



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Некоторые параллельные методы перестройки двумерных сеток

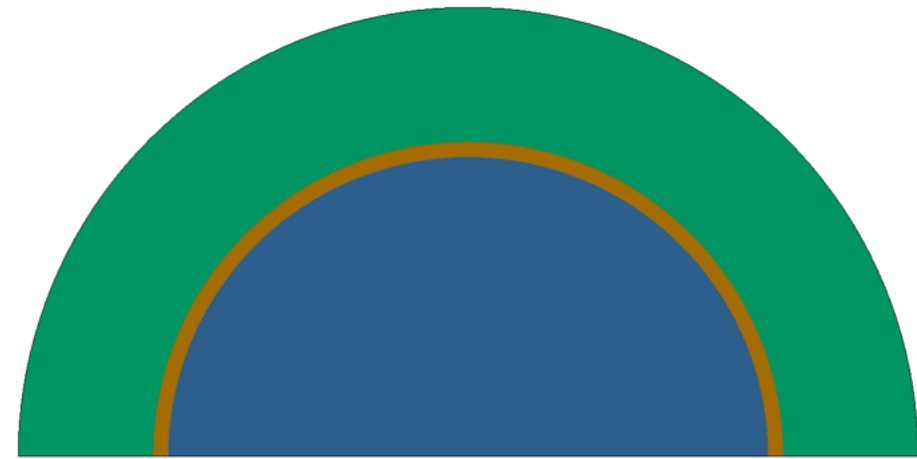
Анисов Вадим Олегович, Вазиев Э. М.

Постановка задачи

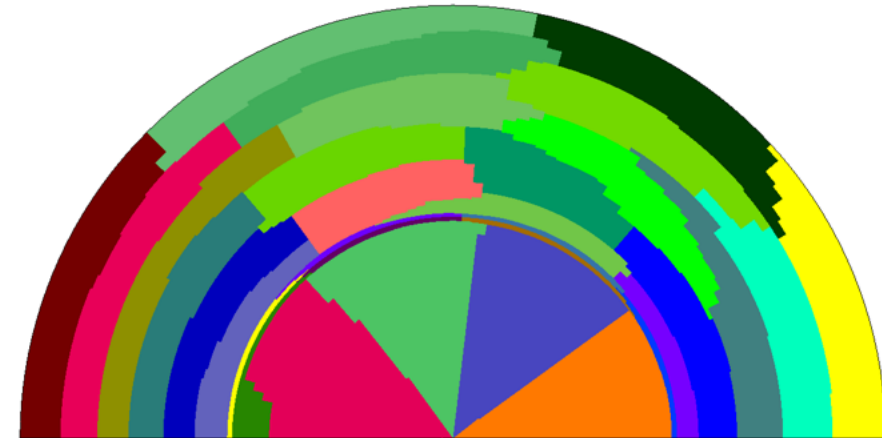


РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Проводится решение уравнений газовой динамики и теплопроводности в лагранжево-эйлеровом подходе с применением неявных конечно-объемных схем
- Расчетная сетка задается набором сеточных областей, каждая со своим типом сетки (нерегулярная, регулярные, каскадные). Обеспечена стыковка сеток узел-в-узел
- Используется топологическая декомпозиция расчетной сетки на параобласти с помощью библиотек scotch [1], metis [2] для организации параллельного счета на распределенной памяти средствами MPI



сеточные области



параобласти

[1] Ресурс проекта scotch: <https://www.labri.fr/perso/pelegrin/scotch>

[2] Ресурс проекта metis: <https://github.com/KarypisLab/METIS>

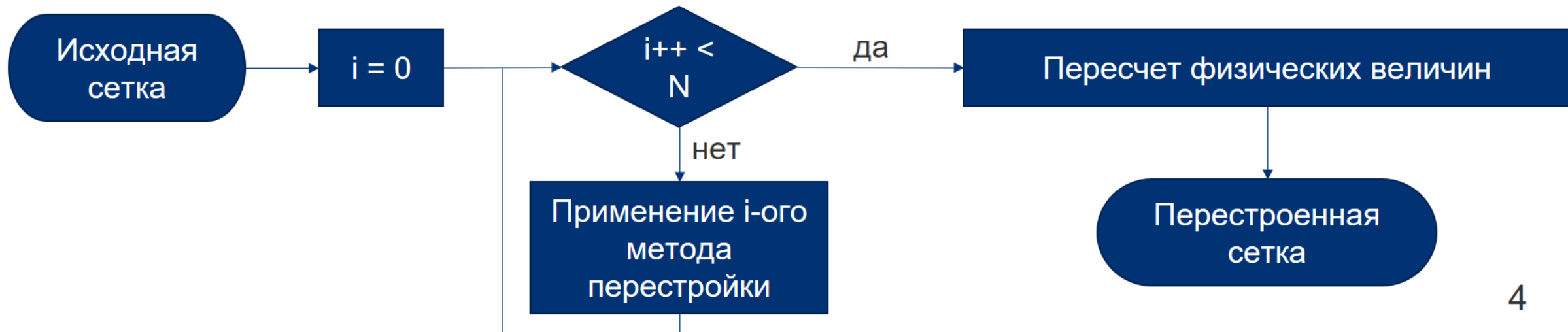


- При моделировании в лагранжевом подходе расчетная сетка может со временем стать непригодной для дальнейшего счета из-за образования невыпуклых, самопересекающихся, вывернутых ячеек
- Для решения данной проблемы вводится эйлеров этап – перестройка сетки и пересчет величин. Данный этап призван автоматически поддерживать расчетную сетку в пригодном состоянии для счета
- Для пересчета величин используется метод наложения сеток первого порядка точности с восстановлением границ раздела смешанных веществ VOF-методом [1]

Цель работы:

- Реализовать параллельную перестройку расчетной сетки

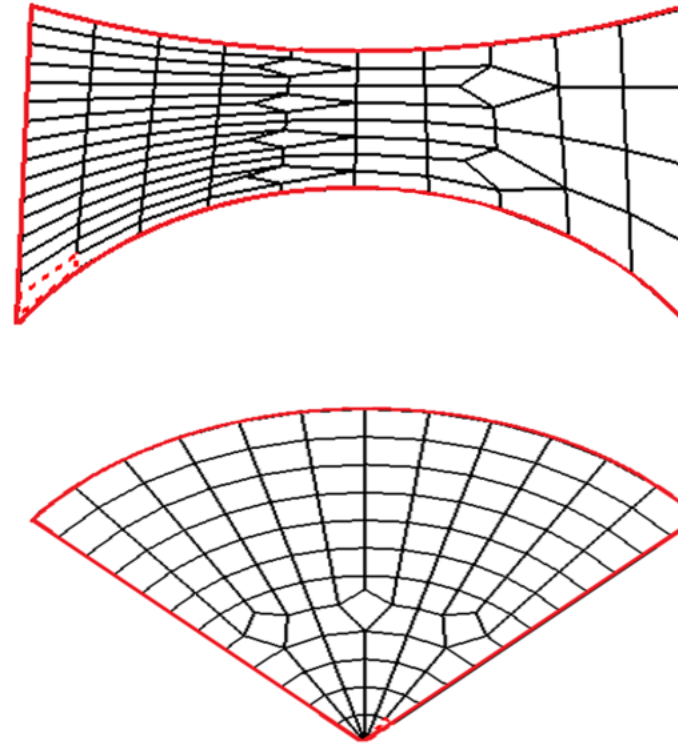
- Используется 3 типа сеток в сеточных областях:
 - регулярная (сохраняет симметричность решения, имеют чрезмерную подробность);
 - каскадная (сохраняет симметричность решения, позволяют контролировать подробность);
 - нерегулярная (используется для сеточных областей сложной формы).
- Необходимо перестраивать рассмотренные типы сеток, для этого реализовано несколько методов перестроек сеточных областей:
 - метод перестройки сеточных областей с регулярными, каскадными сетками;
 - метод перестройки сеточных областей с нерегулярными сетками;
 - вспомогательный метод перестройки всей сетки.



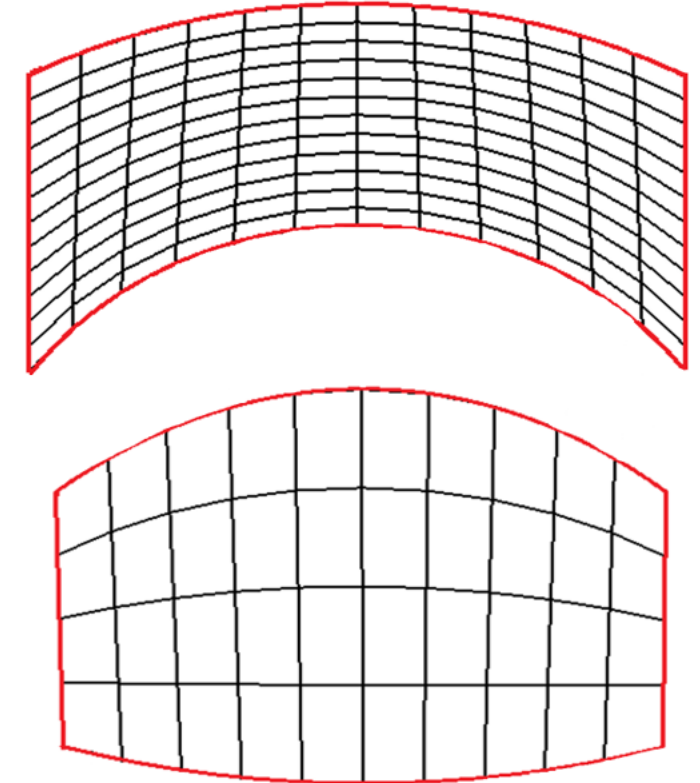


Требования:

- Высокая скорость работы
- Параллельная реализация
- Симметричность
- Локальность



каскадные сетки [1]

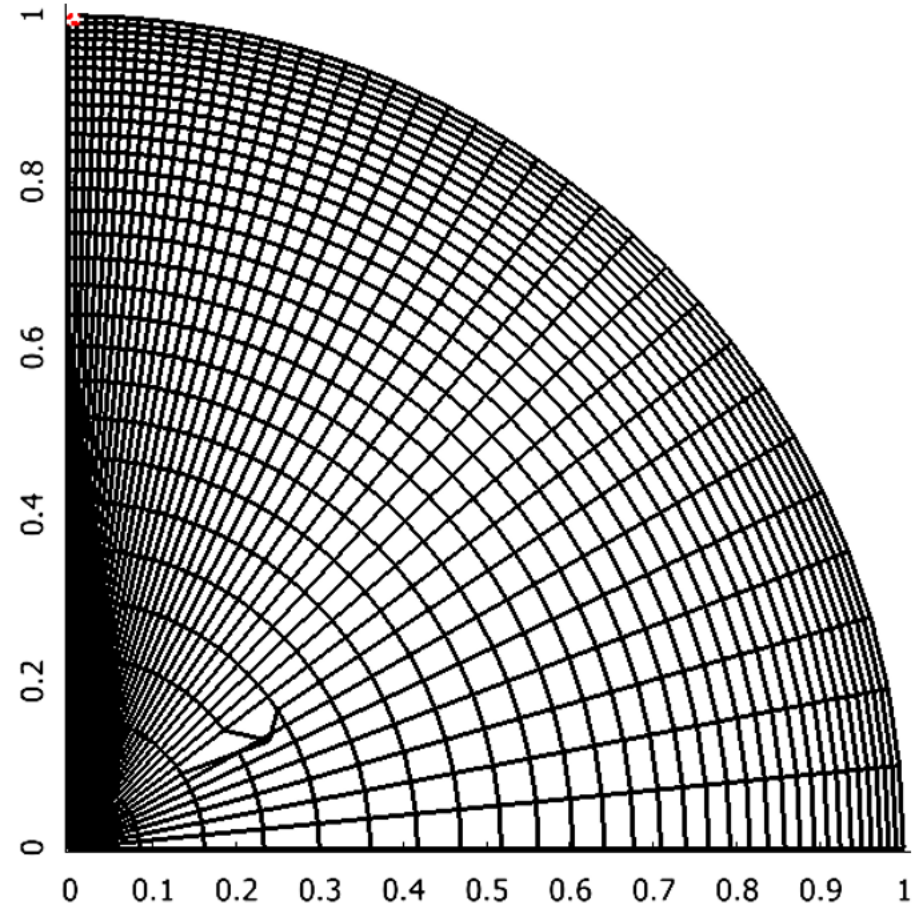


регулярные сетки

Перестройка регулярных, каскадных сеток: алгоритм

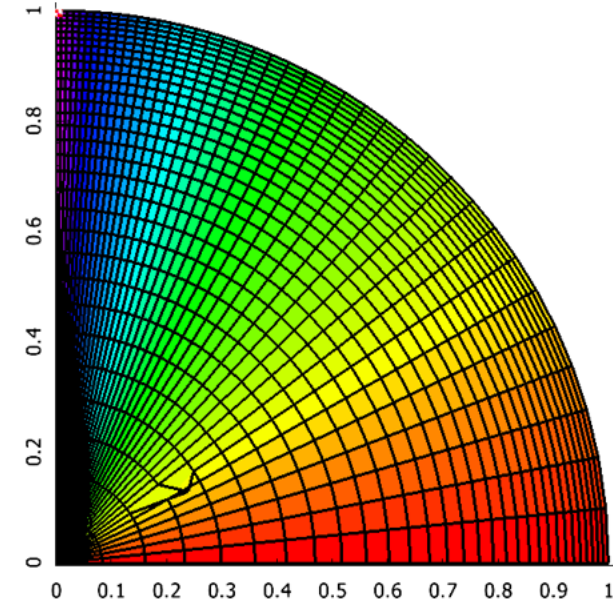
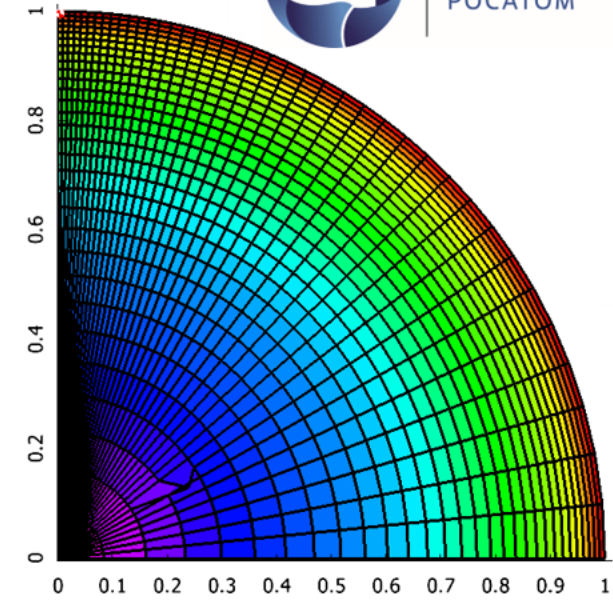


РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ



1. Построение матричной нумерации

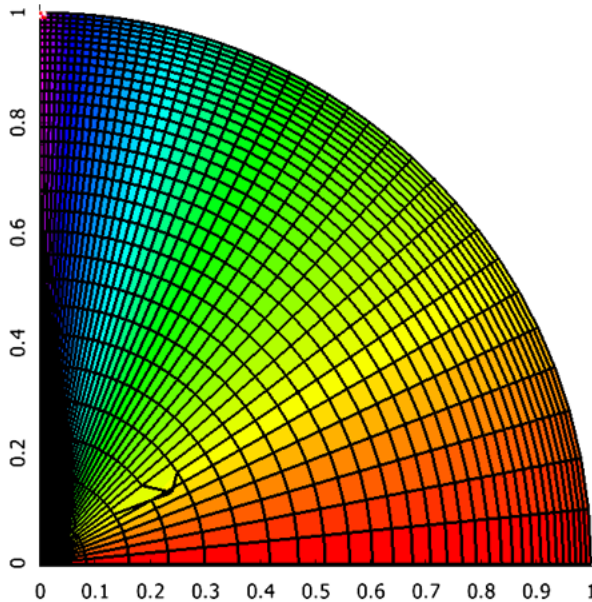
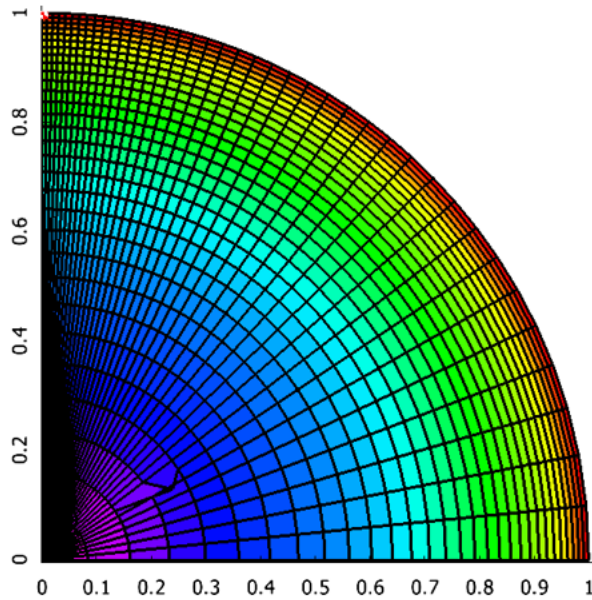
- Определяются стороны четырехугольника
- Используется параллельный волновой алгоритм от сторон



Перестройка регулярных, каскадных сеток: алгоритм



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

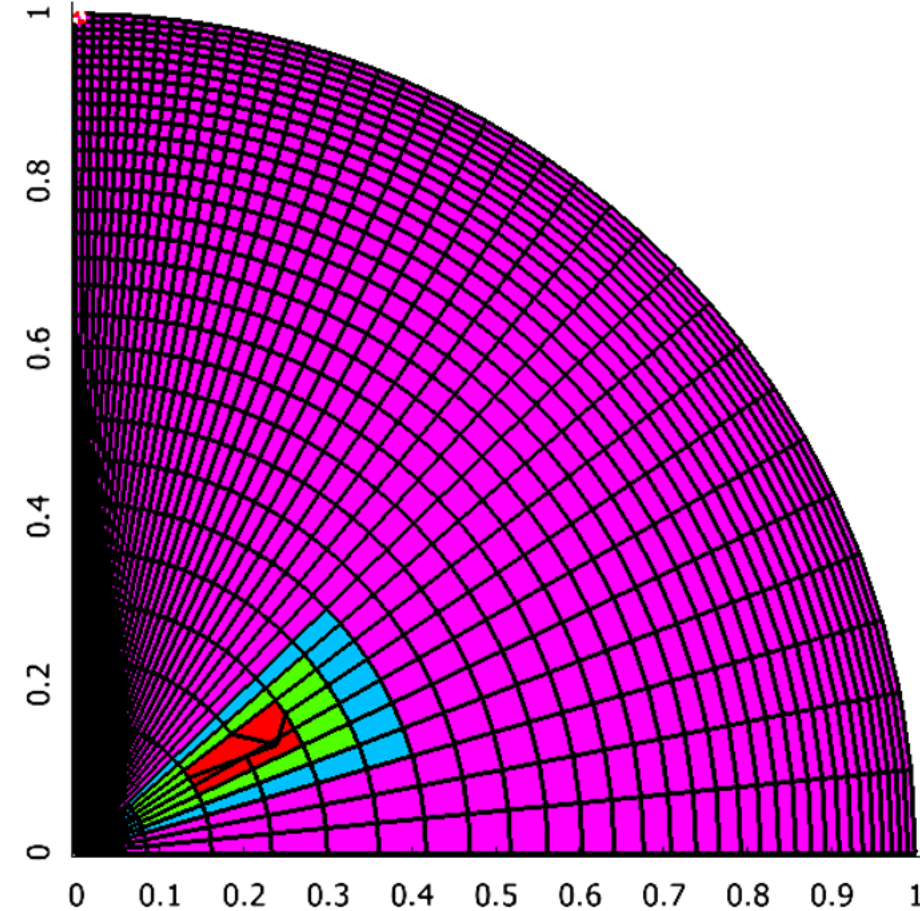


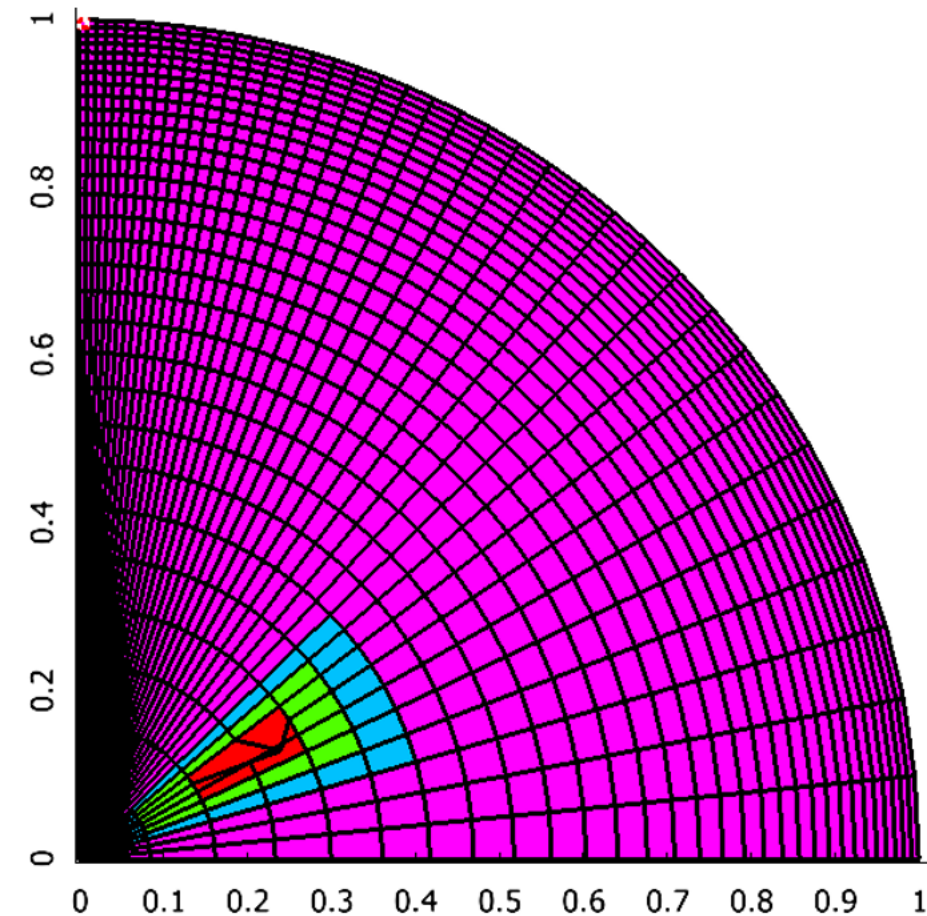
2. Поиск «плохих» ячеек



Относительно:

- длин ребер
- углов между ребрами
- соотношение длин смежных ребер





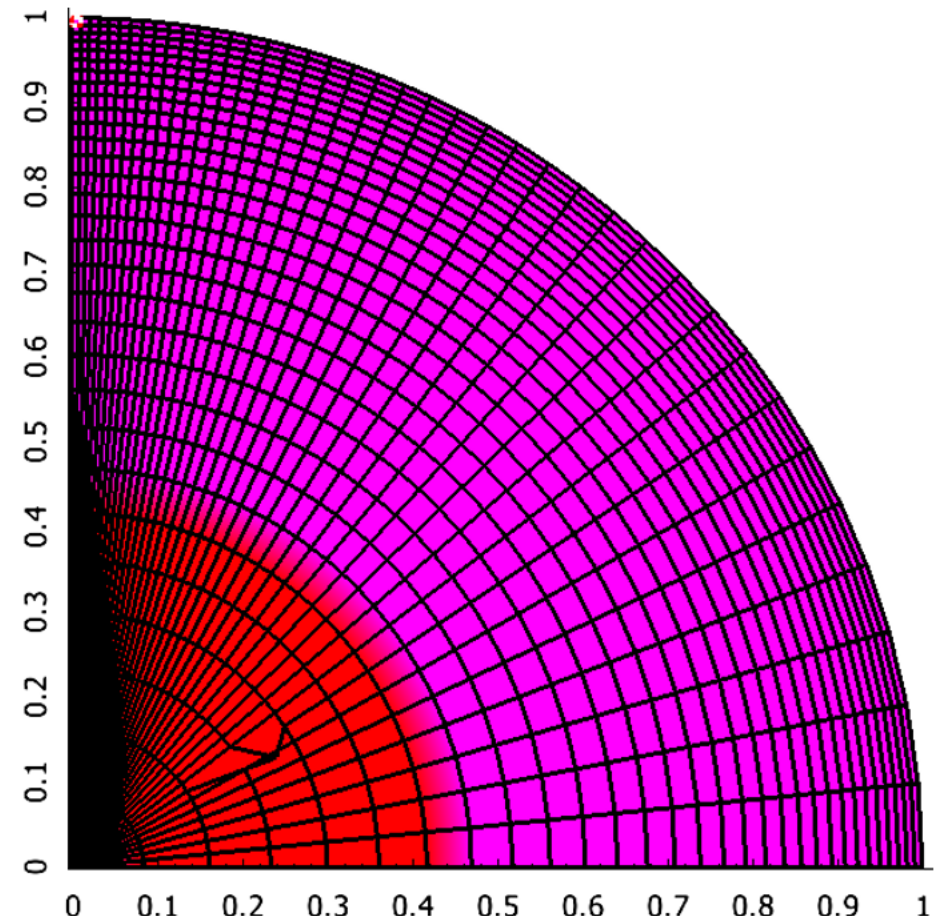
Ц.1.
симметризация
области

Расширение,
«плохой»



Если зеркальные ГУ, тогда:

- Симметризация «плохой» области
- Расширение области на $2^k \%$, $k = 1..7$ (на 7-ой итерации перестраивается вся сетка)

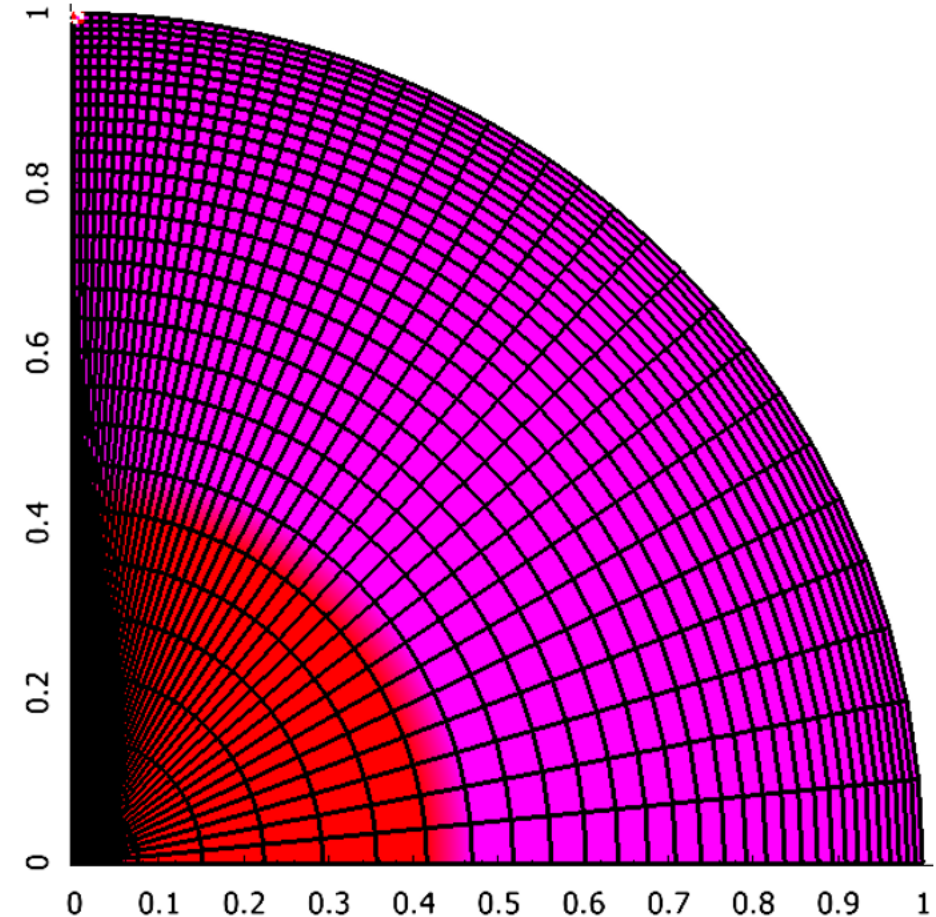
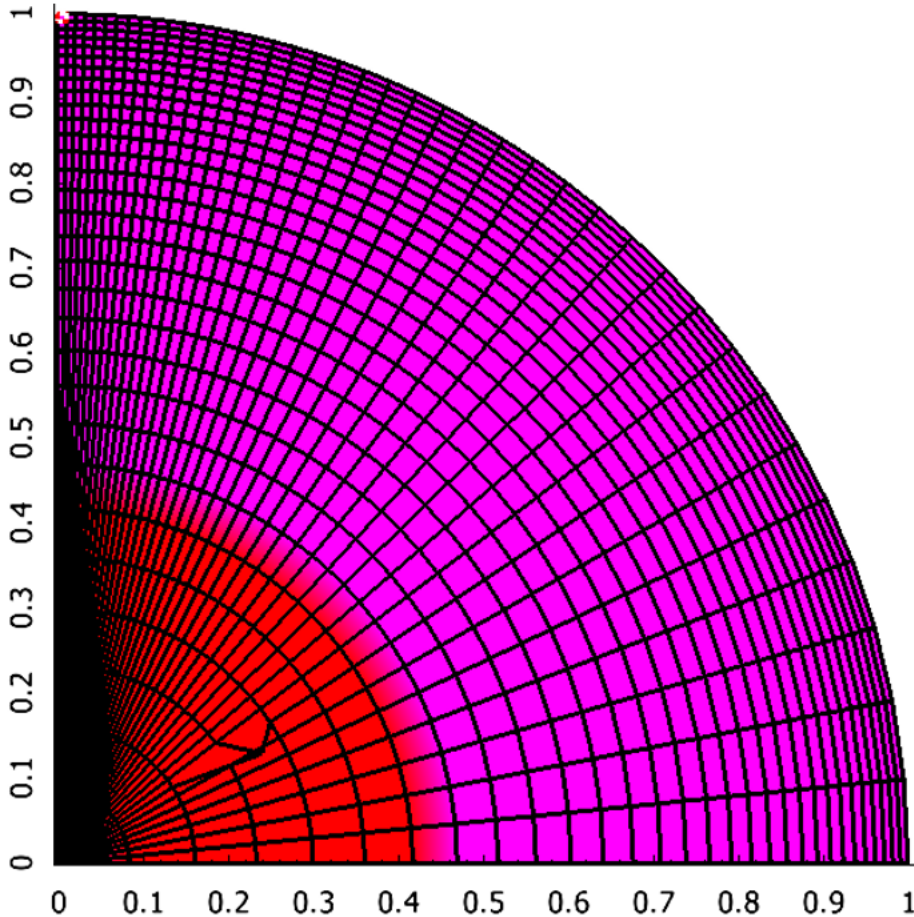




Ц.2. Перестройка



- (При $k=0$) Перестройка эвристикой дуг у сеточных областей
- Перестройка эвристикой зеркальных линий
- Построение внутренней части «плохих» областей алгебраическим методом [1, стр. 182]
- (если сетка «плохая», $k > 1$) Сглаживание эллиптическим методом [1, стр. 230]





Линии с зеркальным граничным условием сглаживаются с помощью 3 эвристических методов:

- **Слабое сглаживание.** Составляется система неравенств относительно требований на максимальный перепад соседних ребер (не более 1.2 раз), минимальную и максимальную длину ребра. Полученная система решается методом градиентного спуска с помощью минимизации следующего функционала:

$$0.5 \cdot (x - x_0)^2 + \frac{1}{\chi_{0,01}(b - Ax)} \rightarrow \min_x, \chi_\varepsilon(t) = \frac{t + \sqrt{\varepsilon^2 + t^2}}{2}$$

- **Сильное сглаживание** (при $k > 6$). Производится сглаживание вторыми разностями пока не будут выполнены требования на максимальный перепад соседних ребер (не более 1.2 раз), минимальную и максимальную длину ребра.
- **Перераспределение длин.** Ограничивается длина «плохих» ребер (которые нарушают требование на минимальную и максимальную длину). Для этого избыточная/добавочная длина каждого «плохого» ребра поровну перераспределяется между «хорошими» ребрами слева и справа.

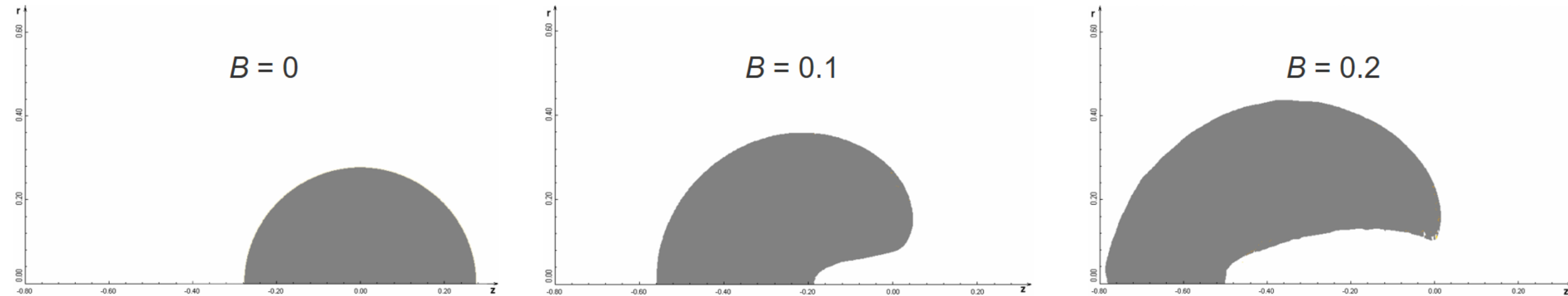
Задача Вахrameева [1]



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Простейшая модель термоядерной мишени из легкого вещества (типа дейтериво-тритиевой смеси) с несимметричным сжатием тяжелой оболочкой
- В начальный момент газ покоится, в оболочке задана скорость
$$U(r, \theta) = -(1 + B \cos \theta)$$
- Конечный момент времени $t = 3$

Вещество	Радиус	Плотность	УРС идеальный газ
Газ	0 – 2	0.1	$\gamma = 5/3$ $C_V = 14.475$
Оболочка	2 – 2.1	20	$\gamma = 2$ $C_V = 14.475$



Форма газа на момент максимального сжатия ($t = 2$)

Задача Вахрамеева, результаты

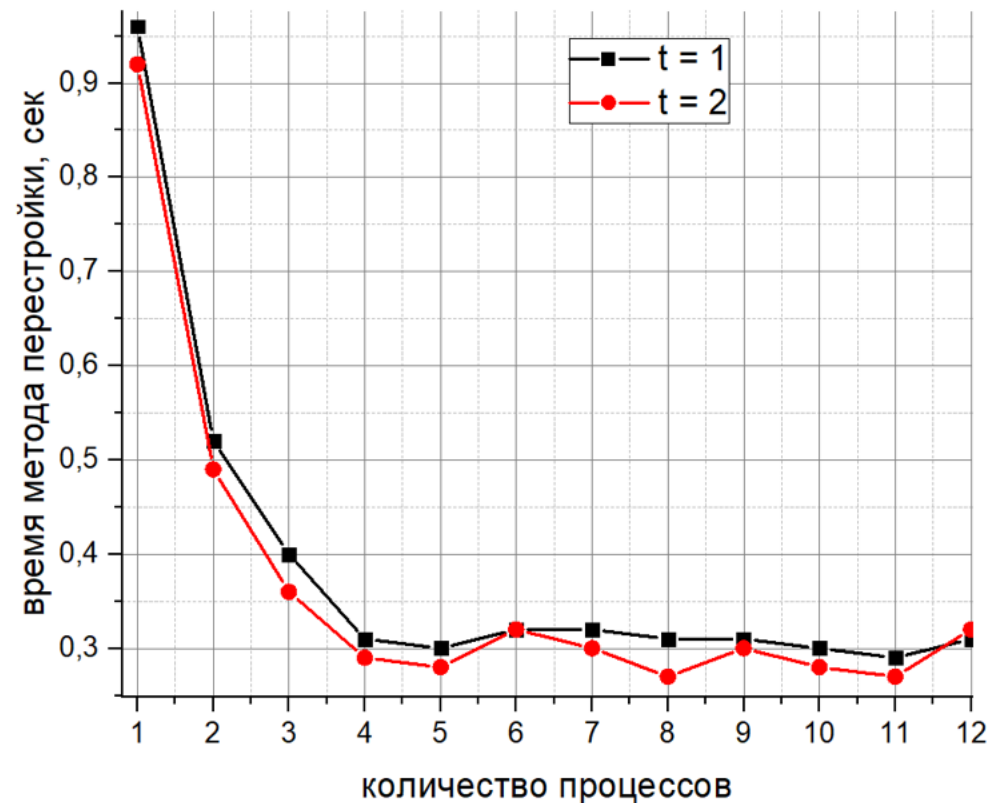


РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Расчеты производились с использованием Intel® Core™ i7-8700 3.20 GHz

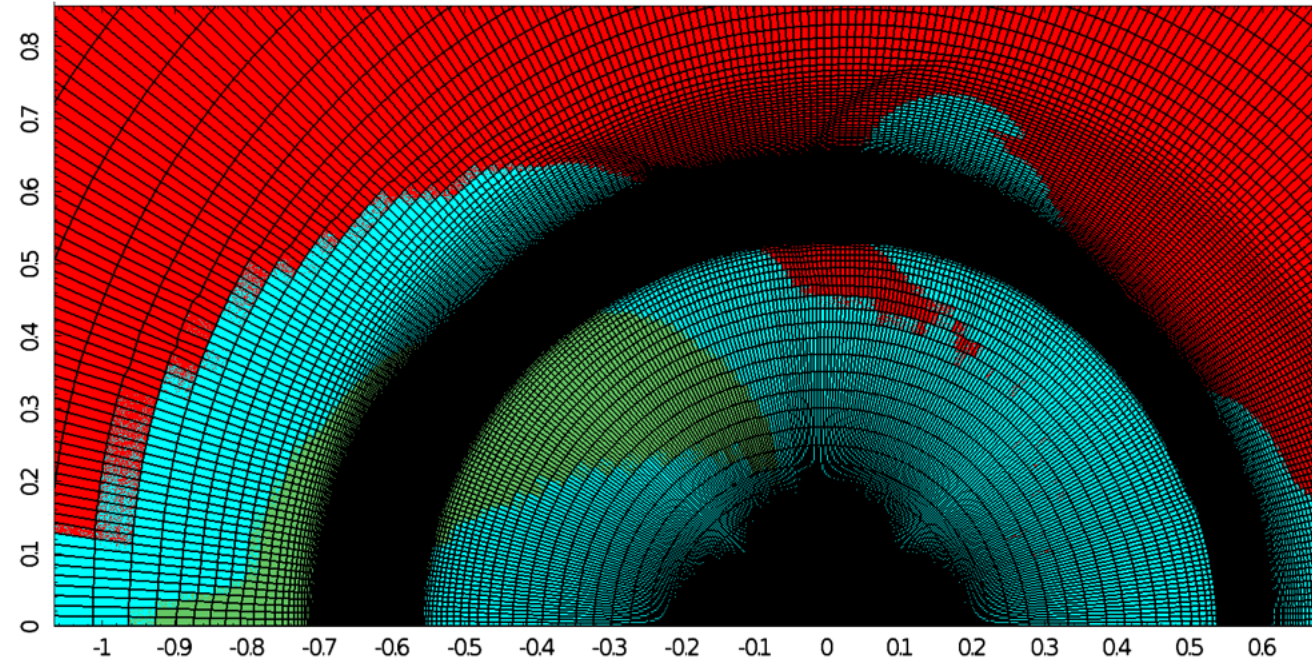
Вариант	1	2	3	4
Газ	1600	3600	7200	14400
Оболочка	4000	9000	16000	36000
Окружение	8960	20160	35040	67200
Всего ячеек	14560	32760	58240	117600
Результаты для $B=0.025$				
Временных шагов	4344	6522	11817	27232
Количество перестроек	86	323	3045	7154
Доля перестройки, %	4	2	2	6
Доля пересчета, %	13	28	56	88

Разовая перестройка, вариант 4, $B=0.2$





- Матричная нумерация строится каждую перестройку
- Если граница сеточной области сильно искажена (например, если сеточная область невыпукла), то в результате перестройки можно получить «плохую» сетку
- Отсутствие отслеживания положения границ веществ. Симметризация перестройки при несимметричном движении может «уводить» подробность сетки с границ раздела веществ
- Долгий пересчет из-за того, что положение параобластей резко меняется, следовательно для пересчета необходимо выполнять процедуру наращивания параобласти



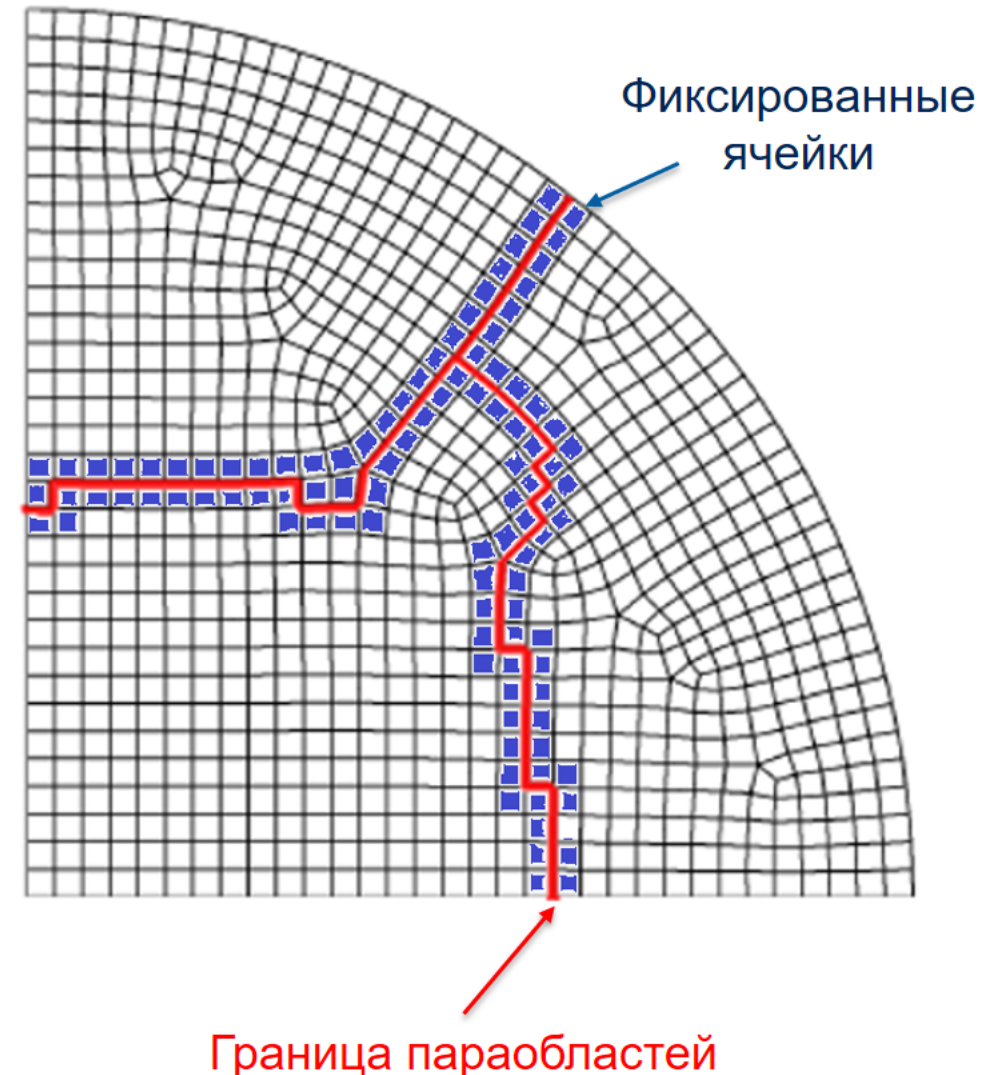
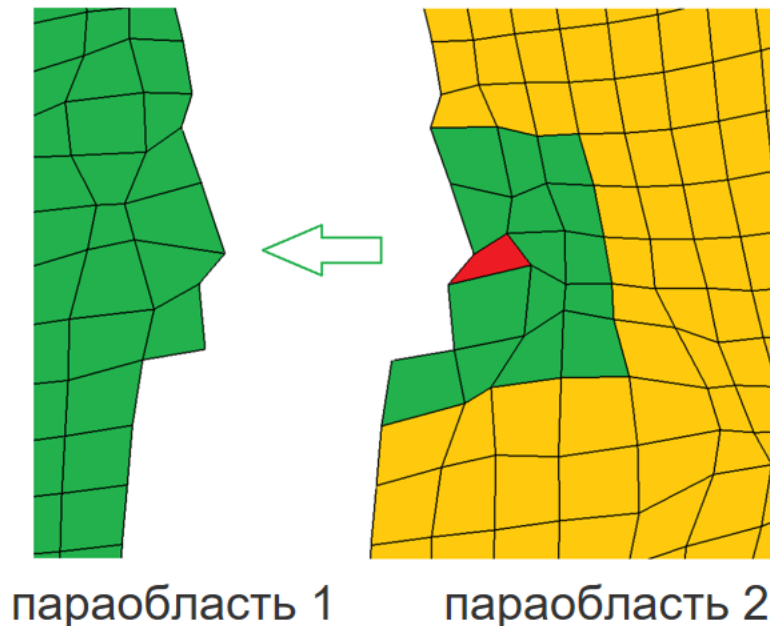
распределение концентраций
момент максимального сжатия газа ($t=2$)
4 вариант, $B = 0.2$

Перестройка нерегулярной сетки: алгоритм



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Каждый MPI процесс параллельно фиксирует ячейки на границе параобласти и перестраивает части сеточных областей с нерегулярной сеткой средствами библиотеки APSU [1]
- Периодически производится переброска «плохих» ячеек между параобластями



Падение плоской ударной волны на тяжелый угол [1]

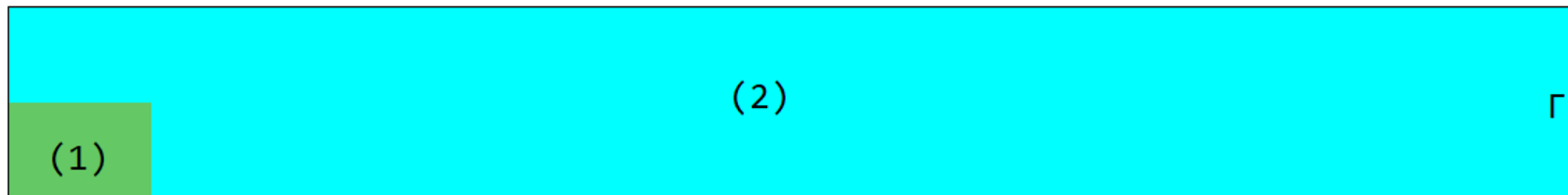


РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Задана область $[0; 98.16] \times [0; 12]$
- На границе Γ задано постоянное давление 2.26, на остальных границах задано условие равенства нулю нормальной компоненты скорости
- Задача решается в декартовых координатах
- Конечный момент времени $t = 3$

Вещество	Плотность	Давление	УРС идеальный газ
(1) Фреон	0.00513	1	$\gamma = 1.139 \ C_V = 7.1942446$
(2) Воздух	0.001205	1	$\gamma = 1.4 \ C_V = 2.5$

Распределение веществ в системе



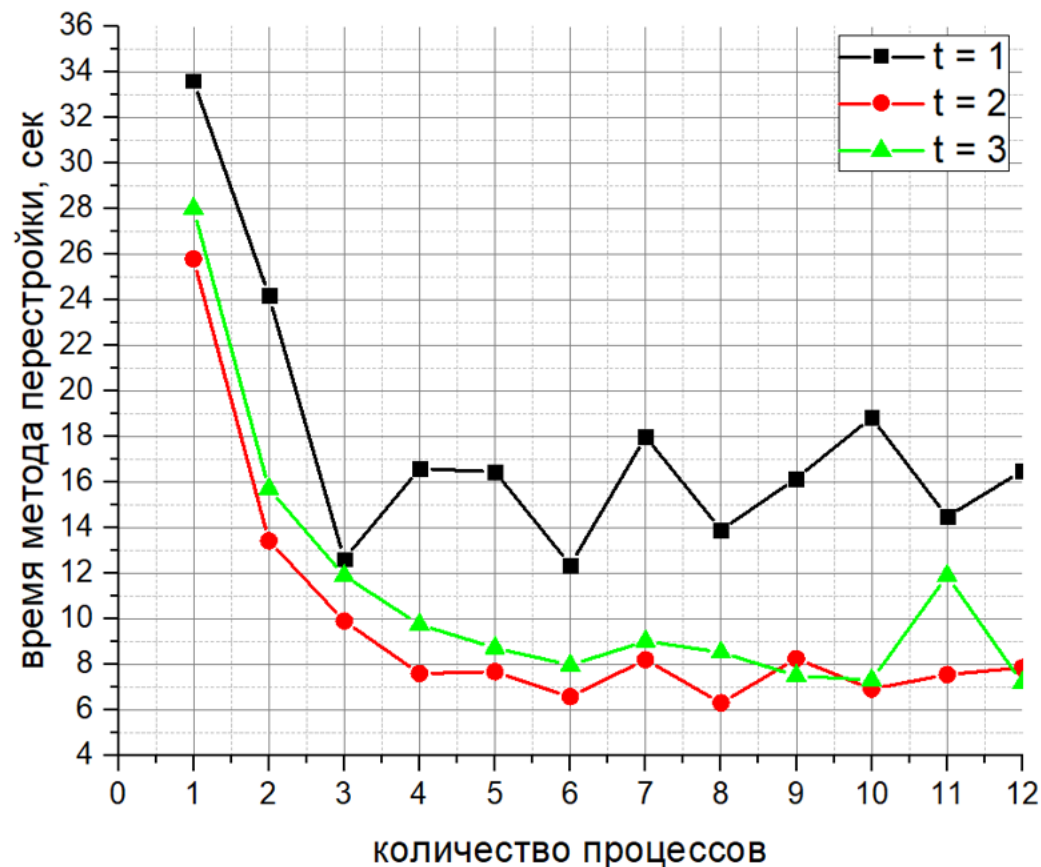
Падение плоской ударной волны на тяжелый угол: результаты



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Используется одна сеточная область
- Исходная сетка квадратная

Разовая перестройка, вариант 1



Вариант	1	2
Тяжелый угол	22 тыс	346 тыс
Окружение	450 тыс	7.2 млн
Всего ячеек	472 тыс	7.5 млн
Временных шагов	11532	46578
Количество перестроек	210	572
Доля перестройки, %	45	44
Доля пересчета, %	8	16

Неустойчивость Рэлей-Тейлора: постановка

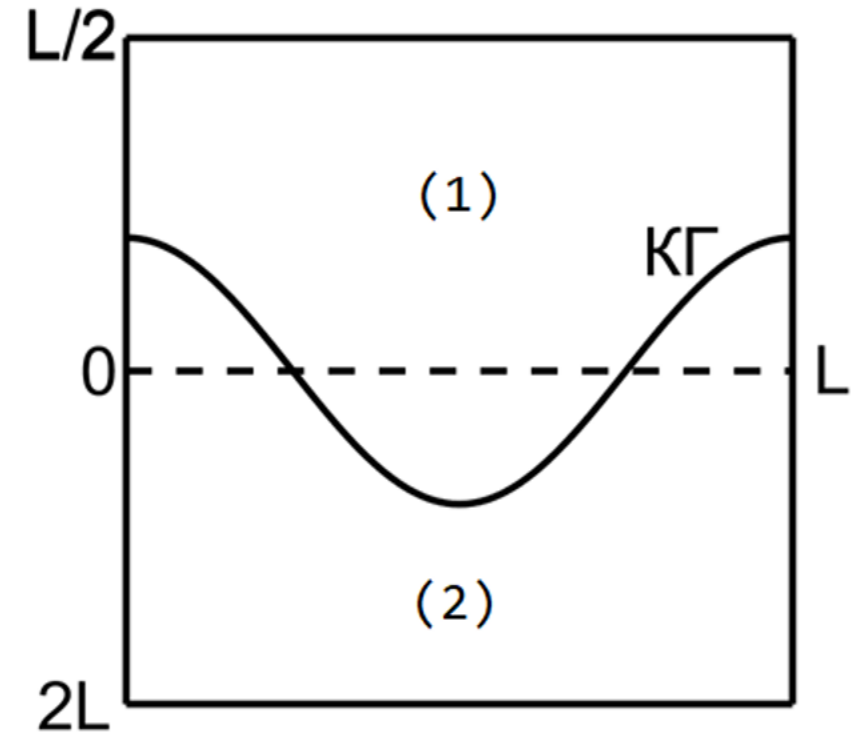


РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

- Задана область $[0; L] \times [-2L; L/2]$, $L = 0.1$
- В начальный момент времени задано возмущение контактной границы (КГ)

$$y_{\text{КГ}} = a_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right), a_0 = 10^{-3}$$

- Граничные условия $x = 0$, $x = L$ периодические, $y = -2L$, $y = L/2$ жёсткие стенки со скольжением
- Задача решается в декартовых координатах
- Конечный момент времени $t = 13$
- Параметры $g = 0.02$, $\vec{g} = (0; -g)$, $\varrho_1 = 3$, $\varrho_2 = 1$



Вещество	Давление	УРС идеальный газ
(1)	$2\pi(\varrho_1 + \varrho_2)gL - \varrho_1 gy$	$\gamma = 5/3 \quad C_V = 312.38$
(2)	$2\pi(\varrho_1 + \varrho_2)gL - \varrho_2 gy$	

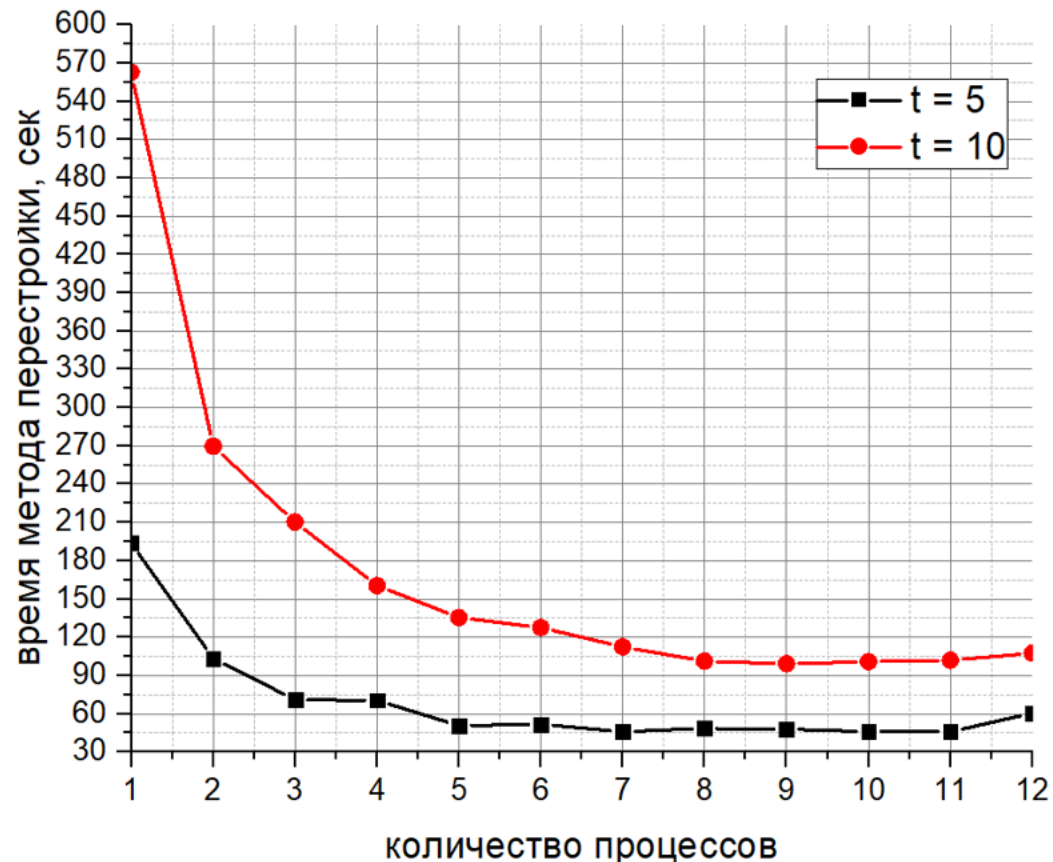
Неустойчивость Рэлей-Тейлора: результаты



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

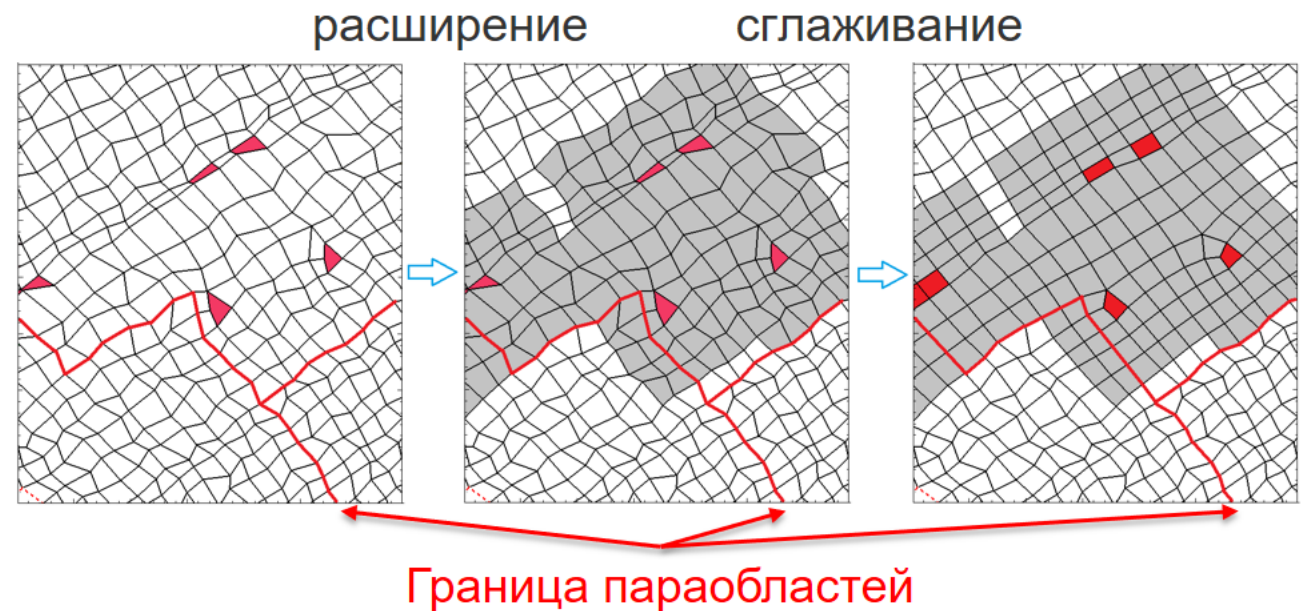
- Используется одна сеточная область
- Исходная сетка квадратная

Разовая перестройка, вариант 2



Вариант	1	2
Ячеек	192 тыс	2.4 млн
Временных шагов	30687	232956
Количество перестроек	322	1331
Доля перестройки, %	33	16
Доля пересчета, %	4	4

- 1) Параллельно каждый MPI процесс ищет множества “плохих” ячеек
- 2) Параллельное расширение данного множества
- 3) Параллельно каждый MPI процесс сглаживает “плохие” узлы



Замечания:

- Основан на реализации метода сглаживания в библиотеке APSU с нововведениями:
 - Добавлено распараллеливание на распределенной памяти средствами MPI
 - Добавлено сглаживание узлов между коллинеарными граничными ребрами с зеркальным ГУ
 - Обработка невыпуклых, вывернутых ячеек после сглаживания
- Реализован совместный режим использования с другими методами перестройки

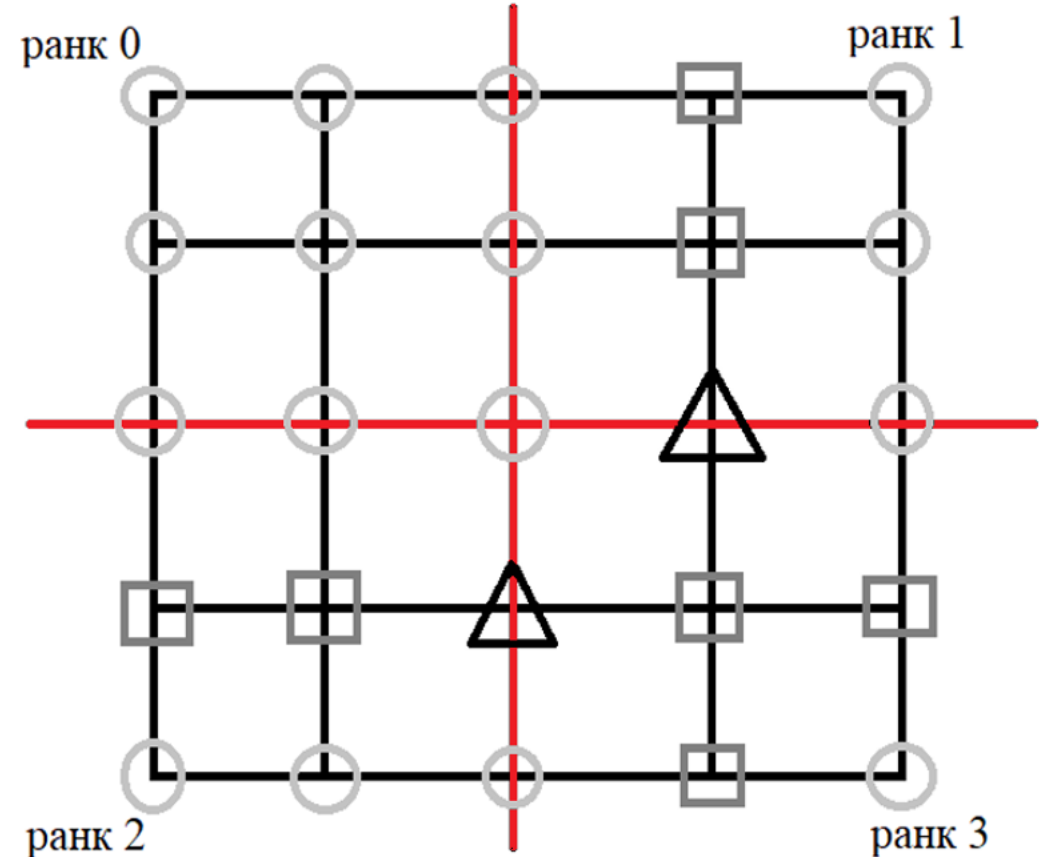
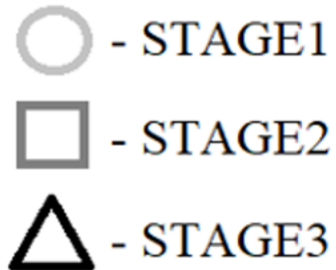
Перестройка всей сетки: алгоритм



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Для параллельного сглаживания узлов сглаживание происходит в 3 этапа: сглаживаются узлы i -ого этапа, затем идет обмен виртуальными ячейками, переход к следующему этапу

- STAGE1 – ставится внутренним узлам, узлам с границы параобластей на стороне минимального ранка
- STAGE2 – ставится внутренним узлам, которые делят ячейку с узлами с границы параобластей не минимального ранка
- STAGE3 – ставится узлам на границе параобласти, которые делят ячейку с узлами границы параобластей не минимального ранка



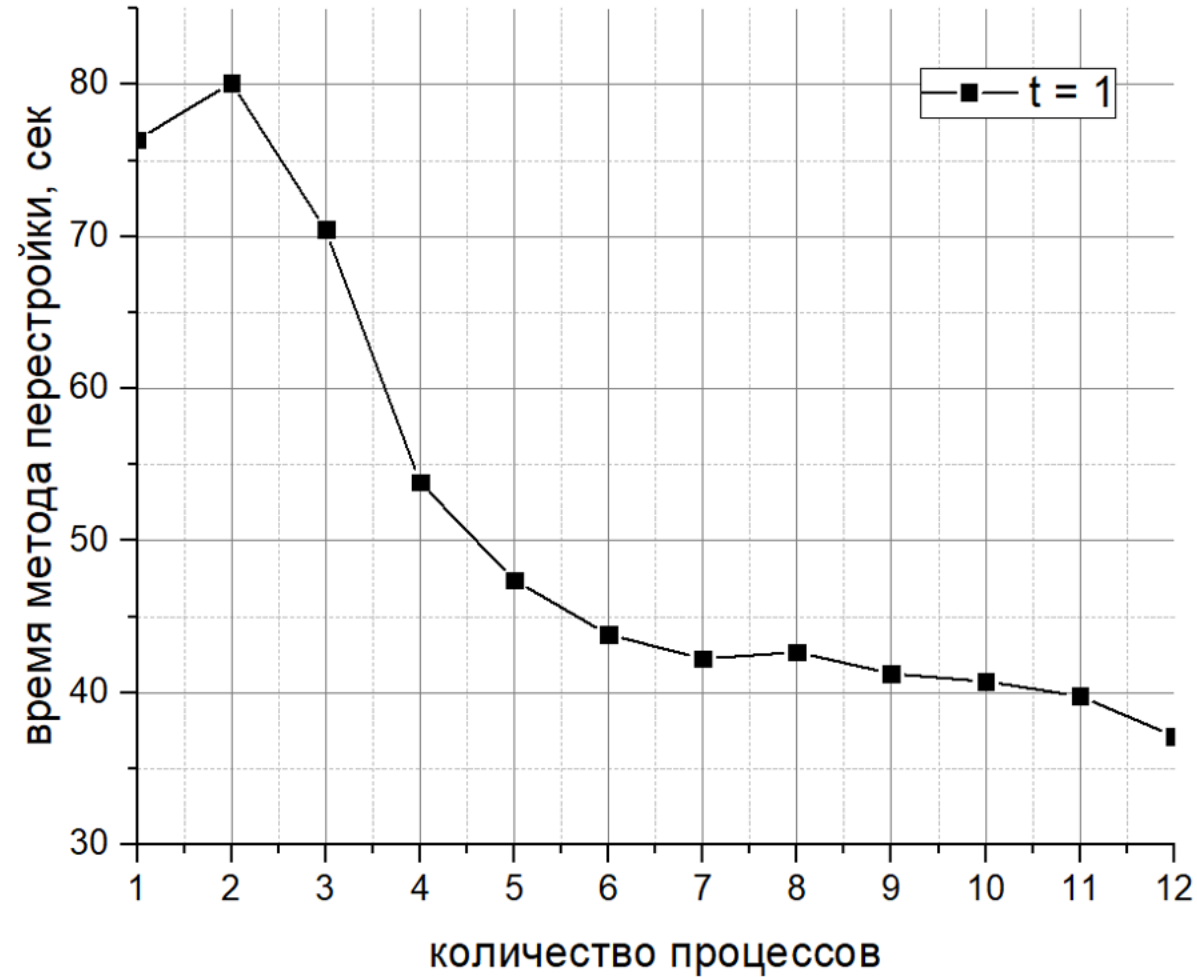
Расстановки флагов

Падение плоской ударной волны на тяжелый угол: результаты



РФЯЦ-ВНИИТФ
РОСАТОМ

Разовая перестройка, вариант 1, 472 тыс ячеек

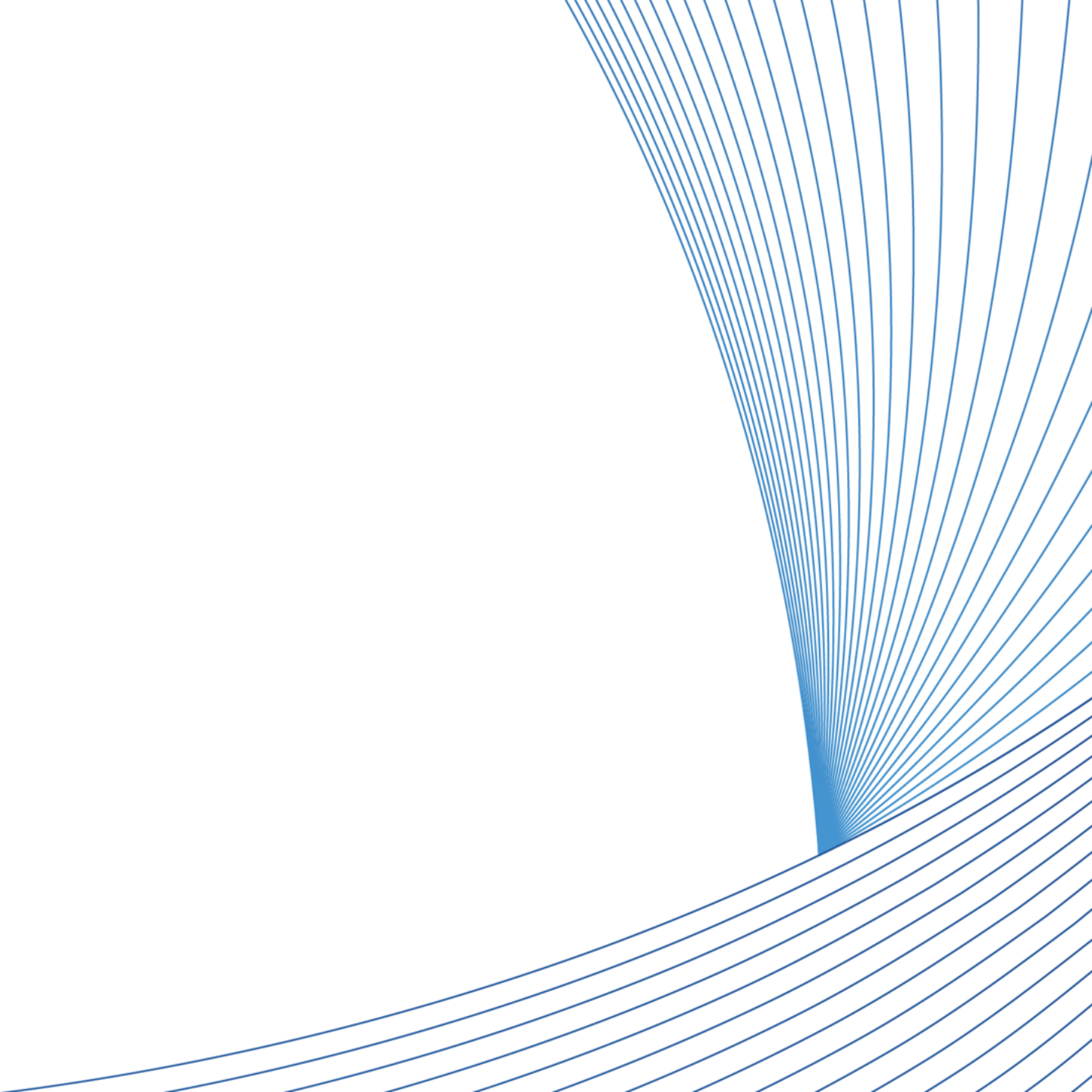




- Реализованы параллельные методы перестройки для регулярных, каскадных и нерегулярных сеток
- Эффективность распараллеливания методов перестройки на Intel® Core™ i7-8700 3.20 GHz составила для 4 ядер 65 %, для 12 ядер 23 %
- Доля выполнения методов перестроек относительно времени счета составила 19 %, пересчета 27 %
- Реализованные методы имеют недостатки, которые желательно устранить

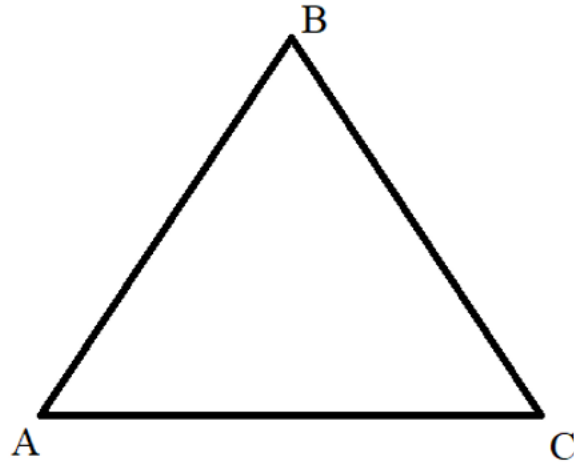
Спасибо за внимание

Анисов Вадим Олегович, Вазиев Э. М.
e.m.vaziev@vniitf.ru

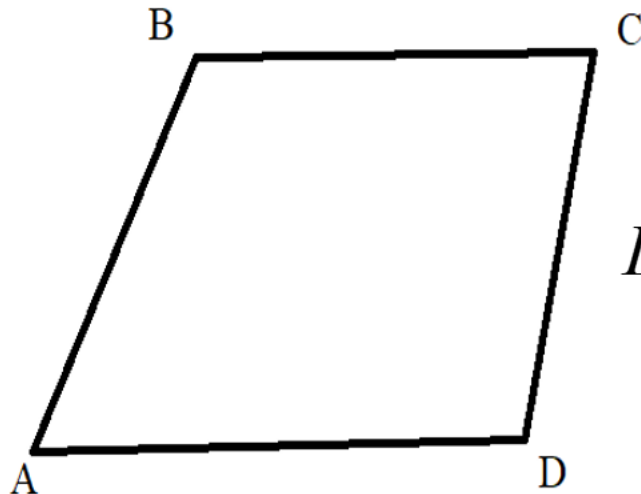




- Метрика Lo Cannan



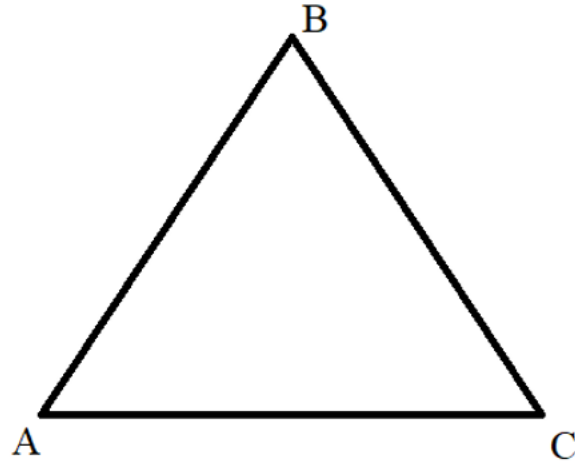
$$LoCannan(ABC) = 2\sqrt{3} \left(\frac{\mathbf{AC} \times \mathbf{AB}}{\|\mathbf{AB}\|^2 + \|\mathbf{BC}\|^2 + \|\mathbf{CA}\|^2} \right)$$



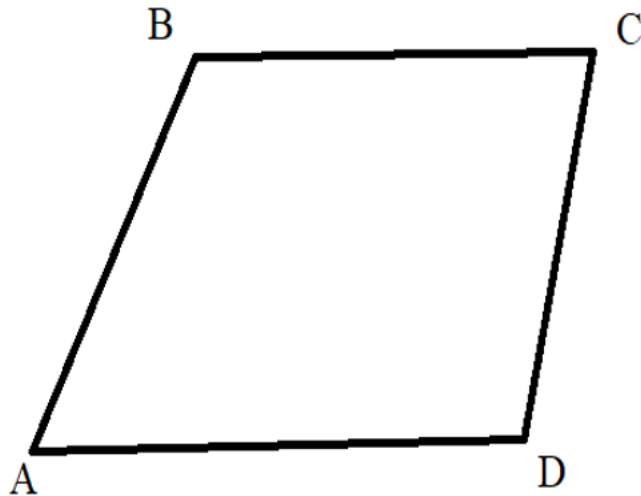
$$LoCannan(ABCD) = \min(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) - \eta$$



- Проверка выпуклости



$$\text{Convex}(ABC) = \begin{cases} 2 & AC \times AB > 0 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$



$$b_{AB} = (AD \times AB > 0 \text{ and } BA \times BC > 0),$$

$$b_{CD} = (CB \times CD > 0 \text{ and } DC \times DA > 0),$$

$$\text{Convex}(ABCD) = \begin{cases} 2 & b_{AC} = b_{CD} = \text{true} \\ 1 & b_{AC} = \text{true or } b_{CD} = \text{true.} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$