ЗАБАБАХИНСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ 2025

XVII Международная конференция
19–23 мая 2025 г., Снежинск, Россия

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ СЖАТИЯ В КВАЗИСОГЛАСОВАННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ В РЕЗУЛЬТАТЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НЕПРОНИЦАЕМЫМ ПОРШНЕМ НА ДВУМЕРНУЮ МИШЕНЬ

Е. И. Понькин[1]

[1]ФГУП «Производственное объединение «Маяк»

Озерск – 2025

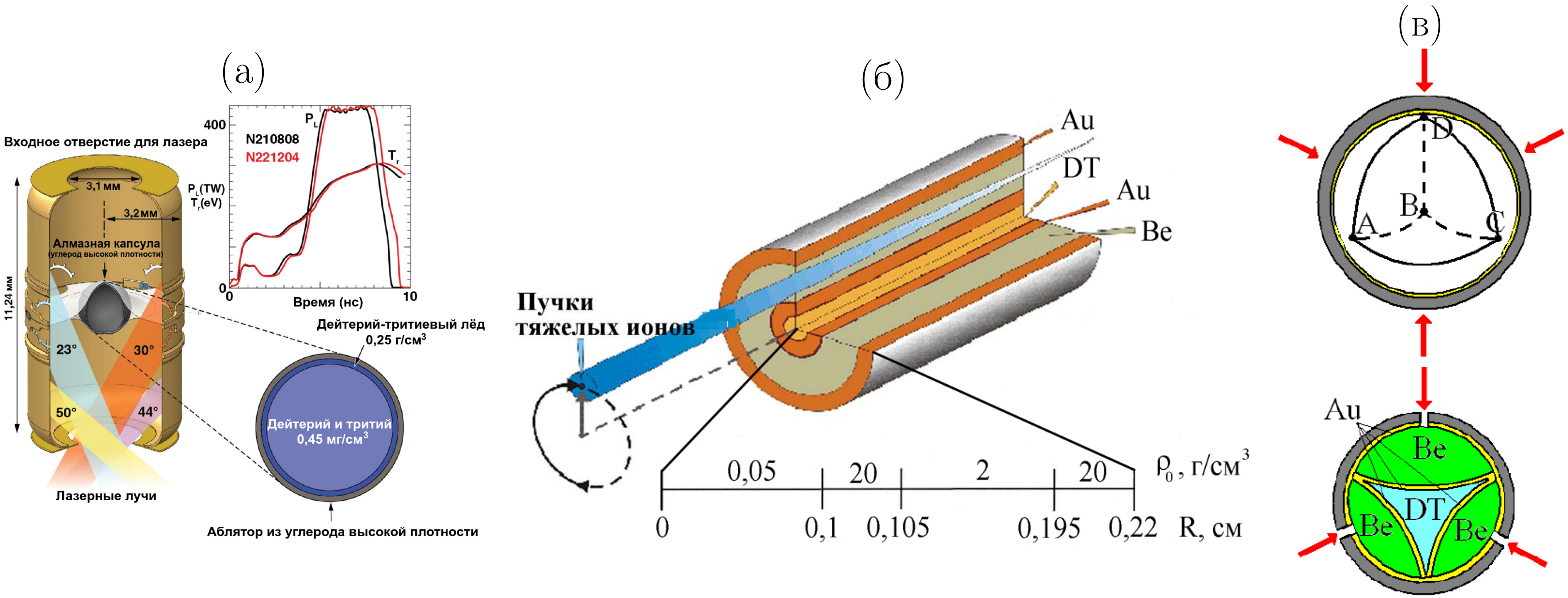
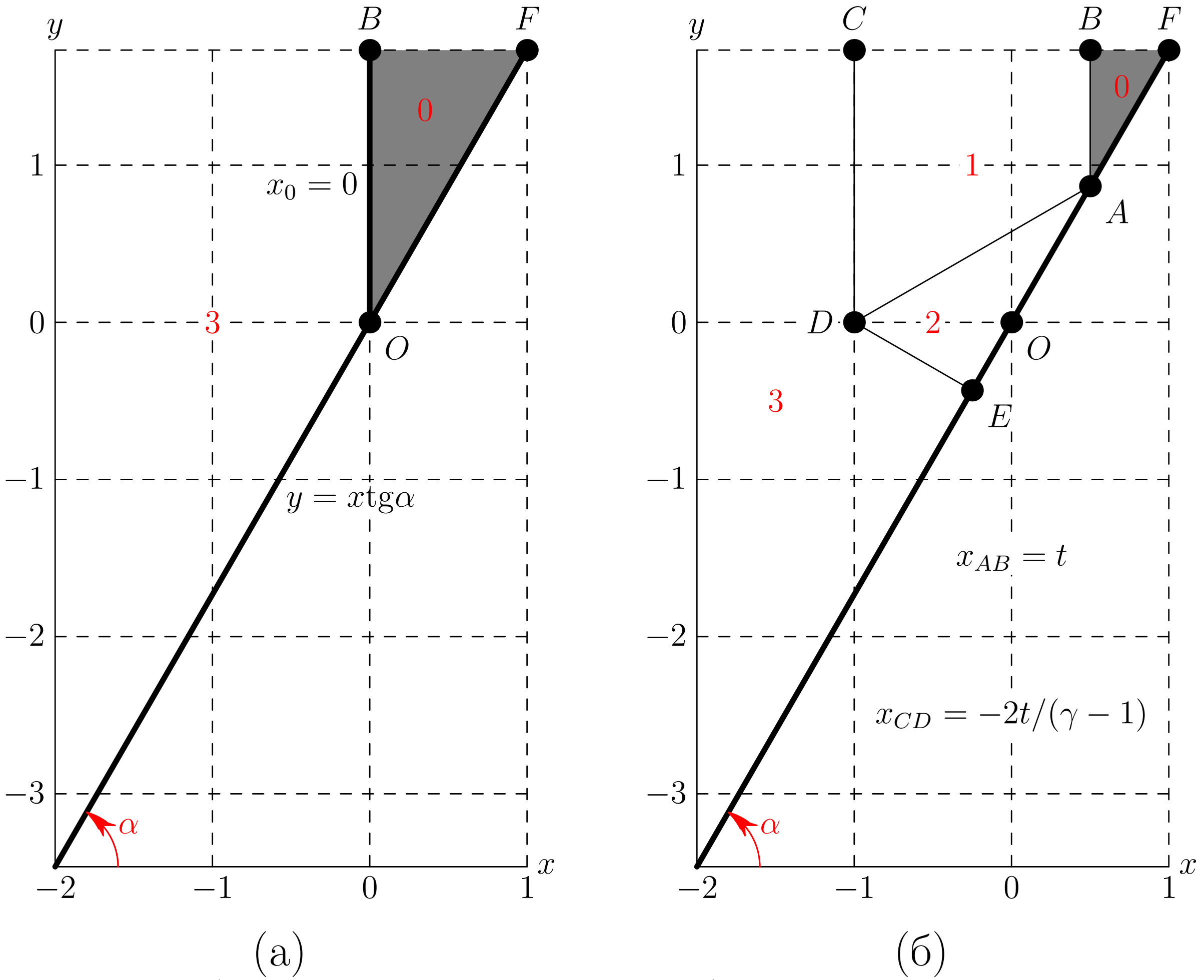


Рисунок 1 – (а) Сферическая мишень и подвес для реализации ЛТС[1]. (б) Цилиндрическая мишень для реализации БСС в УТС[2]. (в) 3D Мишень для получения термоядерных реакций[3].

[1]Achievement of Target Gain Larger than Unity in an Inertial Fusion Experiment [Text] / H. Abu-Shawareb [et al.] // Physical Review Letters. – 2024. – Feb. – Vol. 132, no. 6. – P. 065102.

[2]Г. В. Долголева, А. В Забродин. *Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия*. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 72 с.

[3]Мишень для получения термоядерных реакций. С. П. Баутин. Патент на изобретение №2432627, 2010.



0 – покоящийся газ; 1 – область течения ЦВ; 2 – область течения ДВ; 3 – область вакуума

Рисунок 2 – Конфигурация потока[1,2] в момент $t = 0$ (а) и $t > 0$ (б)

[1] *Сучков В. А.*, Истечение в вакуум на косой стенке [Текст] / В. А. Сучков // ПММ. – 1963. – Т. 27, № 4. – С. 739–740.

[2] *Баутин С. П.*, Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум [Текст] / С. П. Баутин, С. Л. Дерябин. – Новосибирск : Наука, 2005. – 390 с.

Течение в области двойной волны описывается решением НКЗ

$$\begin{cases} \left[\mathbf{B} - f'(\xi)\,\mathbf{A}\right]\mathbf{U}_\vartheta + \mathbf{A}\mathbf{U}_\xi = 0, \\ \mathbf{U}\big|_{\vartheta=0} = \mathbf{U}_0, \quad v\big|_{\vartheta=f(\xi)+\xi\,\mathrm{tg}\,\alpha} = u\,\mathrm{tg}\,\alpha\big|_{\vartheta=f(\xi)+\xi\,\mathrm{tg}\,\alpha}, \end{cases} \tag{1}$$

в пространстве переменных $\xi = \dfrac{x}{t}$, $\vartheta = \dfrac{y}{t} - f(\xi)$ в виде сходящегося ряда по степеням ϑ:

$$\mathbf{U}(\xi,\vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(\xi)\frac{\vartheta^k}{k!}, \quad \mathbf{U}_k(\xi) = \left.\frac{\partial^k \mathbf{U}}{\partial \vartheta^k}\right|_{\vartheta=0}, \quad \mathbf{U} = (c,\, u,\, v)^{\mathrm{T}}. \tag{2}$$

Первые коэффициенты вектора $\mathbf{U}$ в общем несогласованном случае $(\gamma \neq 3)$ задаются выражениями[3]

$$c_1(\xi) = \frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\frac{c_0^2+f^2}{c_0 f}M(\xi)^{-1}, \quad u_1(\xi) = \frac{c_1(\xi)}{\varkappa}\cdot\frac{c_0 f'}{c_0 f' - f}, \quad v_1(\xi) = -\frac{c_1(\xi)}{\varkappa}\cdot\frac{c_0}{c_0 f' - f}, \tag{3}$$

где $M(\xi)$ равно

$$M(\xi) = c_0^{1/\varkappa}\left(\frac{\varkappa-1}{2\varkappa}\,\mathrm{tg}^2\,\alpha + \frac{3}{2\,\mathrm{tg}^2\,\alpha} + \frac{3}{2} - \varkappa + \frac{1}{2\varkappa}\right) + \varkappa + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\varkappa} + \frac{\varkappa+1}{2\varkappa}\frac{f^2}{c_0^2} - \frac{1}{2}\frac{c_0^2}{f^2} -$$
$$- \frac{2\varkappa+5}{2}c_0^{1/\varkappa}\left(I(\xi) - I(1)\right), \quad I(\xi) = \int \frac{dz}{z^2\left(\beta + z^{1-\varkappa}\left(\mathrm{tg}^2\,\alpha - \beta\right)\right)}, \quad z = c_0(\xi)^{1/\varkappa}. \tag{4}$$

[3] *Ponkin, E. I.* Construction of a self-similar solution to the system of gas dynamics equations describing the outflow of polytropic gas into vacuum from an inclined wall in the inconsistent case [Text] / E. I. Ponkin // Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences. – 2023. – Vol. 27, no. 2. – P. 336–356.

Для анализа газодинамических свойств течения разрежения/сжатия в области ДВ рассмотрим квазисогласованное приближение[4], когда выполняется неравенство

$$\operatorname{tg}^2\alpha \neq \beta, \quad \beta = \frac{\gamma+1}{3-\gamma}, \tag{5}$$

но коэффициенты $c_k(\xi)$, $u_k(\xi)$ и $v_k(\xi)$ ряда (2) при $k \geq 2$ равны нулю. Тогда функции $c(\xi,\vartheta)$, $u(\xi,\vartheta)$ и $v(\xi,\vartheta)$ можно записать в следующем виде

$$c(\xi,\vartheta) = c_0(\xi) + c_1(\xi)\vartheta, \quad u(\xi,\vartheta) = u_0(\xi) + u_1(\xi)\vartheta, \quad v(\xi,\vartheta) = v_1(\xi)\vartheta. \tag{6}$$

Область течения газа типа ДВ в квазисогласованном приближении при его разлете в вакуум на косой стенке ограничена тремя кривыми:

- Косой стенкой AE, задаваемой уравнением $\eta = \xi \operatorname{tg}\alpha$,
- Звуковой характеристикой AD, задаваемой уравнением

$$f(\xi) = \begin{cases} c_0\sqrt{\beta - c_0^{1/\varkappa-1}\left(\beta - \operatorname{tg}^2\alpha\right)}, & \text{если} \quad \operatorname{tg}^2\alpha < \beta, \\ c_0\sqrt{\beta + c_0^{1/\varkappa-1}\left(\operatorname{tg}^2\alpha - \beta\right)}, & \text{если} \quad \operatorname{tg}^2\alpha > \beta, \end{cases} \tag{7}$$

- Границей газ–вакуум DE – определяется из решения уравнения

$$c = 0, \quad \eta = f(\xi) - c_0(\xi)/c_1(\xi). \tag{8}$$

[4] В квазисогласованном приближении справедливо соотношение между функциями c, u и v

$$c = 1 + \varkappa u + \varkappa\frac{f(\xi)}{c_0}v \text{ – криволинейная поверхность в переменных } u, v,$$

а в согласованном случае

$$c = 1 + \varkappa u + \varkappa\sqrt{\beta}v \text{ – плоскость в переменных } u, v.$$

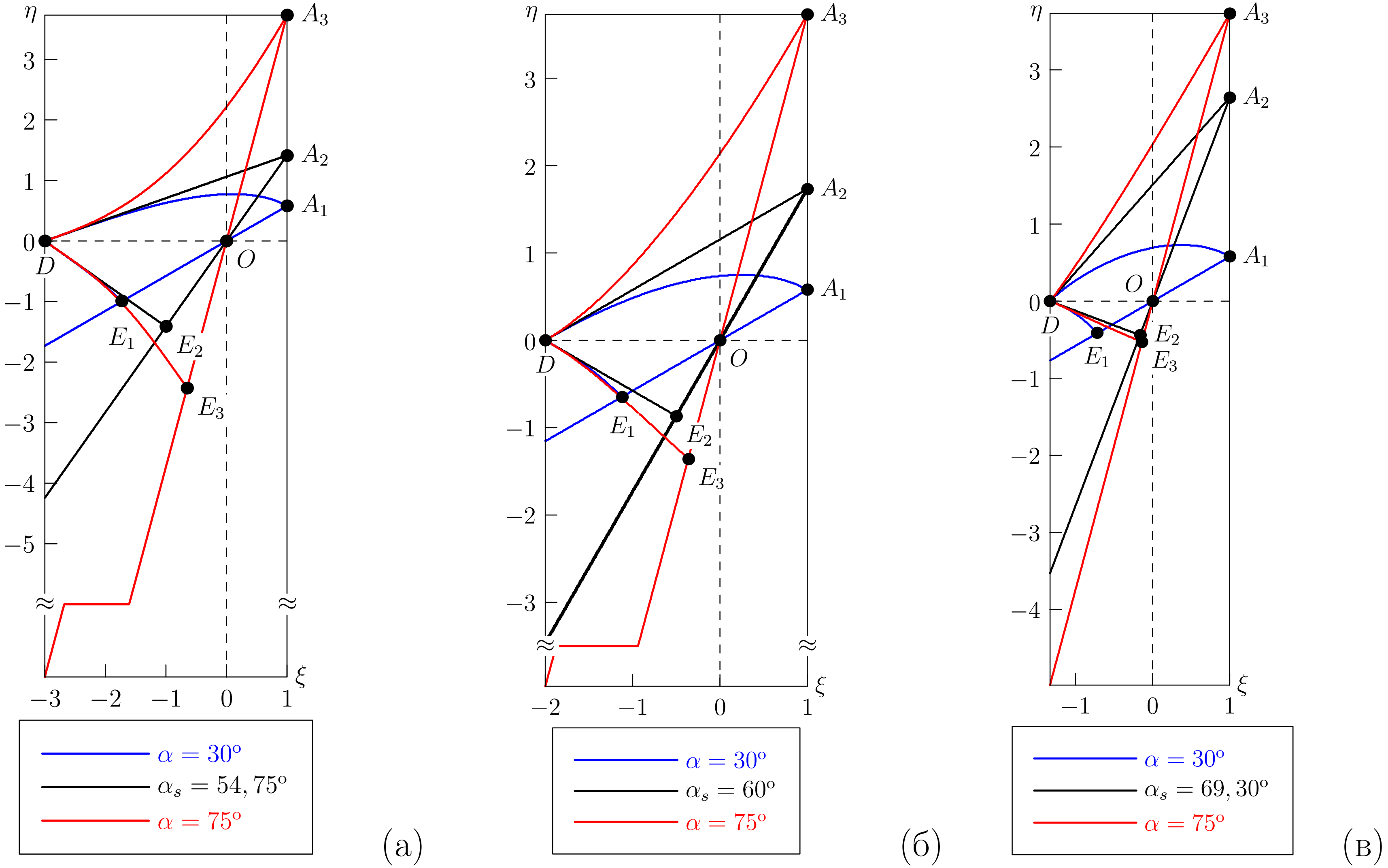


Рисунок 3 – Конфигурация течения в области ДВ
при $\gamma = 5/3$ (а), $\gamma = 2$ (б), $\gamma = 5/2$ (в) и $\alpha = \pi/6$, α_s, $5\pi/12$

В окрестности точки D обе кривые A_1D, A_3D стремятся к прямой A_2D, через которую стыкуются области течения ЦВ и ДВ в согласованном случае, так как при $c_0 \to 0$ значение $\beta \gg c_0$, отсюда

$$f(\xi) = c_0(\xi)\sqrt{\beta + c_0(\xi)^{1/\varkappa - 1}\left(\operatorname{tg}^2\alpha - \beta\right)} \approx c_0(\xi)\sqrt{\beta}. \tag{9}$$

Граница газ–вакуум DE при $\alpha \neq \alpha_s$ в окрестности точки D также стремится к прямой $DE \perp AE$ в согласованном случае[5]. При $\gamma = 5/3$ и $\alpha = \pi/6$ выражение для $c_1(\xi)$ имеет вид

$$c_1(\xi) = \frac{9 - 5c_0^2}{2\sqrt{3}\sqrt{6 - 5c_0^2}} \cdot \frac{1}{M(\xi)}, \tag{10}$$

где $M(\xi) = 4,75 + 0,2083c_0^2 + 1,875c_0^3 - \dfrac{3}{12 - 10c_0^2} - 1,6165c_0^3 \ln \dfrac{0,0455(c_0 + 1,0954)}{1,0954 - c_0}$.

Подставим в (10) выражение (8), получим

$$\eta = f(\xi)\left(1 - \frac{6M(c_0(\xi))}{9 - 5c_0^2(\xi)}\right). \tag{11}$$

При $c_0 \to 0$ (окрестность точки D) уравнение (11) принимает вид

$$\eta = f(\xi)\left(1 - \frac{6M(c_0(\xi))}{9 - 5c_0^2(\xi)}\right) \approx c_0\sqrt{\beta}\left(1 - \frac{1}{\varkappa}\right), \tag{12}$$

последнее выражение совпадает с уравнением границы газ–вакуум в согласованном случае.

[5] *Сучков, В. А.* Двойные волны плоского потенциального течения политропного газа [Текст] / В. А. Сучков // Тр. МИАН СССР. – 1966. – Т. 74. – С. 156–167.

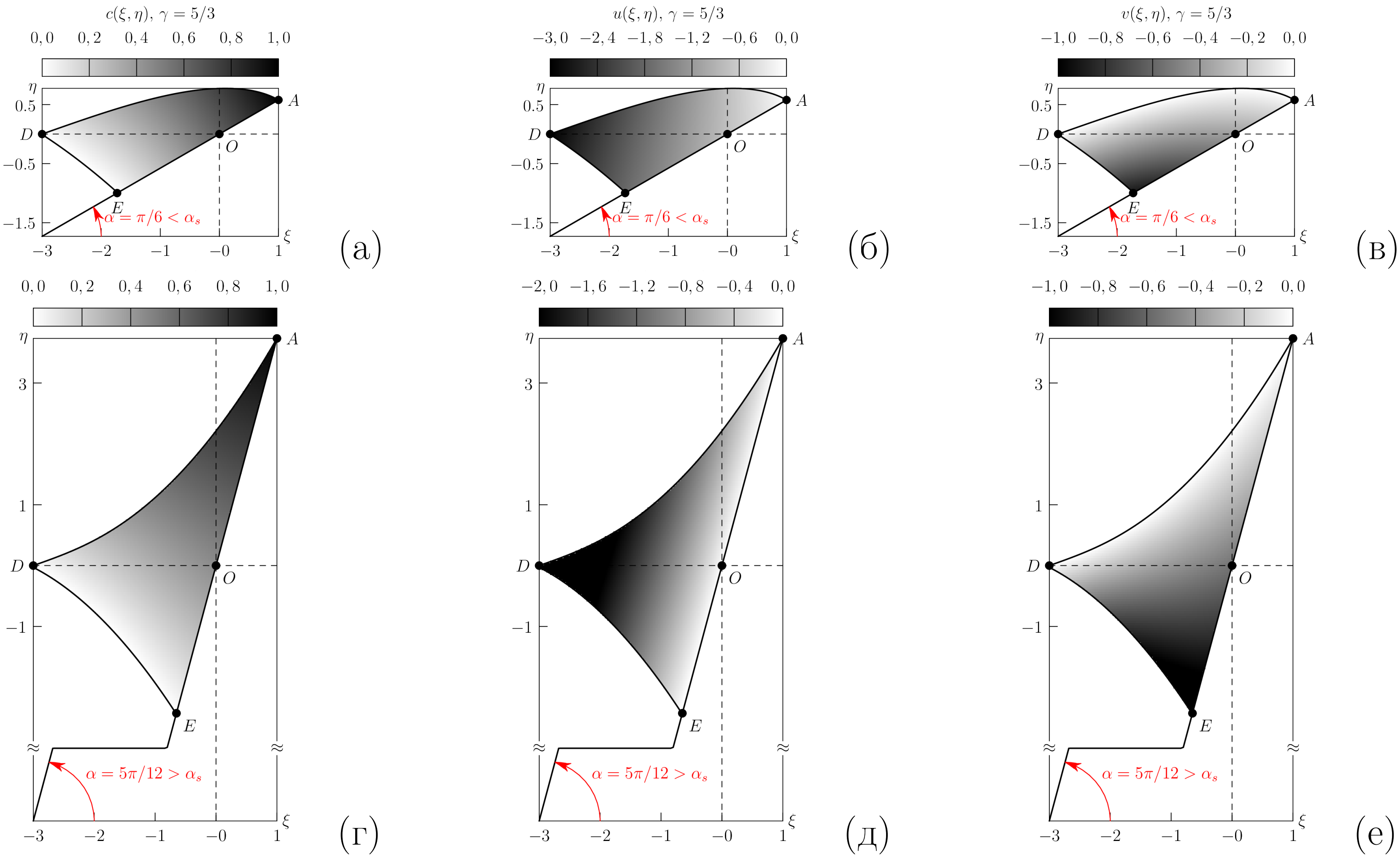


Рисунок 4 – Поверхность функций $c(\xi,\eta)$ (а, г), $u(\xi,\eta)$ (б, д), $v(\xi,\eta)$ (в, е) в области ДВ в квазисогласованном приближении при разлете водорода в вакуум на косой стенке при $\alpha = \pi/6 < \alpha_s$ и $\alpha = 5\pi/12 > \alpha_s$

Выражение для $c_1(\xi)$ в несогласованном случае

$$c_1(c_0(\xi)) = \frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\frac{c_0^2+f^2}{c_0 f(c_0(\xi))}\frac{1}{M(c_0(\xi))}. \qquad (13)$$

Знаменатель функции $c_1(c_0(\xi))$ при $c_0 = c_0^*$ равен нулю, где c_0^* определяется из следующего условия

$$c_0^* = \min\left\{\left(\frac{\beta}{\beta-\operatorname{tg}^2\alpha}\right)^{\frac{\varkappa}{1-\varkappa}}, \quad M(c_0(\xi)) = 0\right\}, \qquad (14)$$

при выполнении которого в точке c_0^* существует особенность построенного решения[6]. Так как по определению $c_1(\xi) = \frac{\partial c}{\partial\vartheta}\Big|_{\vartheta=0}$, то

$$\lim_{c_0\to c_0^*} c_1(\xi) = \lim_{\xi\to\xi_*}\frac{\partial c}{\partial\vartheta}\bigg|_{\vartheta=0} = \infty, \qquad (15)$$

то есть наступает градиентная катастрофа.

[6]Для случая водорода $M(\xi)$ равно:

$$M(\xi) = -3c_0^3 + 1,125c_0^3\operatorname{tg}^2\alpha + \frac{3c_0^3}{2\operatorname{tg}^2\alpha} + 4,25 - \frac{1}{8}c_0^2(\operatorname{tg}^2\alpha-2) - \frac{0,5}{2+c_0^2(\operatorname{tg}^2\alpha-2)} - \frac{17\sqrt{2}}{16}c_0^3(\operatorname{tg}^2\alpha-2)^{3/2}\left(\operatorname{arctg}\frac{c_0}{\sqrt{2/(\operatorname{tg}^2\alpha-2)}} - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tg}^2\alpha-2)}\right), \quad \operatorname{tg}^2\alpha > \beta,$$

$$M(\xi) = c_0^3\left(\frac{8}{3} - \operatorname{tg}^2\alpha + \frac{3}{2\operatorname{tg}^2\alpha}\right) - \frac{2}{3} - \frac{1}{2(2-c_0^2(2-\operatorname{tg}^2\alpha))} + 2(2-c_0^2(2-\operatorname{tg}^2\alpha)) + \frac{17}{6}c_0^3\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c_0^3}-1\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{2-\operatorname{tg}^2\alpha}{2}\right)\left(\frac{1}{c_0}-1\right) - \frac{3}{4}\left(\frac{2-\operatorname{tg}^2\alpha}{2}\right)^{3/2}\ln\frac{\left(c_0+\sqrt{2/(2-\operatorname{tg}^2\alpha)}\right)\left(1-\sqrt{2/(2-\operatorname{tg}^2\alpha)}\right)}{\left(c_0-\sqrt{2/(2-\operatorname{tg}^2\alpha)}\right)\left(1+\sqrt{2/(2-\operatorname{tg}^2\alpha)}\right)}\right], \quad \operatorname{tg}^2\alpha < \beta.$$

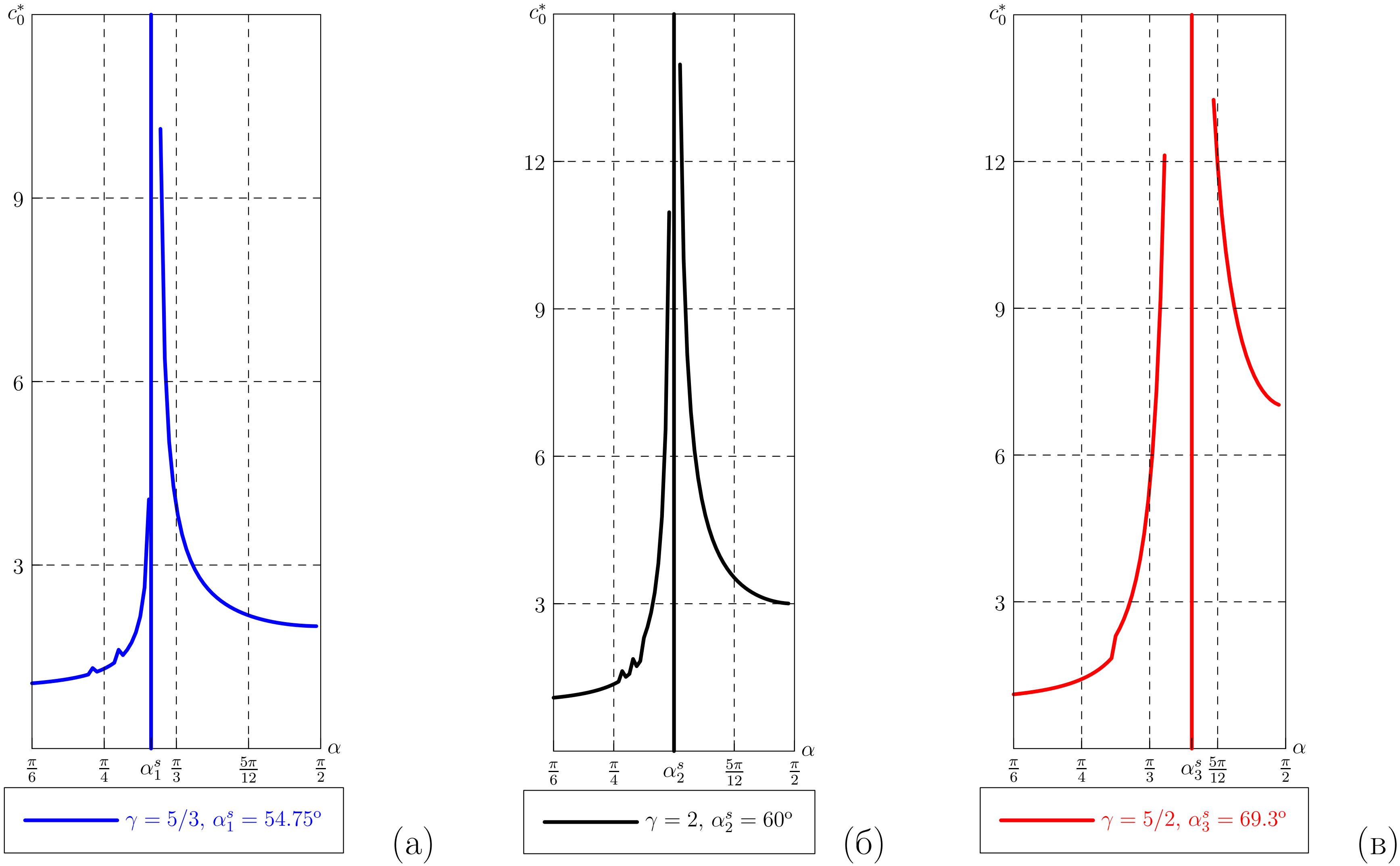


Рисунок 5 – Значение c_0^* в зависимости от значений γ и α

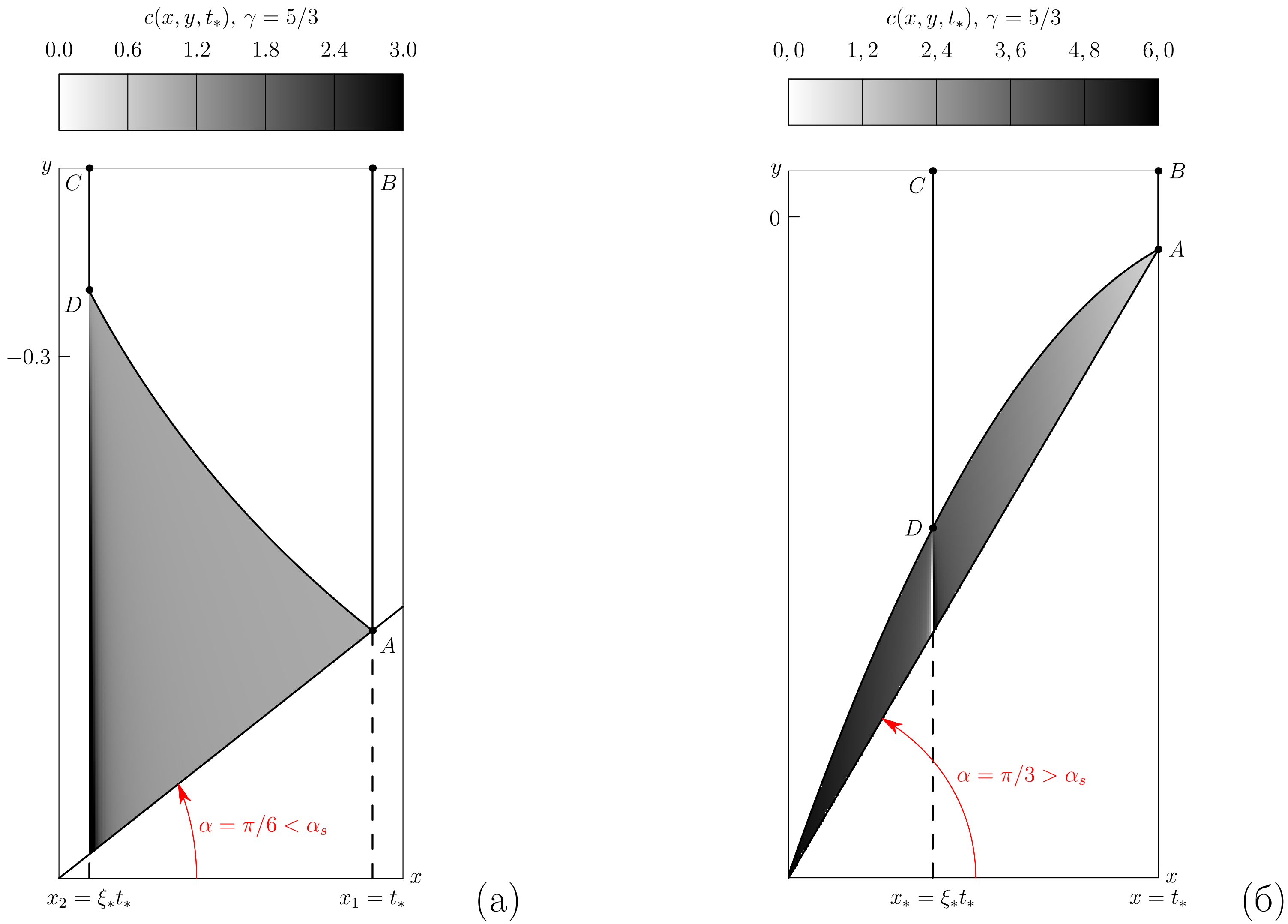


Рисунок 6 – Поверхность функции $c\,(x,\,y,\,t_*)$ в области ДВ в квазисогласованном приближении при $\gamma = 5/3$ и $\alpha = \pi/6 < \alpha_s$ (а), $\alpha = \pi/3 > \alpha_s$ (б)

Выводы

- Рассмотрены свойства течения разрежения и сжатия в области двойной волны, описываемые квазисогласованным приближением решения исходной начально-краевой задачи о разлете газа в вакуум на косой стенке.
- В случае описания разлета газа в вакуум на косой стенке определена конфигурация течения двойной волны и построены поверхности функций $c\,(\xi,\eta)$, $u\,(\xi,\eta)$, $v\,(\xi,\eta)$ в зависимости от значений α, γ.
- При интерпретации решения на сжатие показано, что решение $c_1(\xi)$ содержит особенность, что приводит в течении газа к градиентной катастрофе.
  В газодинамическом смысле это означает, что при безударном сжатии замкнутого объема в течении до момента коллапса $(t_* = 0)$ возникает сильный разрыв (ступенька), что приводит к изменению структуры течения и образованию ударной волны.
- Увеличение количества граней мишени (правильный n-угольник в поперечном сечении) приводит к уменьшению значения угла α, и течение БСС раньше переходит в УВ. Таким образом, когда поверхность мишени стремится к цилиндру (сфере), режим течения сжатия не зависит от внешнего воздействия и всегда представляет собой сходящуюся УВ.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

cpl@po-mayak.ru