РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Нерешённые проблемы при численном решении уравнения переноса излучения

Доклад посвящён 70летию РФЯЦ-ВНИИТФ

Когда вопросы не решены вовремя - наступает время нерешённых проблем...

А.А. Шестаков

Основные нерешённые проблемы в переносе нейтронов (сформулированные Карлсоном в 1972 году в сборнике ‘Вычислительные методы в физике реакторов’, с.154)

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

1. *Проблема сходимости разностного решения МДО к аналитическому решению УП.*

2. *Вопрос о сходимости итерационного процесса.*

3. *Построение разностных соотношений, которые были бы относительно просты при их использовании (как схемы St и DD), но являлись бы более точными.*

4. *Насколько обосновано использование моментных уравнений.*

Использование моментных уравнений

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

1. Метод моментов Крука, 1955

2. Квазидиффузионное приближение Гольдина В.Я.,1963 (приближение Эддингтона, 1916)

3. Pn-приближение (метод сферических гармоник, Джинс, 1917, P1-приближение Маршака, 1958)

4. Диффузионное приближение (приближение Фика, 1947)

5. Трехтемпературное приближение (1974 – Лыков В.А. для ЭРЫ, Т-75, INB; во ВНИИЭФ – Авраменко М.И. для СНД)

6. Приближение лучистой теплопроводности (приближение Росселанда, 1930)

7. Приближение 'вперед-назад' (приближение Шустера-Шварцшильда, 1905)

Ответы на сформулированные Карлсоном проблемы в переносе нейтронов

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

1. ***Получены оценки погрешности*** *основных разностных схем, используемых при решении УП (в простейших случаях – аналитически, в общем случае – численно в расчетах на сходимость).*

2. ***Получены оценки сходимости*** *большинства итерационных процессов (в простейших случаях – аналитически, в общем случае – численно в расчетах на сходимость).*

3. ***Построены разностные соотношения****, которые были бы так же просты, как схемы St и DD, но являлись бы более точными. На основе схемы St построена* ***TVDR схема****, обладающая улучшенной монотонностью по сравнению со схемой DD и повышенным порядком аппроксимации по сравнению со схемой St. На основе схемы DD построена* ***DDAD схема****, обладающая улучшенной монотонностью по сравнению со схемой DD и повышенным порядком аппроксимации по сравнению со схемой St.*

   Однако до сих пор в переносе нейтронов используется схема DD/St, которая является нелинейной, хотя и состоит из двух линейных схем, и может давать нефизические решения (например, в тесте Кондакова И.А., 2003 г.).

4. *Современные ВК позволяют использовать в переносе нейтронов кинетическую модель в любых многомерных геометриях, поэтому моментные уравнения практически* ***не используются****, что снимает вопрос с их обоснованием.*

Основные проблемы в переносе теплового излучения осложняются из-за нелинейности совместной системы уравнений энергии и переноса фотонов

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

1. Проблема сходимости разностного решения к точному.

2. Вопрос о сходимости итерационных процессов ещё более актуален.

3. Построение монотонных разностных схем выше первого порядка аппроксимации.

4. Обоснование использования моментных уравнений.

3. Построение разностных соотношений, которые были бы относительно просты при их использовании (как схемы St и DD), но являлись бы более точными и монотонными

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

В классе линейных схем монотонной разностной схемы 2 порядка аппроксимации для уравнения переноса **не существует** (теорема Годунова).

В классе нелинейных схем монотонную разностную схему 2 порядка аппроксимации для уравнения переноса построить **не удалось**. Удаётся построить монотонную схему повышенного (>1) порядка аппроксимации.

При решении третьей проблемы Карлсона (построении монотонных схем 2 порядка) мы рассматривали два подхода.

1. **В первом** подходе за основу бралась монотонная схема 1 порядка (St схема). Не теряя свойство монотонности, порядок аппроксимации повышался за счёт использования односторонних производных (TVD-реконструкция).
2. **Во втором** подходе за основу бралась немонотонная схема 2 порядка (DD схема). Для сохранения свойства монотонности строился специальный алгоритм, гасящий численные осцилляции и не нарушающий порядок схемы (монотонизатор).

В первом подходе построено несколько TVDR схем на основе TVD-реконструкции монотонной линейной St схемы.

Во втором подходе построено несколько схем на основе линейной DD схемы с монотонизаторами, использующими искусственную диссипацию из анализа невязки (DSt, LC, LM - варианты DDAD схемы).

1. Проблема сходимости разностных схем TVDR

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Сходимость нелинейных схем TVDR аналитически пока показать **не удалось**, поэтому в производственных задачах приходится показывать сходимость численно на последовательности сгущающихся сетках (что в многомерных геометриях достаточно дорого).

Из теории разностных схем известно, что классические аппроксимации метода DSn - неявные схемы St и DD безусловно устойчивы. Возникает вопрос: будут ли безусловно устойчивыми неявные схемы TVDR?

В работе [ВАНТ,2023,в.1,с.3-16] проведены аналитические исследования устойчивости разностных схем TVDR с использованием спектрального признака Неймана. Показано, что использование ограничителей с предыдущего шага в схемах TVDR может привести к появлению ограничений на шаг по времени.

Основные выводы из этой работы.

Устойчивость явных TVD и TVDR схем зависит от числа Куранта, дающего ограничение на шаг по времени.

Устойчивость неявной TVD схемы не зависит от шага по времени, но накладывает требования на выбор ограничителей;

Условия устойчивости для неявных TVDR схем накладывают требования на выбор ограничителей и зависят от числа Куранта, что плохо для неявных схем, т.к. приводит к ограничениям временного шага.

2. Вопрос о сходимости итерационного процесса

При совместном решении уравнения энергии и уравнения переноса излучения используется **итерационный метод ВДЭПФ**.

Для одномерного уравнения переноса с постоянным коэффициентом поглощения в работе [ВАНТ, 2016, в.2, с.3-16] проведены аналитические исследования скорости сходимости итераций и показана безусловная сходимость метода ВДЭПФ.

Основные выводы.

1. Метод ВДЭПФ является **эффективным методом ускорения** итераций при решении уравнения переноса теплового излучения в различных приближениях как в оптически плотной, так и в оптически прозрачной средах.
2. **К недостаткам** метода ВДЭПФ можно отнести зависимость скорости сходимости итераций от пространственной сетки.
3. Для двумерного уравнения переноса с произвольным коэффициентом поглощения проведены **численные исследования** скорости сходимости итераций, которые показали снижение скорости сходимости итераций по сравнению с одномерным случаем и зависимость от пространственной и временной сеток.

4. Насколько обосновано использование моментных уравнений

РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Используемые системы моментных уравнений при решении переноса теплового излучения

1. ЛТП приближение

2. ЗТ приближение

3. Диффузионное приближение

4. КП приближение

5. КД приближение

6. Р1 приближение

7. Р1/3 приближение

Можно ли получить решение в моментных приближениях, совпадающее с решением кинетического уравнения?

Заключение

I. В настоящее время **основные нерешенные проблемы** в переносе нейтронов, сформулированные Карлсоном в 1972 году, **решены**. Осталось только научиться

1. решать уравнение переноса **в сферической системе координат** на нерегулярной сетке в многоблочной постановке;
2. решить **проблему упорядочивания в трехмерном случае** на нерегулярных сетках.

II. Нерешенными проблемами при численном решении уравнения переноса теплового излучения остаются:

1. Создание **монотонных разностных схем** второго и выше (≥2) порядков аппроксимации.
2. Нахождение **квадратурных формул** для точной аппроксимации односторонних потоков от постоянной интенсивности.
3. Построение **эффективного итерационного метода**, не зависящего от пространственной сетки (для расчетов на сходимость).
4. **Создание аппроксимаций** СУПТИ, максимально независимых от сеточных эффектов.
5. **Проблема упорядочивания в трехмерном случае** на нерегулярных сетках.