



ВНИИА
РОСАТОМ

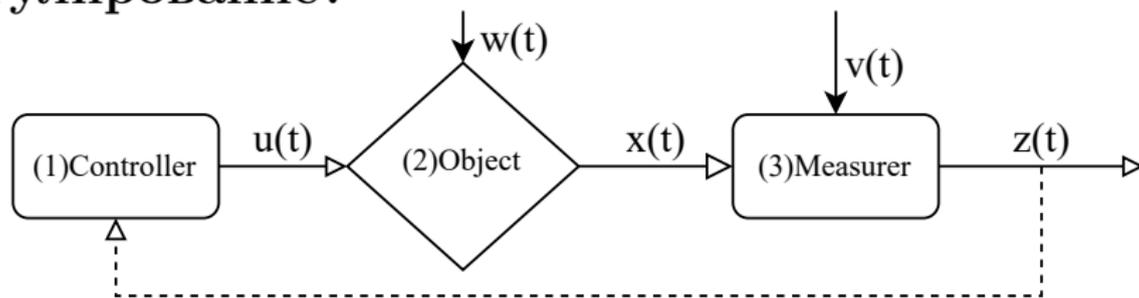
Метод подвижного окна наблюдения для моделирования распространения ударных волн в различных средах

Семен Александрович Мурзов,
С.А. Дьячков, Г.В. Выскварко,
И.С. Гальцов, П.Р. Левашев

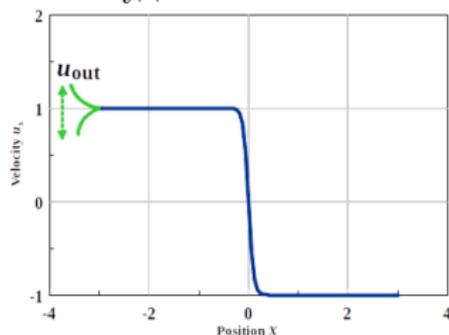
Цель работы состоит в разработке алгоритма для моделирования стационарных ударной волны в подвижной системе координат.

- Метод подвижного окна применительно к контактному методу SPH
- Метод подвижного окна применительно к моделированию методом молекулярной динамики

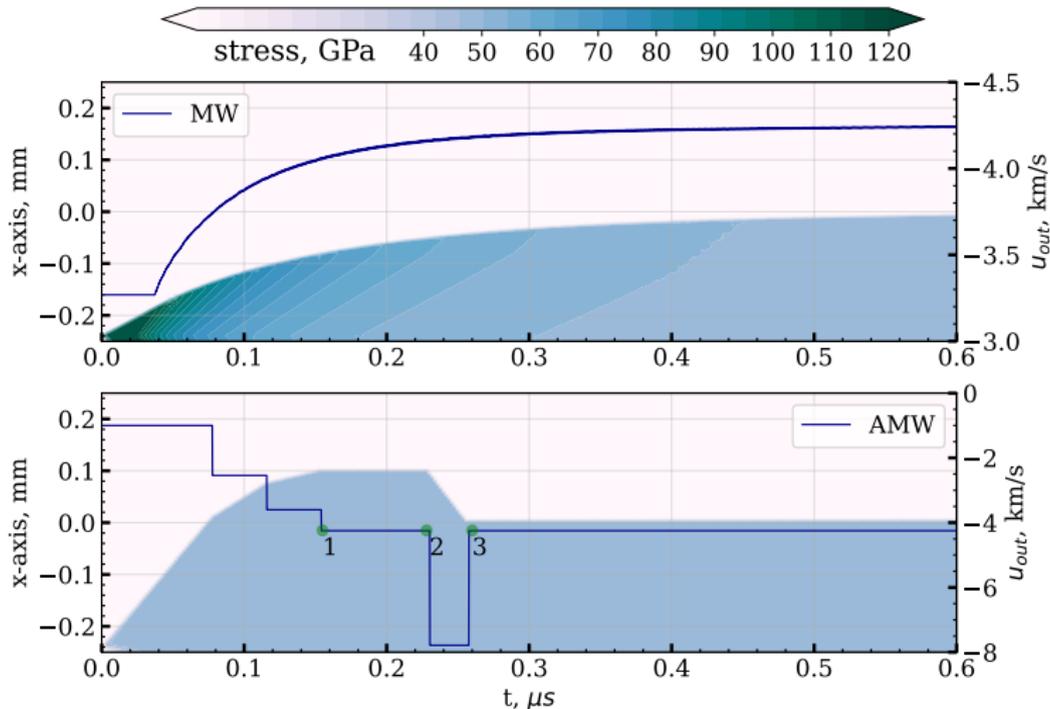
оценивание / автоматическое регулирование?



- MW регулирует скорость выхода $u_{out}(N \text{ or } \sum \sigma)$ для корректировки амплитуды УВ
- AMW статистически оценивает и использует преобразование Галилея для поиска скорости фронта УВ



Особенности сходимости алгоритмов



MW

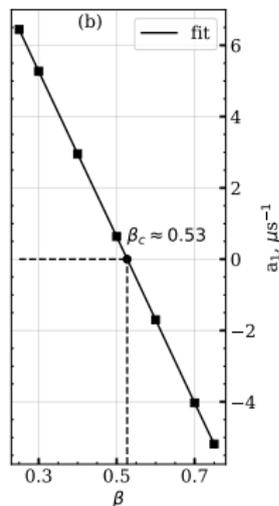
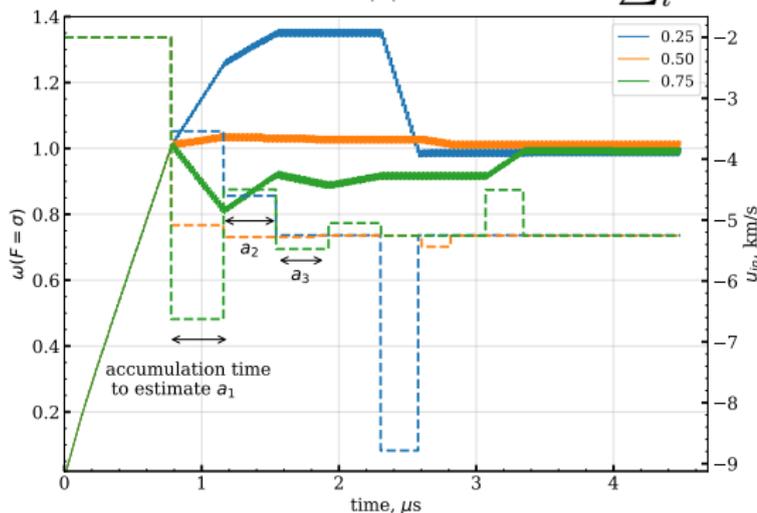
исходно более сильная
УВ снижает
амплитуду для

AMW

фиксированная
амплитуда ударной
волны, скорость

Линейная модель движения фронта $\omega(t) = a_k t + b_k$

где $\omega \propto N$ or $\sum_i \sigma$



$$\Delta u_k = -\beta L a_k,$$

а L — длина расчетной области, $\beta \in (0,1)$

a_k — текущая оценка наклона зависимости $\omega(t)$

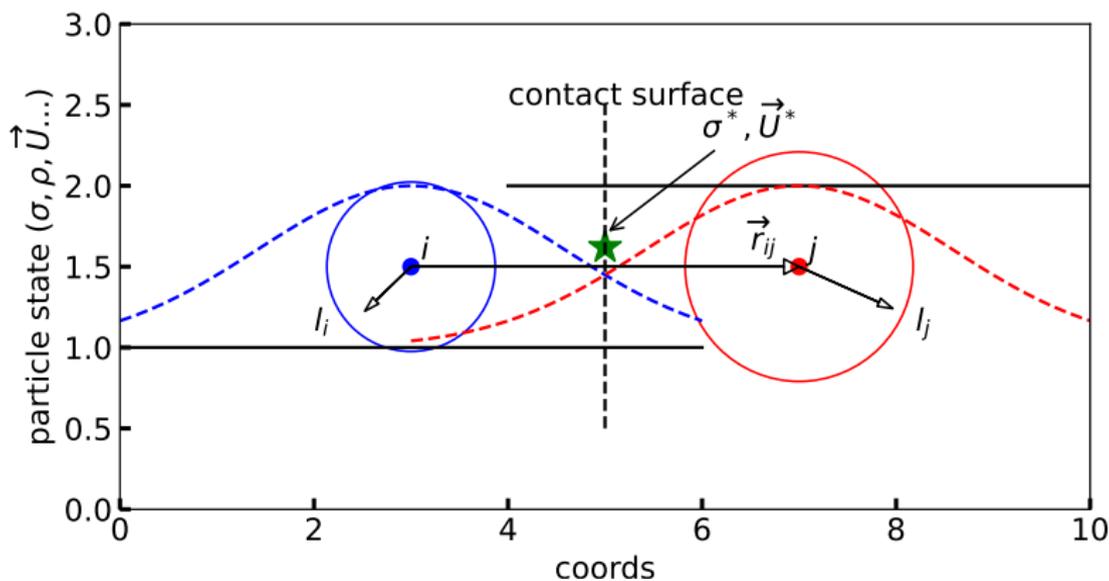
Упрощенный алгоритм поиска скорости ударной волны, дихотомия

1. Задается скорость нагружения u_p . Запускается моделирование прохождения ударной волны по образцу.
2. При достижении фронтом волны целевого положения расчёт останавливается, а полученное состояние сохраняется.
3. Расчет продолжается из точки сохранения с разными u_{out} : u_{out}^{min} и u_{out}^{max} такими, чтобы знаки $\left\langle \frac{d\omega}{dt} \right\rangle 0$ измеренные в этих системах отличались. После этого производится поиск корня уравнения $\left\langle \frac{d\omega}{dt} \right\rangle (u_{out}) = 0$ методом дихотомии.
4. В конце снова запускается алгоритм дихотомии для более точного определения скорости u_{out} , соответствующей стационарному состоянию.

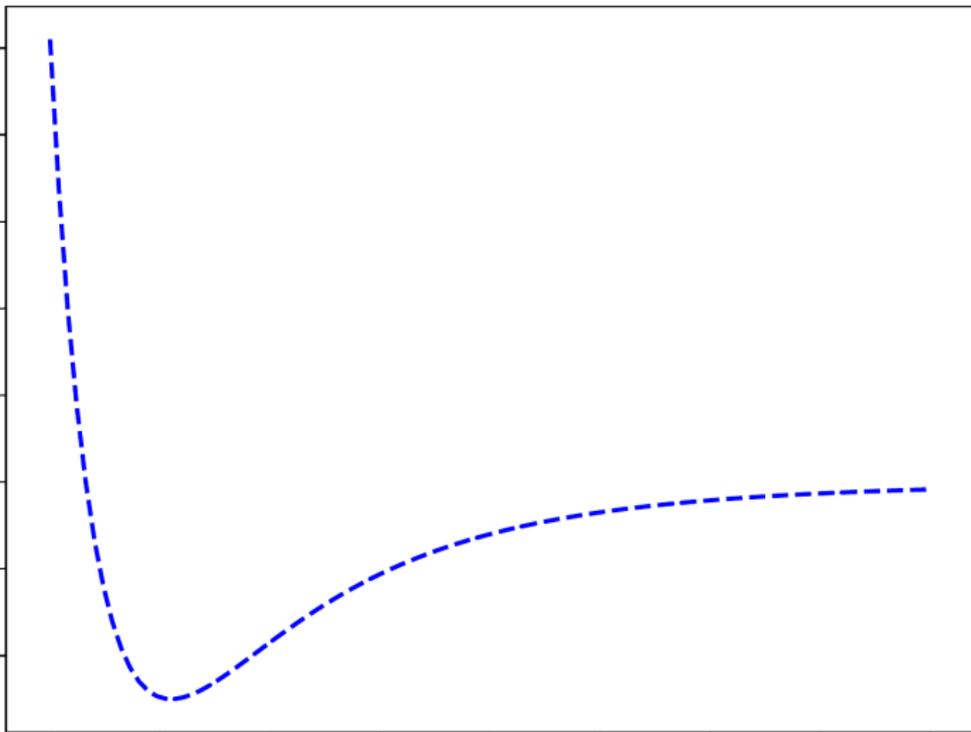
ВАНТ, Сер. Математическое моделирование физических процессов 2025 вып. 1.

Метод сглаженных частиц (SPH)

с решением задачи распада разрыва
(CSPH, А Паршиков JCP 180 (1)
[doi:10.1006/jcph.2002.7099](https://doi.org/10.1006/jcph.2002.7099))

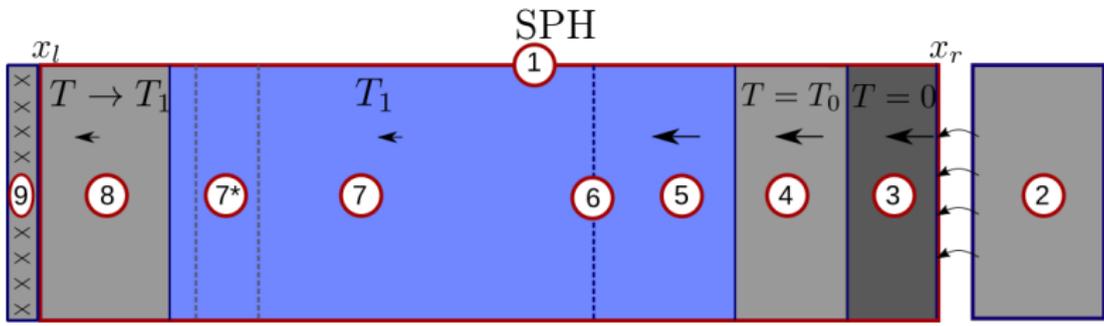
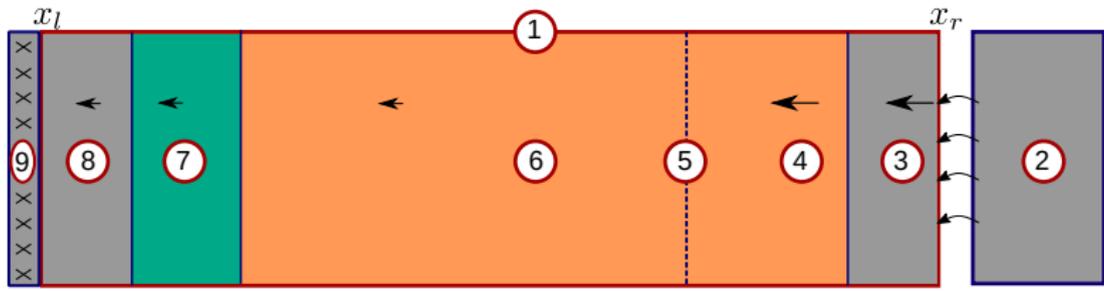


Wendland C_2 ядро с $h_{ij} = \theta(l_i + l_j)$



$U_i = U(\vec{r}_i, \{\vec{r}_k\})$, где k проходит по соседям.

Схемы расчетной области



MD

2. Результаты моделирования

A decorative graphic consisting of numerous thin, white, curved lines that originate from a point on the right side of the slide and fan out towards the left, creating a sense of motion and depth against the solid blue background.

CSPH аппроксимация уравнений движения с прочностью

используя ij -пару и базис RST , с тройкой
 $M : \{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\} \rightarrow \{\vec{e}_{ij}, [\vec{e}_T, \vec{e}_{ij}], [\vec{e}_z, \vec{e}_{ij}]\}$

$$\dot{\epsilon}_i = -2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j h_{ij}} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) \tilde{W}'_{ij}$$

$$\vec{\dot{U}}_i = -2 \sum_j M_{RST}^{-1} \frac{m_j \vec{\sigma}_{ij}^*}{\rho_j \rho_i} \tilde{W}'_{ij}$$

$$\dot{E}_i = -2 \sum_j \frac{m_j \vec{\sigma}_{ij}^* \cdot \vec{U}_{ij}^*}{\rho_j \rho_i} \tilde{W}'_{ij}$$

$$\dot{S}_i^{kl} = G_i \sum_j \frac{m_j \tilde{W}'_{ij}}{\rho_j} \left\{ \begin{array}{ll} \frac{4}{3} (3u_i^{*k} e_{ij}^k - (U_{ij}^{*R} - U_i^R)) & \text{if } k = l \\ 2 (u_i^{*k} e_{ij}^l + u_i^{*l} e_{ij}^k) & \text{if } k \neq l \end{array} \right\}$$

где $\tilde{W}'_{ij} = (dW(r_{ij}/h_{ij})/dr)/h_{ij}$.

Интегрируем уравнение с малым шагом по времени

$$\Delta t = C \min_{\forall \text{particles}} l / \sqrt{c_l^2 + [\max\{\text{sign}(-\dot{\varepsilon}), 16\} \dot{\varepsilon} l]^2}$$

$$\rho_i(t + \Delta t) = \rho_i(t) \exp(-\dot{\mu}_i \Delta t)$$

$$\vec{U}_i(t + \Delta t) = \vec{U}_i(t) + \dot{\vec{U}}_i \Delta t$$

$$E_i(t + \Delta t) = E_i(t) + \dot{E}_i \Delta t - 0.5(\vec{U}_i^2(t + \Delta t) - \vec{U}_i^2(t))$$

$$\mathbf{S}_i(t + \Delta t) = \mathbf{\Omega}_i(\mathbf{S}_i(t) + \dot{\mathbf{S}}_i \Delta t) \mathbf{\Omega}_i^T$$

где $\Omega_i^{kl} = \delta^{kl} + \varepsilon^{klm} \omega_i^m \Delta t$, $\vec{\omega}_i = \sum_j \frac{m_j \vec{W}'_{ij}}{\rho_j} [\vec{U}_i, \vec{e}_{ij}]$

Интегрирование с малым шагом по времени

$$\Delta t = C \min_{\forall \text{particles}} l / \sqrt{c_l^2 + [\max\{\text{sign}(-\dot{\varepsilon}), 16\} \dot{\varepsilon} l]^2}$$

$$\rho_i(t + \Delta t) = \rho_i(t) \exp(-\dot{\mu}_i \Delta t)$$

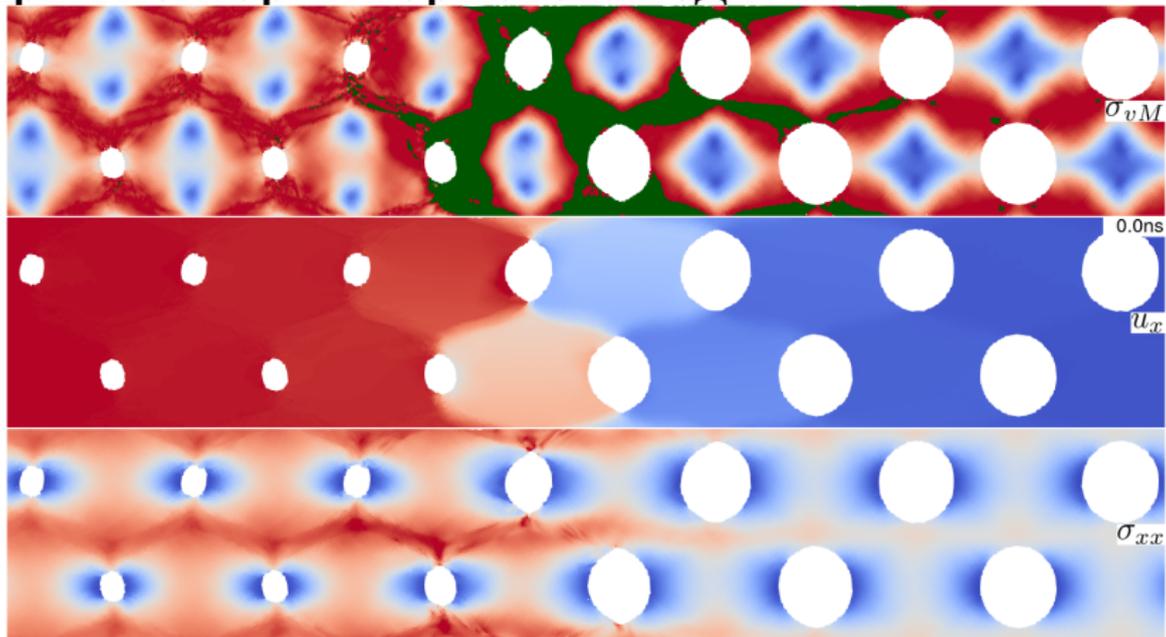
$$\vec{U}_i(t + \Delta t) = \vec{U}_i(t) + \dot{\vec{U}}_i \Delta t$$

$$E_i(t + \Delta t) = E_i(t) + \dot{E}_i \Delta t - 0.5(\vec{U}_i^2(t + \Delta t) - \vec{U}_i^2(t))$$

$$\mathbf{S}_i(t + \Delta t) = \mathbf{\Omega}_i(\mathbf{S}_i(t) + \dot{\mathbf{S}}_i \Delta t) \mathbf{\Omega}_i^T$$

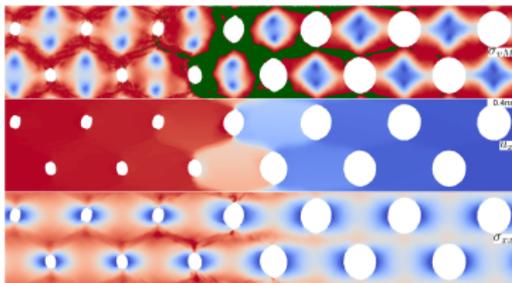
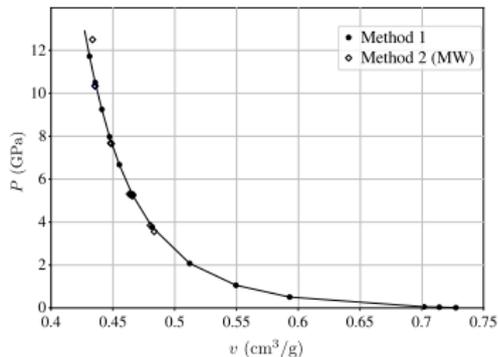
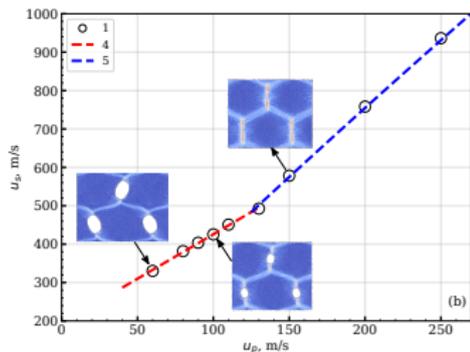
где $\Omega_i^{kl} = \delta^{kl} + \varepsilon^{klm} \omega_i^m \Delta t$, $\vec{\omega}_i = \sum_j \frac{m_j \vec{W}'_{ij}}{\rho_j} [\vec{U}_i, \vec{e}_{ij}]$

закрытие пор в пористой меди



пористость $\rho_0/\rho = 1.35$, $u_p = 100$ м/с.

Зеленое – пластически деформируемые частицы.



- Метод может быть применен к моделированию относительно слабых УВ

- Состояния на $P - V$ диаграмме хорошо согласуются с ударной адиабатой в системе с потенциалом Леннарда-Джонса

- получена стационарная волна движущейся с постоянной средней скоростью, что промоделировано в мезомеханических моделях с использованием разработанного алгоритма
- сравнение с предыдущим методом показало возможность моделирования слабых ударных волн и более быструю сходимость алгоритма
- рассчитана ударная адиабата в системе с потенциалом Леннарда–Джонса