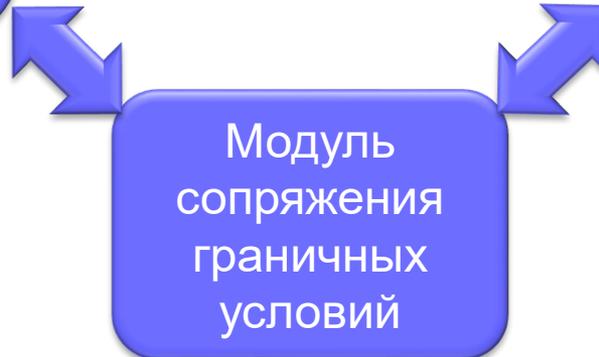


Схема программного комплекса

Лагранжев модуль
для расчета упруго-
пластических течений

Эйлеров модуль
для расчета течений
газа

Модуль
сопряжения
граничных
условий



Математическая модель для Лагранжевого модуля

Система дифференциальных уравнений МСС

для описания течений в твердых телах

$$\dot{\rho} = -\rho \frac{\dot{V}}{V}; \quad \dot{V} = V(v_{rr} + v_{\varphi\varphi} + v_{zz});$$

$$\rho \dot{v}_r = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r}; \quad \rho \dot{v}_z = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial S_{zr}}{\partial r} + \frac{S_{zr}}{r};$$

$$\rho \dot{E} = -P \frac{\dot{V}}{V} + (S_{rr} v_{rr} + S_{\varphi\varphi} v_{\varphi\varphi} + S_{zz} v_{zz} + 2S_{rz} v_{rz});$$

$$\rho \dot{v}_r = -\frac{1}{3V} \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\varphi\varphi}}{r} \right); \quad \rho \dot{v}_z = -\frac{1}{3V} \left(\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial S_{zr}}{\partial r} + \frac{S_{zr}}{r} \right);$$

где ρ – массовая плотность; v_r, v_z – компоненты скорости среды; P – неравновесное давление;

T – температура; $\sigma_{ik} = -P\delta_{ik} + S_{ik}$ – неравновесный тензор напряжений,

S_{ik} – неравновесный тензор девиатора напряжений; S_{ik}^0 – равновесный тензор девиатора напряжений; E – удельная внутренняя энергия.

Уравнения состояния металла¹

¹Жарков В.Н., Калинин В.А. Уравнения состояния при высоких температурах и давлениях / В.Н. Жарков, В.А. Калинин – М.: Наука, 1968. -312с.

Математическая модель для Эйлеравого модуля

Система дифференциальных уравнений МСС

для описания течений газа

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_k)}{\partial x_k} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} (2\eta v_{ik}),$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho E v_k)}{\partial x_k} = (-P\delta_{ik} + 2\eta v_{ik})v_{ik} + W,$$

где η – вязкость ; W – функция энергосвободы.

Уравнения состояния ВВ², продуктов взрыва ВВ³

² Ковалев Ю.М. Уравнения состояния для описания изотермического сжатия некоторых молекулярных кристаллов нитросоединений // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 1. С. 229-239.

³ Lee E. L, Hornig H. C. and Kury J. W. Adiabatic expansion of high explosive detonation products, UCRL-50422. - Livermore (CA). – 1968.

Численный метод^{4,5}

⁴ Яловец, А.П. Расчет течений среды при воздействии интенсивных потоков заряженных частиц // Прикладная механика и техническая физика. – 1997. – Т.38. – № 1. – С. 151–166.

⁵ Жарылканова, М. С. Полуаналитический метод решения уравнений газовой динамики в переменных Эйлера / М. С. Жарылканова, Н. Л. Клиначева, А. П. Яловец // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2023. – Т. 15 – № 2. – С. 32-40.

Модель энерговыделения

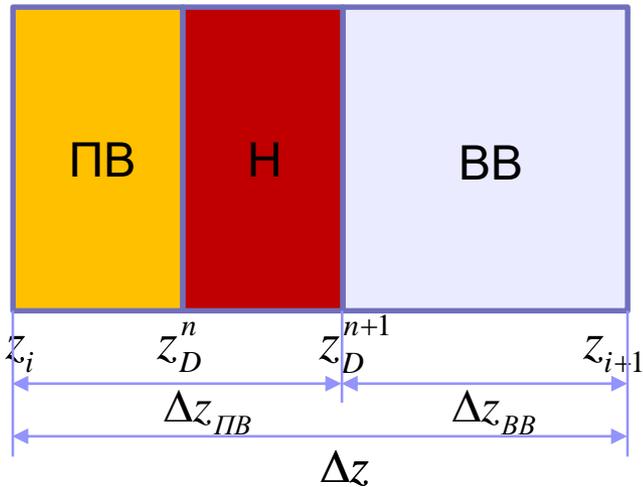


Рисунок 1. Схема гетерогенной ячейки.

$$\alpha_H^{n+1} = \frac{z_D^{n+1} - z_D^n}{\Delta z}, \quad z_D^{n+1} = z_D^n + D\tau,$$

τ – газодинамический шаг по времени.

$$\alpha_{ПВ}^{n+1} = \alpha_{ПВ}^n + \alpha_H^{n+1}, \quad \alpha_{ПВ}^n = z_D^n - z_i,$$

$$\alpha_{ВВ}^{n+1} = z_{i+1} - z_D^{n+1}.$$

Объемная доля вещества в ячейке:

$$\alpha_k = \frac{\Delta V_k}{\Delta V} = \frac{\Delta z_k}{\Delta z}, \quad \text{где } k = ПВ, ВВ.$$

Массовая доля вещества в ячейке:

$$\beta_k = \frac{\Delta m_k}{\Delta m} = \frac{\rho_k \Delta z_k}{\rho \Delta z} = \frac{\rho_k}{\rho} \alpha_k.$$

$$\rho_{ПВ}^{n+1} = \frac{\alpha_{ПВ}^n \rho_{ПВ}^n + (\alpha_{ВВ}^n - \alpha_{ВВ}^{n+1}) \rho_{ВВ}}{\alpha_{ПВ}^{n+1}},$$

$$E_{ПВ}^{n+1} = \frac{\beta_{ПВ}^n E_{ПВ}^n + (E_{ВВ} + Q)(\beta_{ВВ}^n - \beta_{ВВ}^{n+1})}{\beta_{ПВ}^{n+1}},$$

$$P_{ПВ}^{n+1} = P(\rho_{ПВ}^{n+1}, E_{ПВ}^{n+1}).$$

Давление в ячейке рассчитывается по формуле
$$P = \sum_{k=1}^N \alpha_k P_k.$$

Модуль сопряжения граничных условий

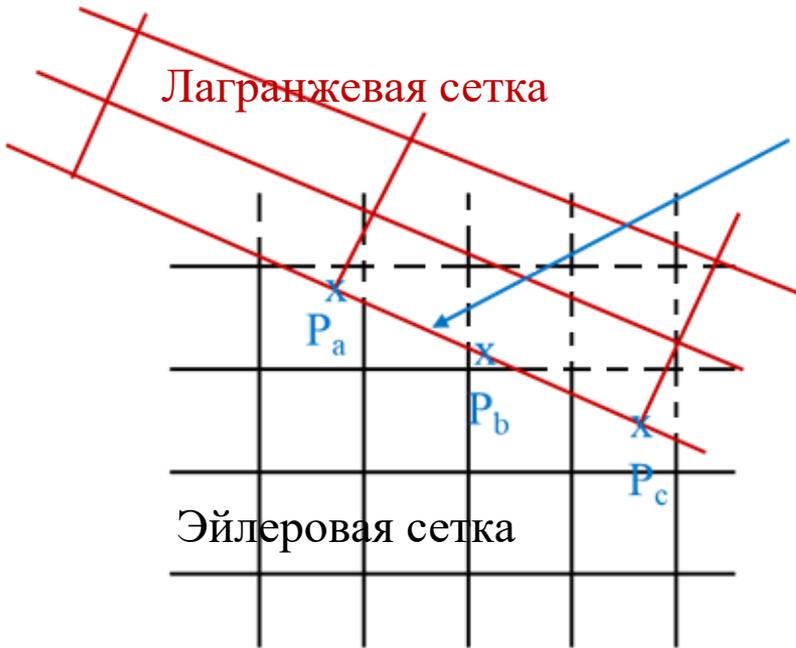


Рисунок 2. Схема сопряжения областей.

$P_{ЛГ}$ – давление на границе лагранжевой ячейки

$$P_{ЛГ} = aP_a + bP_b + cP_c, \quad a = 0.25, b = 0.5, c = 0.25.$$

Давление продуктов детонации на стенку трубы:

$$P_i = P_{0i} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2} \frac{v_{ri}}{c_{0i}} \right)^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}}, \quad \text{где } i = a, b, c,$$

$$\gamma = \frac{V}{P} \left(AR_1 e^{-R_1 V} + BR_2 e^{-R_2 V} + C(\omega + 1)V^{-\omega - 2} \right).$$

Результаты численного моделирования

Разлёт медной трубки под действием продуктов детонации (ТЭН)

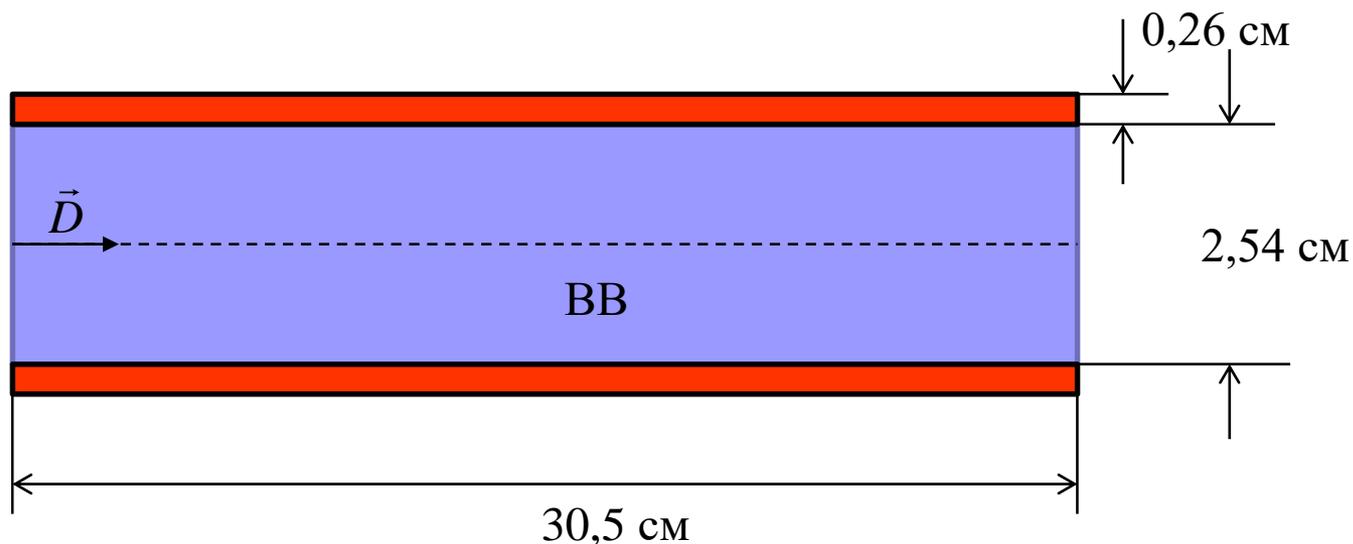
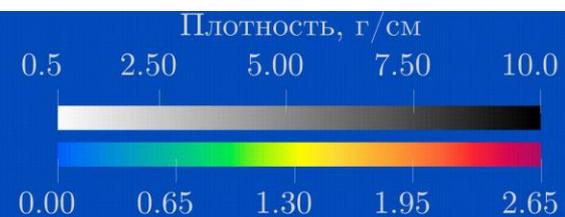


Рисунок 3. Геометрия задачи.

Разлёт медной трубки под действием продуктов детонации (ТЭН)



Результаты численного моделирования

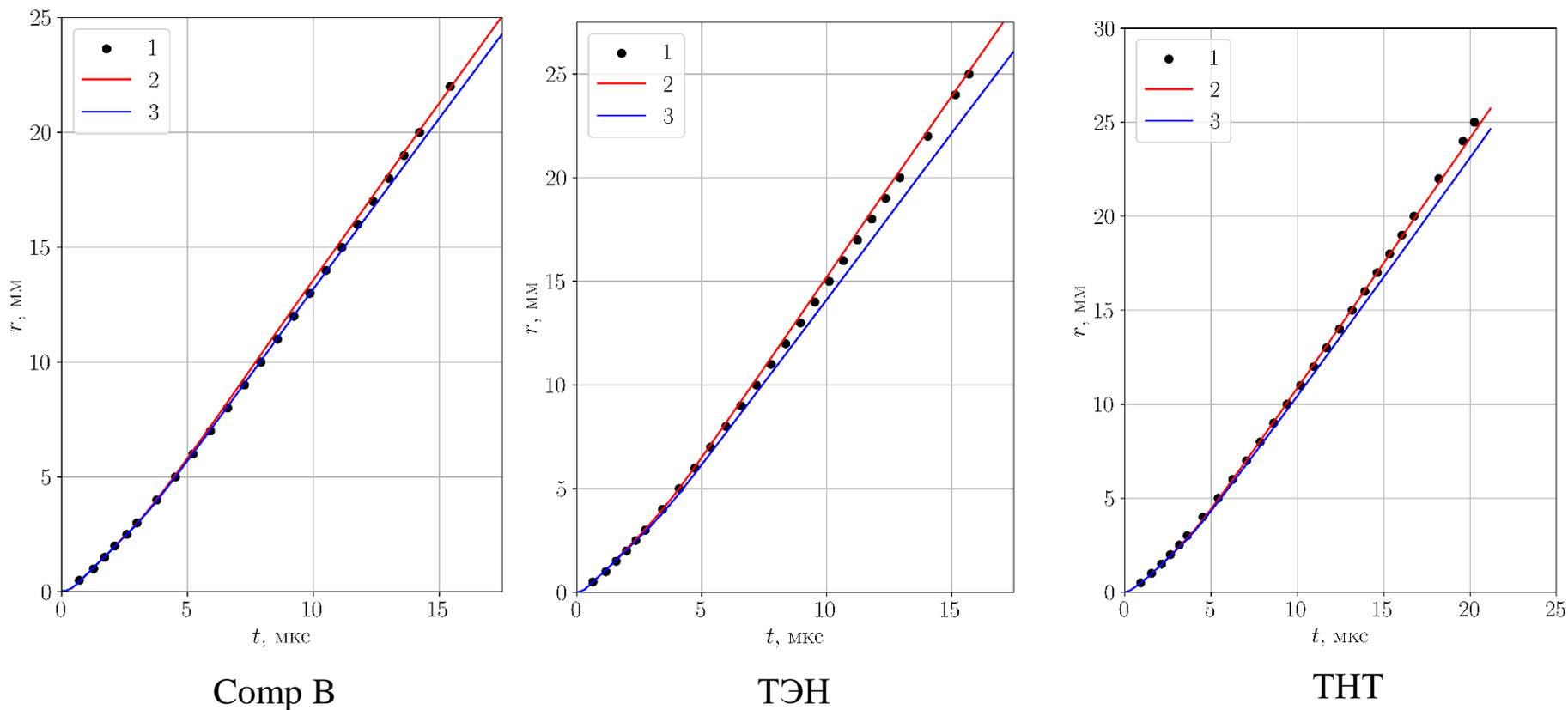


Рисунок 4. Изменение внешнего радиуса трубки во времени.

Маркеры – эксперимент ¹, 2 – численный расчет с параметрами UPC JWL ², 3 – численный расчет с параметрами UPC JWL ¹

¹Lee E. L, Hornig H. C. and Kury J. W. Adiabatic expansion of high explosive detonation products, UCRL-50422. -Livermore (CA), 1968.

²Стариков Я.Е. и др. Метод определения параметров уравнения состояния продуктов детонации Джона-Уилкинса-Ли с применением нейросетевых технологий по результатам эксперимента цилиндр-тест / Сборник тезисов докладов Международной конференции «Забабахинские научные чтения 2025».

Схемы экспериментов РФЯЦ-ВНИИТФ

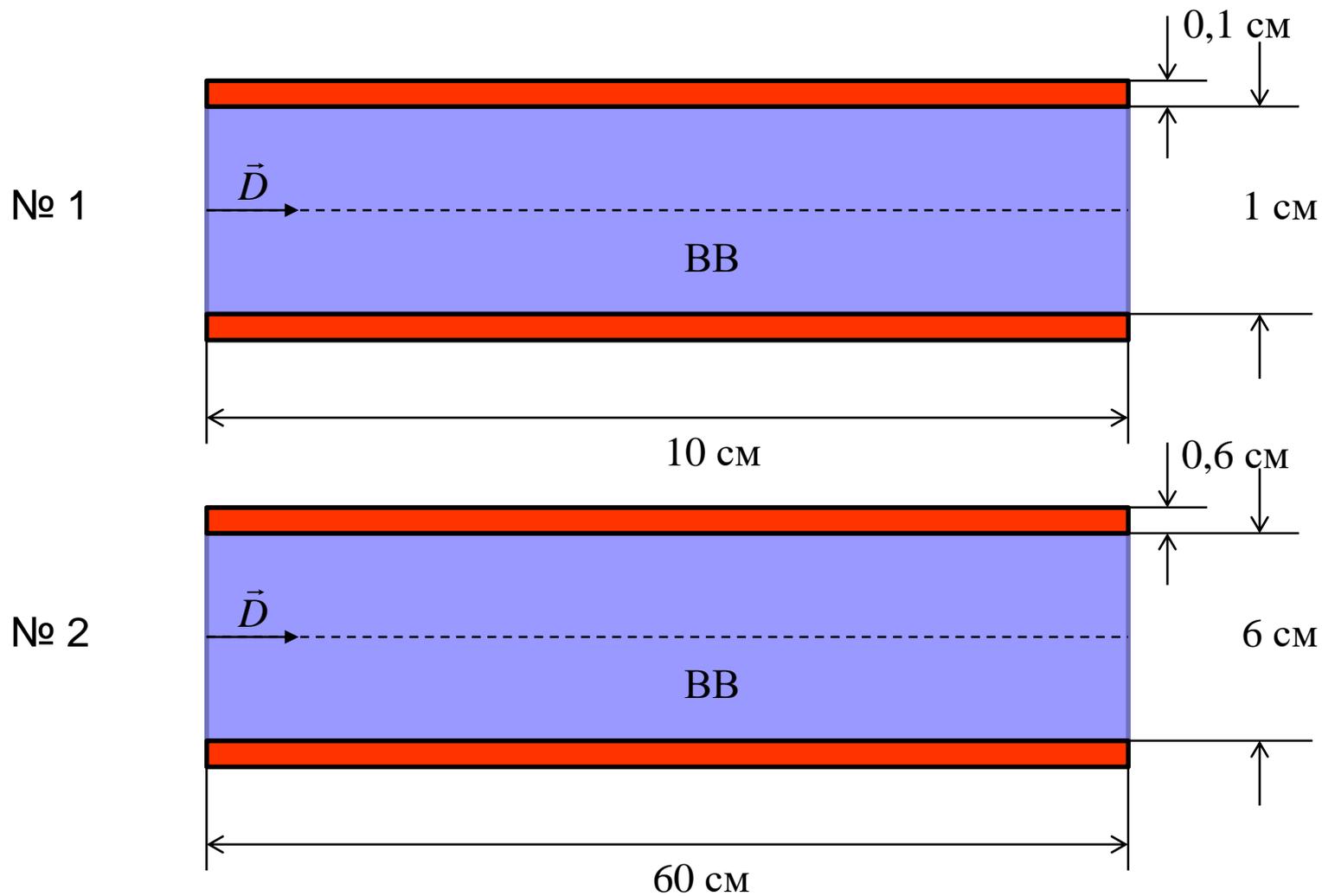


Рисунок 5. Геометрия задачи.

Результаты численного моделирования

Пластифицированный ТЭН

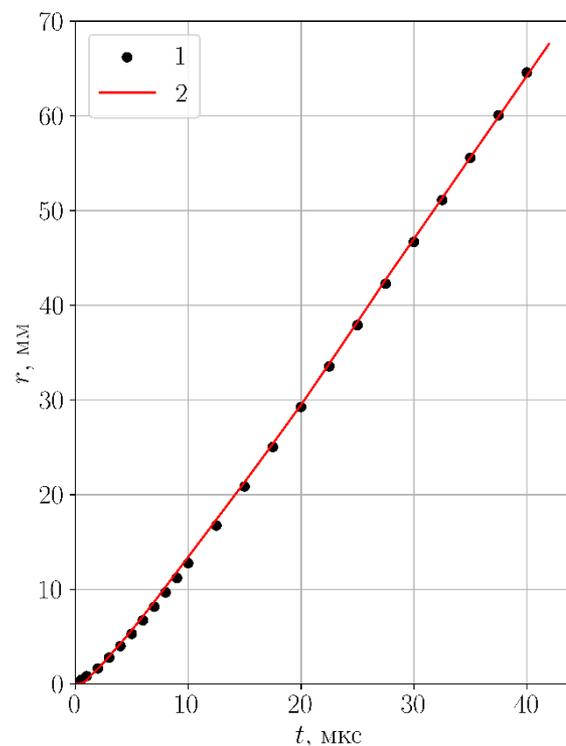
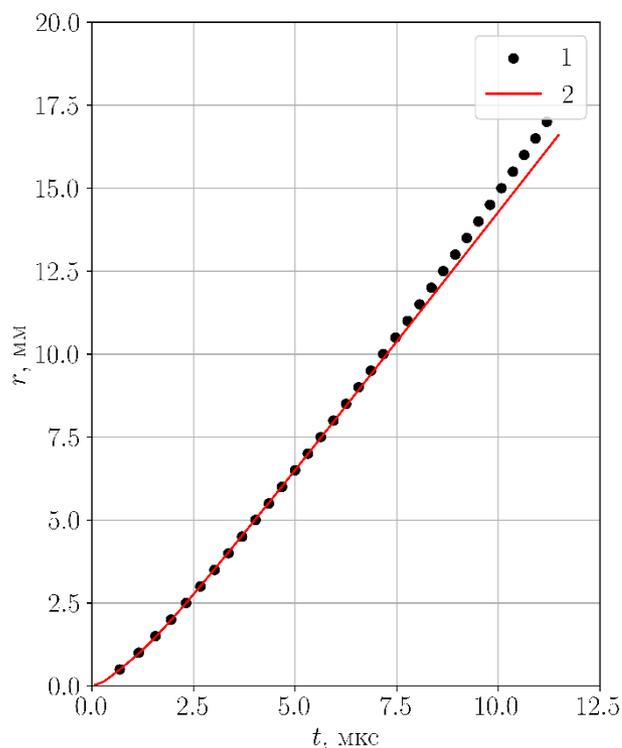


Рисунок 6. Изменение внешнего радиуса трубки во времени.

Маркеры – эксперимент, 2 – численный расчет с параметрами УРС JWL¹

¹Стариков Я.Е. и др. Метод определения параметров уравнения состояния продуктов детонации Джона-Уилкинса-Ли с применением нейросетевых технологий по результатам эксперимента цилиндр-тест / Сборник тезисов докладов Международной конференции «Забабахинские научные чтения 2025».



Спасибо за внимание!

Шестаковская Елена Сергеевна

Заведующий кафедрой вычислительной механики ЮУрГУ (НИУ)

к.ф.-м.н., доцент

shestakovskaiaes@susu.ru