



РОСАТОМ

ГОСУДАРСТВЕННАЯ КОРПОРАЦИЯ ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ «РОСАТОМ»



ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА АППАРАТУРЫ В УСЛОВИЯХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА

М.Ф. Саттаров, В.В. Ташланов

XVII Забабахинские научные чтения
Снежинск, 2025 г.

Для анализа температурного режима аппаратуры авиационной техники, испытывающей непосредственное воздействие аэродинамического нагрева, необходимо иметь адекватную математическую модель теплообмена (ММТ) соответствующей технической системы.

Наибольшая неопределенность в такой ММТ обусловлена аэродинамической интерференцией – аэродинамическим взаимодействием между элементами аппаратуры и окружающих конструкций.

Для получения информации о влиянии эффектов аэродинамической интерференции проводятся измерения температуры корпуса аппаратуры и параметров набегающего потока в ходе испытаний на воздействие аэродинамического нагрева. Результаты испытаний обрабатываются с целью идентификации параметров внешнего теплообмена для последующей коррекции ММТ аппаратуры.

В данной работе для идентификации параметров внешнего теплообмена ММТ аппаратуры применяется гибридный расширенный фильтр Калмана. Выбор данного метода обусловлен присущими ему преимуществами в сходимости решений и меньшими вычислительными затратами.

ММТ аппаратуры с сосредоточенными параметрами описывается системой N нелинейных ОДУ (1), (2) с начальными условиями.

$$\frac{dT_i}{d\tau} = \sum_{j=1}^{N_T} \frac{a_{ij}}{C_i} (T_j - T_i) + \sum_{l=1}^{N_\Gamma} \frac{a_{il}}{C_i} (T_l - T_i) + \sigma \varepsilon_i \sum_{j=1}^{N_T} \frac{h_{ij}}{C_i} (T_j^4 - T_i^4) + \frac{a_{ri}}{C_i} (T_{ri} - T_{wi}) + \frac{Q_i}{C_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N_T; \quad (1)$$

$$\frac{dT_l}{d\tau} = \sum_{j=1}^{N_\Gamma} \frac{a_{lj}}{C_l} (T_j - T_l), \quad l = 1, 2, \dots, N_\Gamma, \quad (2)$$

где τ – время; T_i – температура i -го «твердого» элемента; T_l – температура l -ого «газового» элемента; C_i , C_l – полные теплоемкости элементов; a_{ij} , a_{il} – тепловые проводимости, обусловленные теплопроводностью и конвекцией (теплоотдачей) между элементами i , j и l ; h_{ij} – площадь взаимной поверхности излучения; σ – постоянная Стефана-Больцмана; Q_i – мощность, выделяющаяся в i -ом элементе; N_T – число «твердых» элементов модели; N_Γ – число «газовых» элементов модели. Параметры, определяющие теплообмен в зоне i -го элемента внешней поверхности аппаратуры: a_{ri} – тепловая проводимость, обусловленная конвекцией между i -м поверхностным элементом и аэродинамическим потоком; T_{wi} – температура стенки i -го элемента; T_{ri} – адиабатная температура стенки в зоне i -го элемента внешней поверхности.

Начальные условия для системы (1), (2) записываются в виде:

$$T_{i|\tau=0} = T_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

где $N = N_T + N_\Gamma$ – число элементов модели.

Модель измерений:

- на корпусе аппаратуры размещаются M датчиков температуры;
- измерения осуществляются в дискретные моменты времени с шагом Δt ;
- предполагается, что в зоне каждого датчика действуют постоянные аэродинамические особенности, обусловленные геометрией аппаратуры и окружающих конструкций;
- измеряемые значения температуры являются независимыми величинами;
- ошибки измерений температуры полагаются гауссовскими белыми шумами.

Рассматриваемая задача может быть представлена нелинейной моделью непрерывного времени для эволюции состояния системы (4) и линейной моделью дискретных измерений (5) для уточнения состояния системы:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau)); \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad k = 1, 2, \dots, S, \quad (5)$$

где $\mathbf{x}(\tau)$ – вектор состояния системы, $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$; $t_k = k\Delta t$ – момент времени, соответствующий k -ому измерению;

$\mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau))$ – нелинейная вектор-функция;

S – число измерений; $\mathbf{z}_k$ – вектор измерений размерностью $(M \times 1)$;

$\mathbf{H}_k$ – матрица измерений;

$\mathbf{v}_k$ – белый гауссовский шум измерений с нулевым математическим ожиданием $\mathbf{E}[\mathbf{v}_k] = 0$ и ковариационной матрицей $\mathbf{R}_k$ размерностью $(M \times M)$.

Полагаем, что составляющие вектора случайных погрешностей измерений $\mathbf{v}_k$ не коррелированы между собой и обладают априорной дисперсией σ^2 , тогда ковариационная матрица погрешностей в измерениях имеет вид:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{E}[\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{v}_k^T] = \sigma^2 \cdot \mathbf{I}, \quad (6)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Для идентификации параметров внешнего теплообмена используется расширенный вектор состояния системы $\mathbf{x}(\tau)$, имеющий размерность $((N+2M) \times 1)$ и включающий, в дополнение к температурам всех элементов модели, неизвестные параметры внешнего теплообмена Alfa_m (коэффициенты теплоотдачи) и Km_m (поправочные коэффициенты к числу Маха), $m=1,2,\dots,M$.

Расширенный вектор состояния имеет размерность $((N+2M) \times 1)$ и вид:

$$\mathbf{x}(\tau) = [T_{r1} \ \dots \ T_{rN} \ \text{Alfa}_1 \ \dots \ \text{Alfa}_M \ \text{Km}_1 \ \dots \ \text{Km}_M]^T. \quad (7)$$

Вектор-функция $\mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau))$ включает правые части уравнений (1, 2) и нулевые правые части уравнений для параметров внешнего теплообмена:

$$\dot{\text{Alfa}}_m(\tau) = 0, \ \dot{\text{Km}}_m(\tau) = 0, \ m = 1, 2, \dots, M. \quad (8)$$

Матрица измерений имеет размерность $(M \times (N+2M))$ и вид:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

На первом шаге работы фильтра производится прогноз вектора состояния системы и ковариационной матрицы ошибок измерения $\mathbf{P}(\tau)$ размерностью $((N+2M) \times (N+2M))$. Перед первой итерацией необходимо задать начальные значения вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \mathbf{E}(\mathbf{x}(\tau_0))$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{0|0}$. Матрица $\mathbf{P}_{0|0}$ выбирается в виде:

$$\mathbf{P}_{0|0} = \begin{bmatrix} p_{11}(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{22}(0) & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & p_{(N+2M)(N+2M)}(0) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $p_{ii}(0)$ – дисперсии ошибок оценивания в начальный момент времени.

Для расчета прогноза вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ можно использовать один из известных численных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в частности, метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Прогноз ковариационной матрицы в алгоритме фильтра Калмана для нелинейной динамической модели состояния системы осуществляется следующим образом [2, 3]:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T, \quad (11)$$

где $\Phi_{k,k-1}$ – переходная матрица состояний, которая вычисляется по формуле:

$$\Phi_{k,k-1} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \Delta\tau + \frac{1}{2!} \mathbf{F}_k^2 \Delta\tau^2 + \dots + \frac{1}{p!} \mathbf{F}_k^p \Delta\tau^p + \dots, \quad (12)$$

где $\mathbf{F}_k$ – матрица Якоби от вектор-функции $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$:

$$\mathbf{F}_k = \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})}{\partial \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{(N+2M)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{(N+2M)}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_{(N+2M)}}{\partial x_{(N+2M)}} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}. \quad (13)$$

На втором шаге работы фильтра Калмана производится вычисление матрицы коэффициентов усиления K_k на основании ковариационной матрицы для экстраполированного вектора состояния:

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1}. \quad (14)$$

С помощью матрицы коэффициентов можно получить скорректированную оценку вектора состояния системы и ковариационной матрицы оценки вектора состояния:

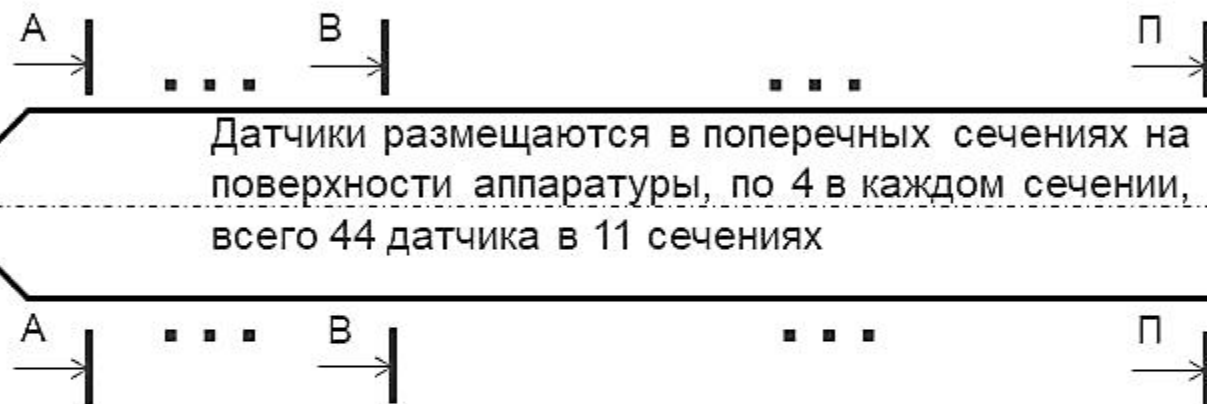
$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}); \quad (15)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}. \quad (16)$$

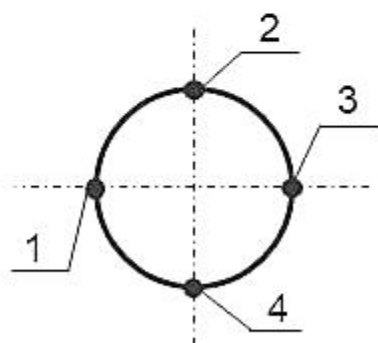
Оценка вектора состояния системы и его ковариационная матрица могут в дальнейшем использоваться в регрессионном анализе при определении критериальных соотношений для параметров внешнего теплообмена аппаратуры.

Условная схема аппаратуры

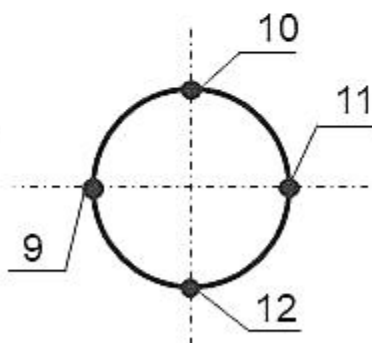
Направление
набегающего
потока



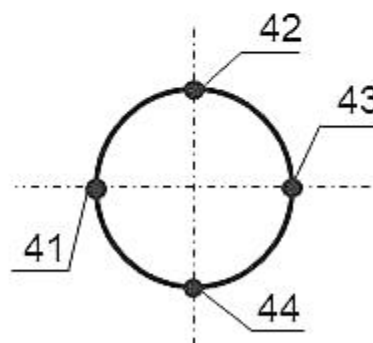
A-A



B-B



П-П



Математическая модель
теплообмена аппаратуры с
сосредоточенными
параметрами состоит из
170 элементов.

Алгоритм реализован в программном приложении численного анализа ММТ с сосредоточенными параметрами. Параметры модели:

- вектор измерения имеет размерность (44×1) ;
- расширенный вектор состояния имеет размерность $((170 + 44 \times 2) \times 1)$.

Дисперсии ошибок оценивания в начальный момент времени оценивались по порядку диапазона начальных значений этих величин и принимались равными:

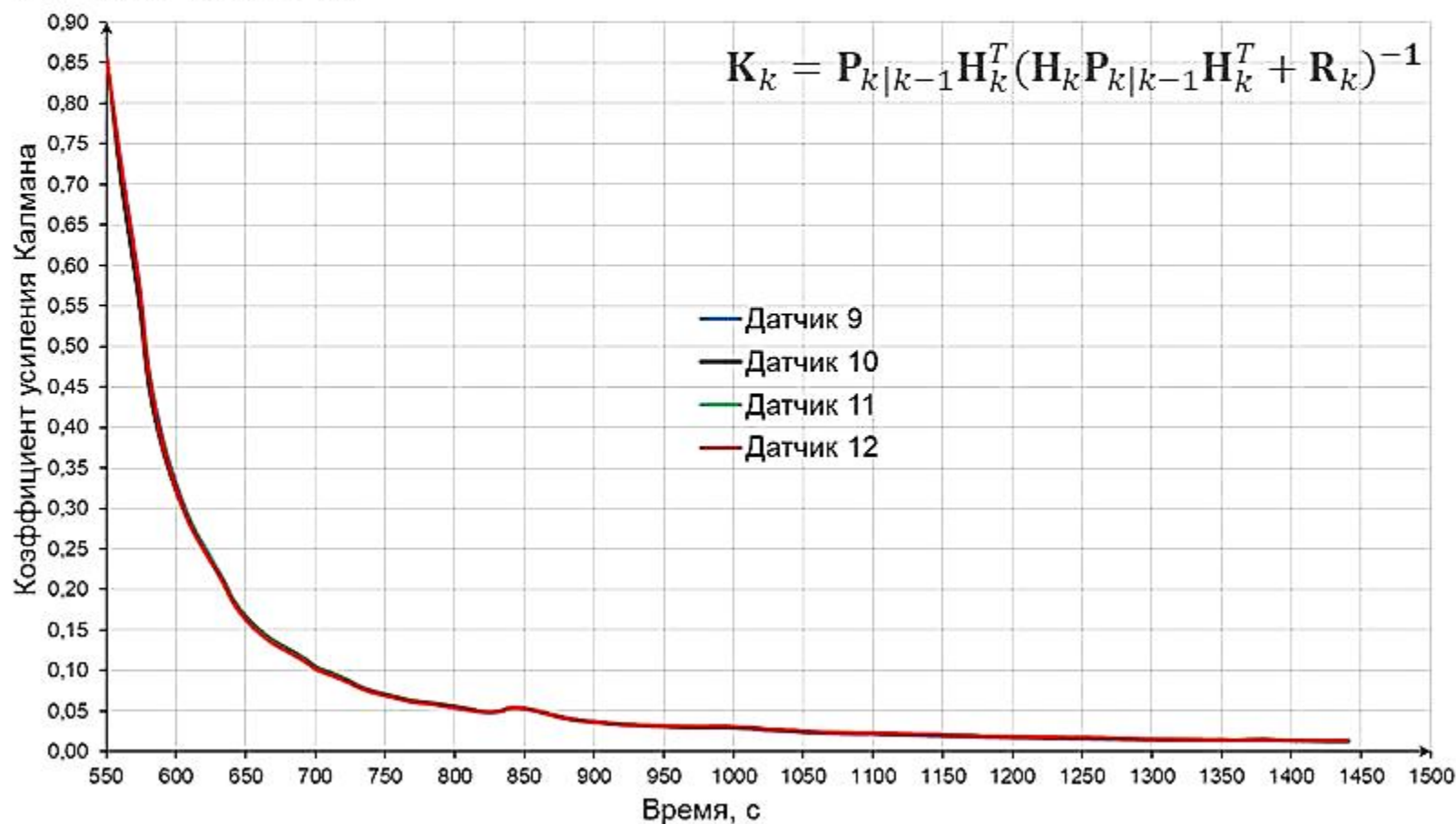
- 0,09 для температур;
- 0,01 для поправочных коэффициентов к числу Маха;
- 400 для коэффициентов теплоотдачи.

Проведена верификация разработанного алгоритма на экспериментальных данных.

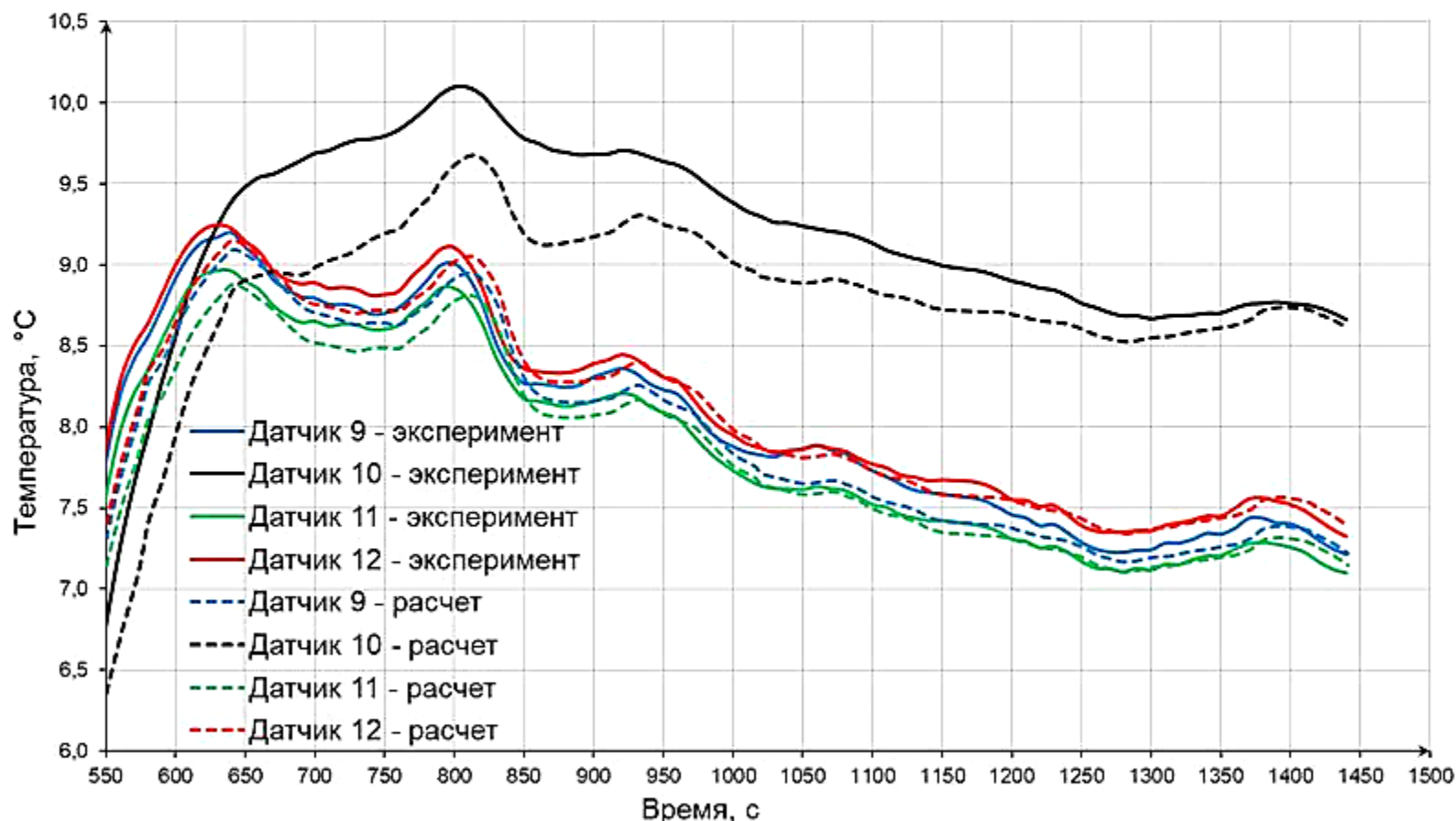
Численный анализ показывает, что коэффициенты теплоотдачи и поправочные коэффициенты к числу Маха, как правило, сходятся к стационарным значениям менее чем за 60 шагов фильтра Калмана.

На следующих слайдах приведены результаты работы алгоритма для датчиков №№ 9-12 на испытательном режиме, соответствующем аэродинамическому нагреву аппаратуры на высоте $H=1000$ м при скорости набегающего потока $M=0,55$.

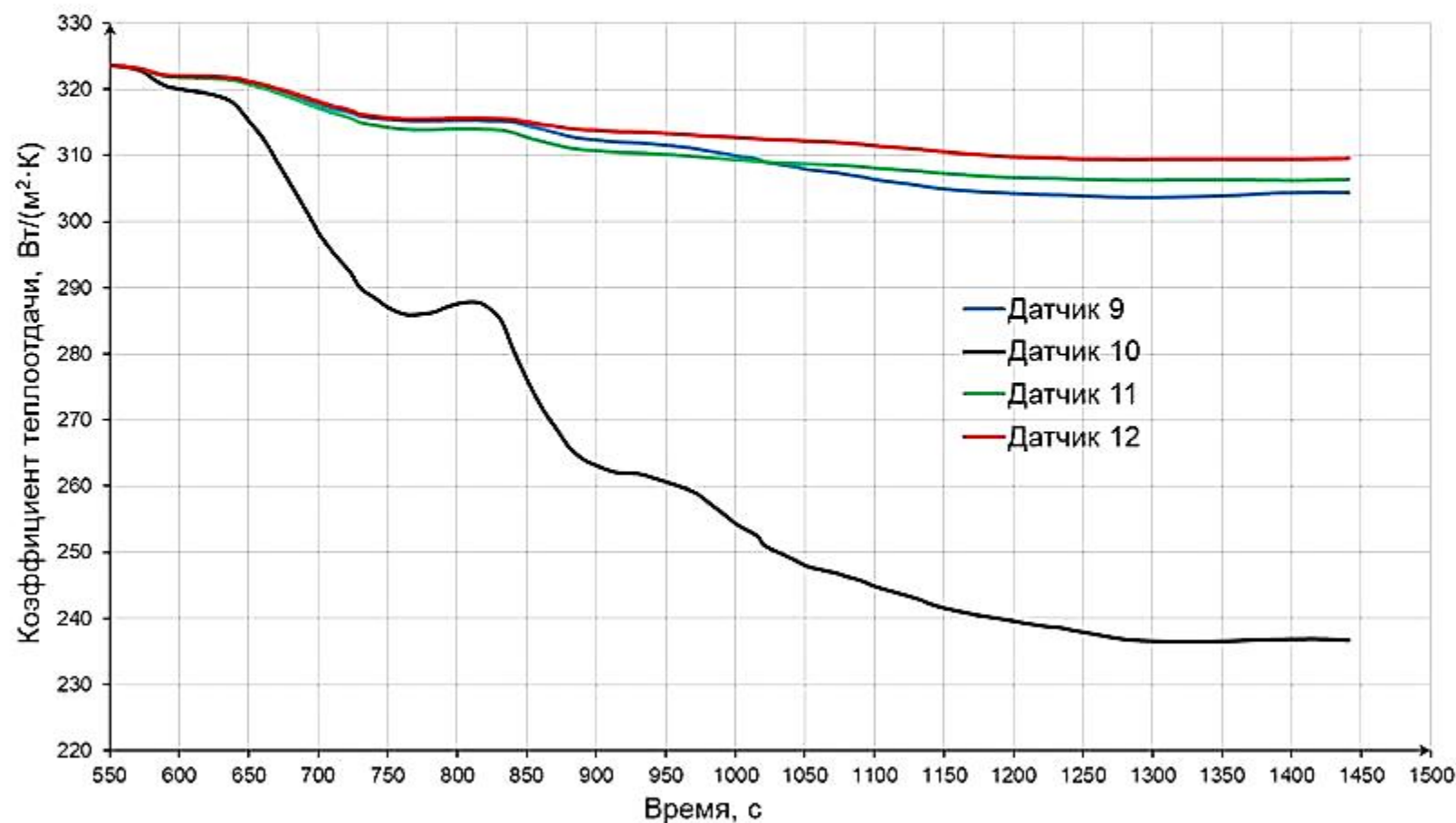
Коэффициенты усиления Калмана, соответствующие показаниям датчиков №№ 9-12



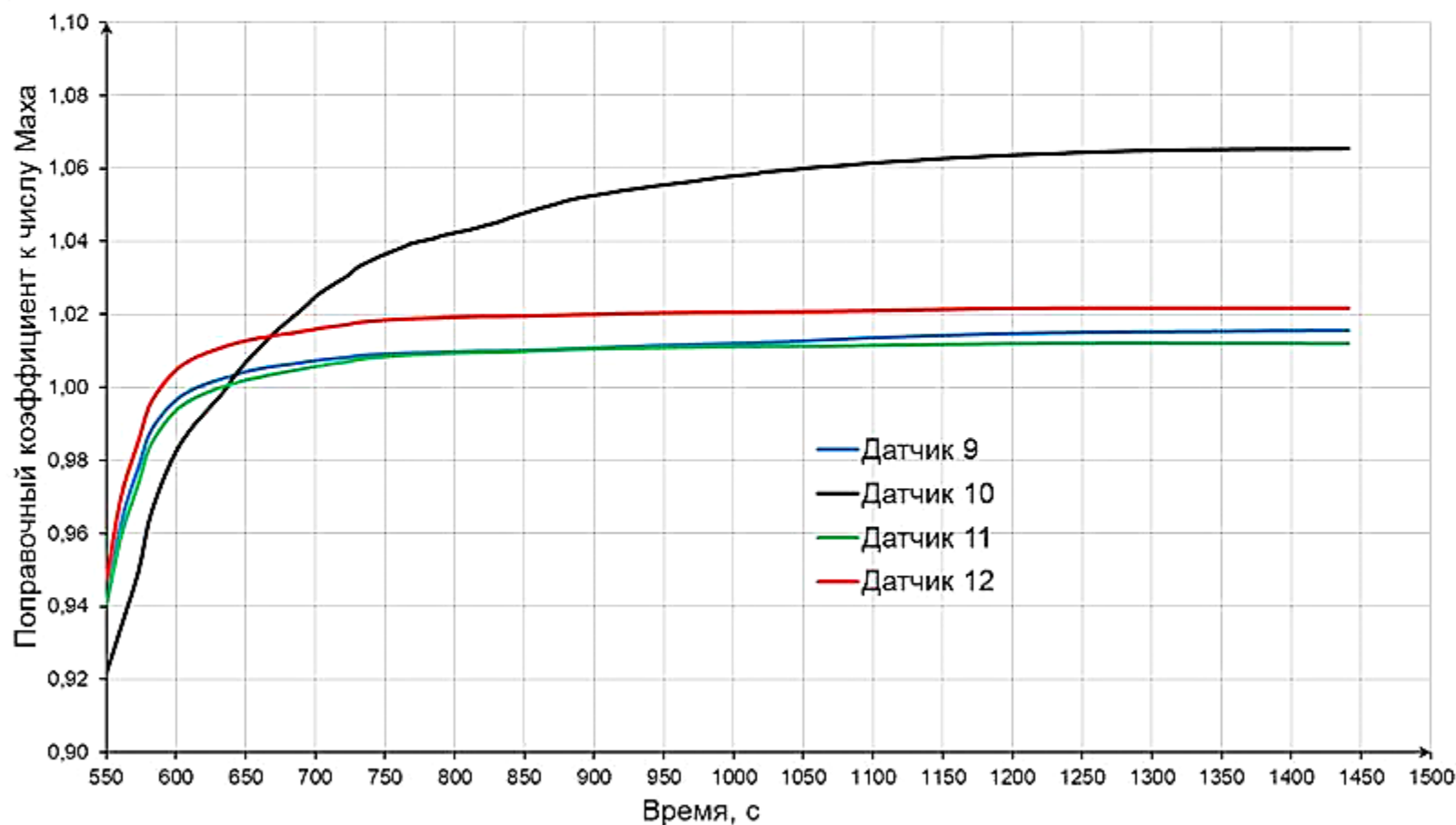
Температуры в зонах датчиков №№ 9-12, полученные экспериментально и в процессе расчета вектора состояния системы с использованием фильтра Калмана



Идентифицированные коэффициенты теплоотдачи в зонах датчиков №№ 9-12



Идентифицированные поправочные коэффициенты к числу Маха в зонах датчиков №№ 9-12



Заключение

Рассмотрен способ идентификации параметров внешнего теплообмена ММТ с сосредоточенными параметрами, описывающей теплообмен аппаратуры в условиях аэродинамического нагрева, с применением расширенного фильтра Калмана.

Оценка вектора состояния системы и его ковариационная матрица могут в дальнейшем использоваться в регрессионном анализе при определении критериальных соотношений для параметров внешнего теплообмена аппаратуры

Алгоритм реализован в программном приложении численного анализа ММТ с сосредоточенными параметрами. Проведена верификация разработанного алгоритма на экспериментальных данных. Численный анализ показывает, что коэффициенты теплоотдачи и поправочные коэффициенты к числу Маха, как правило, сходятся к стационарным значениям менее чем за 60 шагов фильтра Калмана.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!