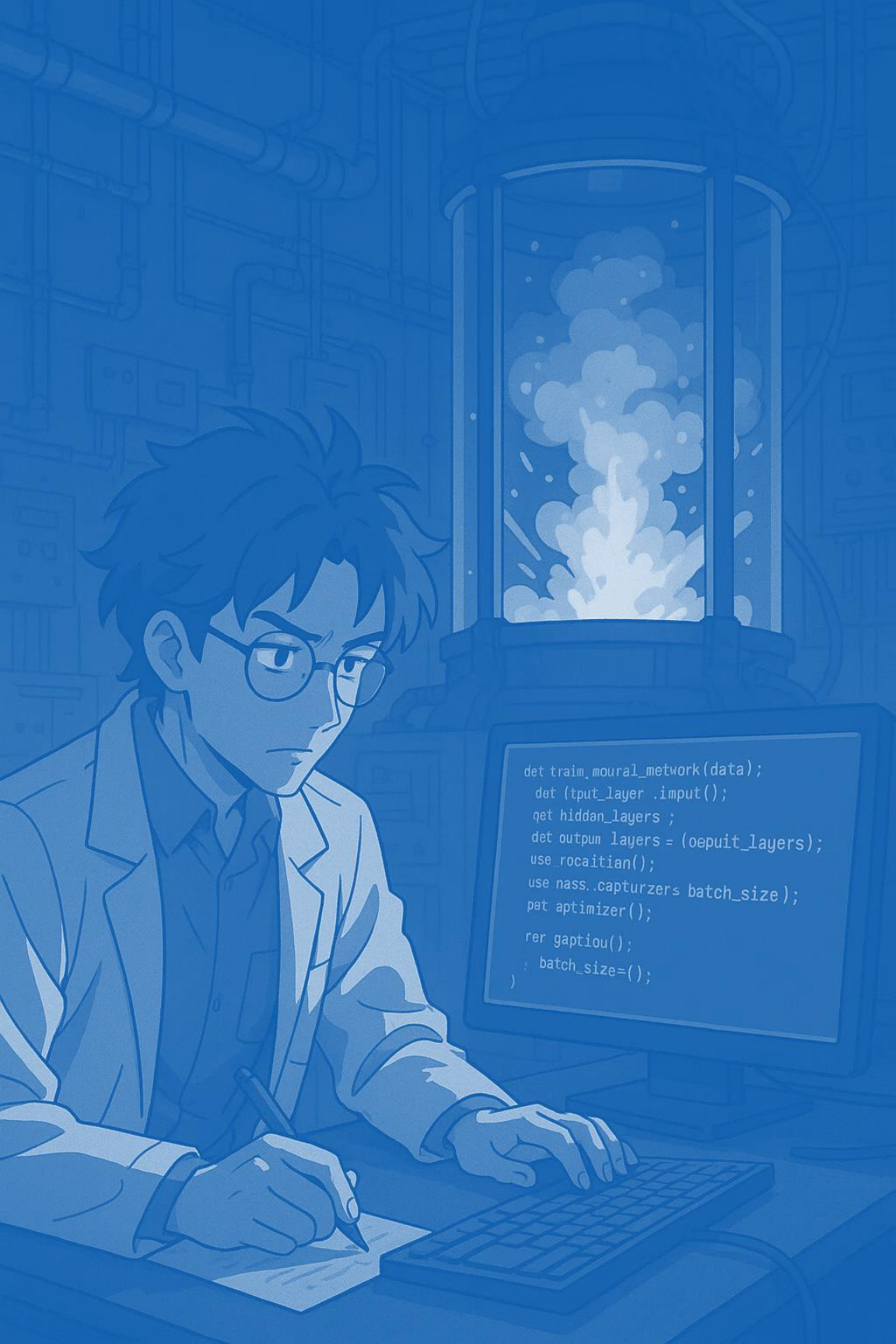




Восстановление газодинамических параметров течения с помощью PINN

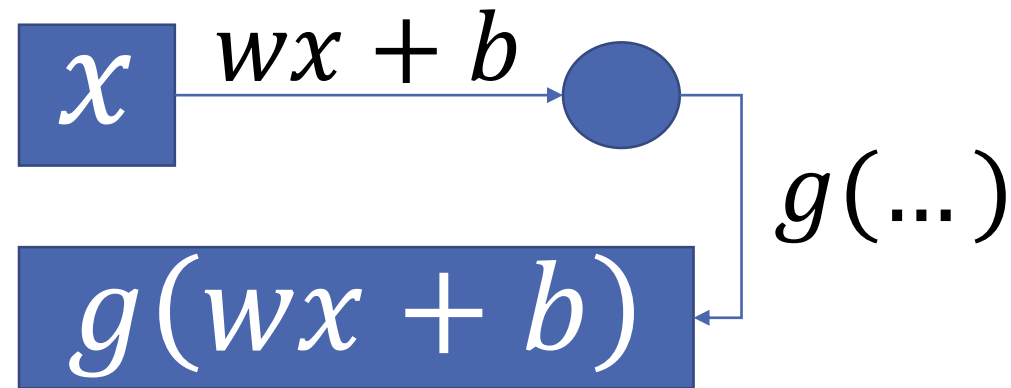
^{1,2}А.С. Туманик, ¹Э.Р. Прууэл

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
СО РАН, Новосибирск, Россия

²ЦКП «СКИФ», Институт катализа им. Г.К. Борескова
СО РАН, Кольцово, Россия

Архитектура PINN

1 нейрон с функцией активации:



Нелинейные функции активации:

$$\text{Tanh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

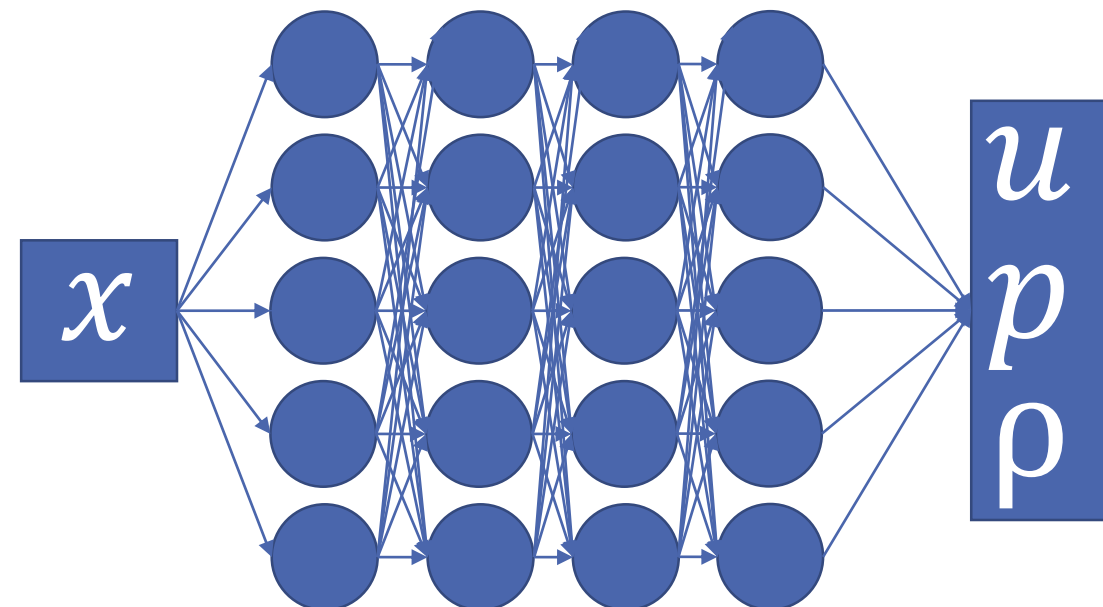
$$\text{ReLU}(x) = \max(0, x)$$

Feedforward
Neural
Network

Оптимизация параметров ($L \rightarrow 0$):

- Adam
- L-BFGS

n слоев по k нейронов



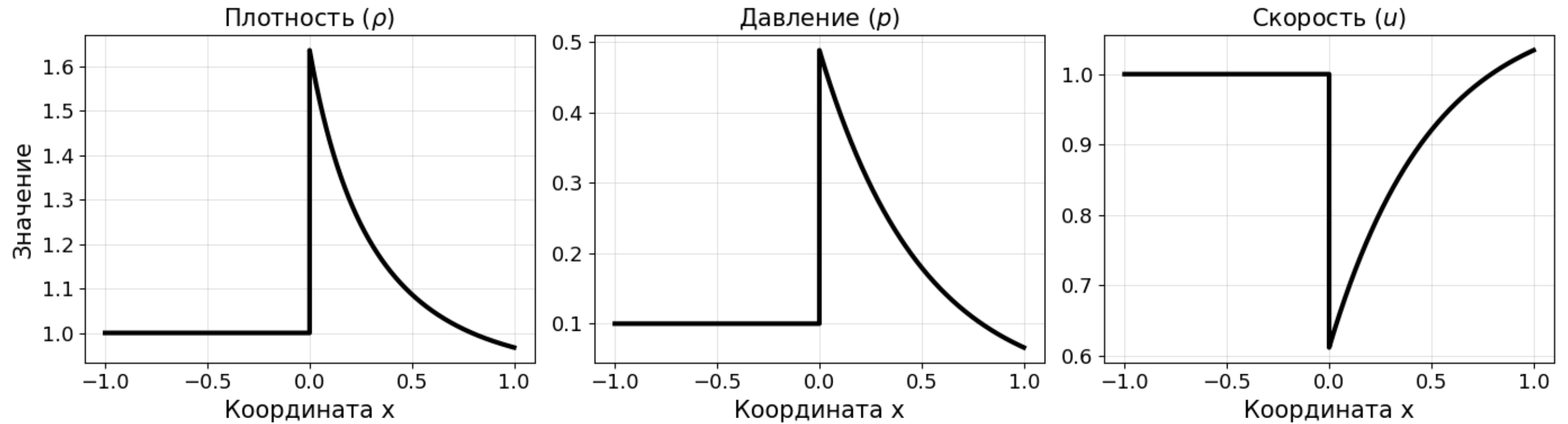
Функция ошибки:

$$L = \lambda_{data} * L_{data} + \lambda_{bound} * L_{bound} + \lambda_{PDE} * L_{PDE}$$

Невязка:

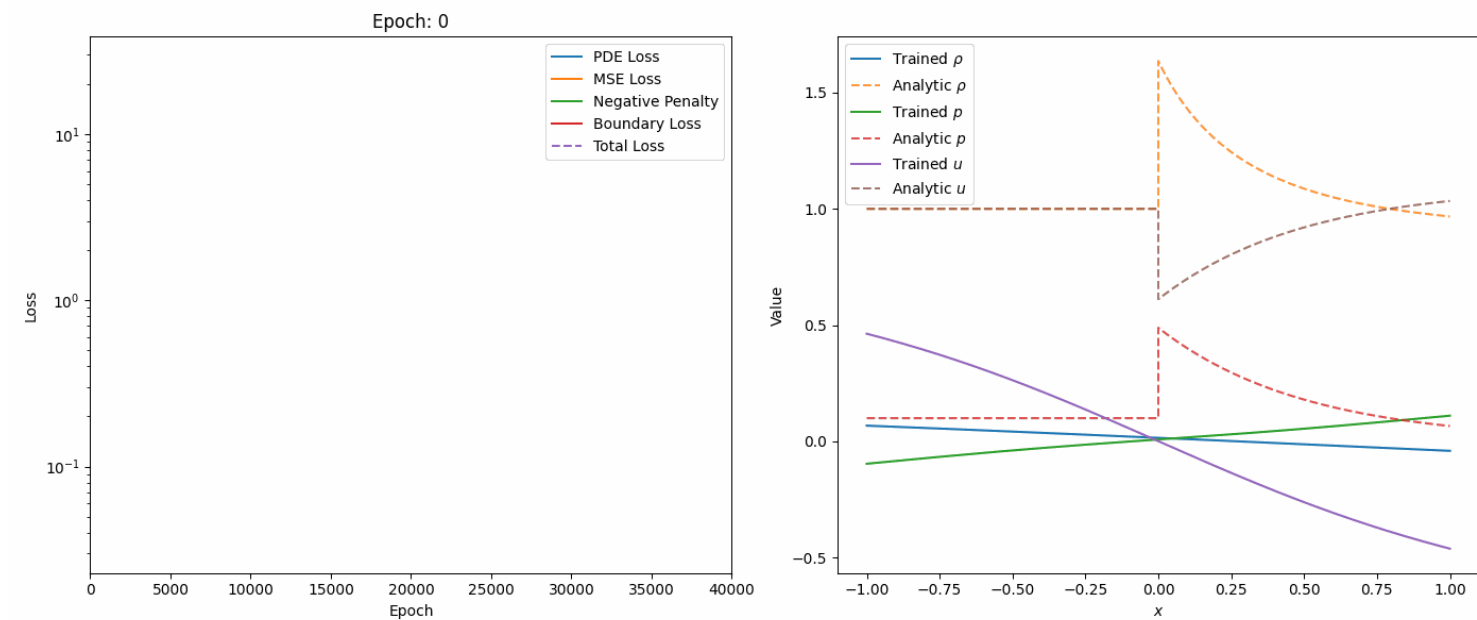
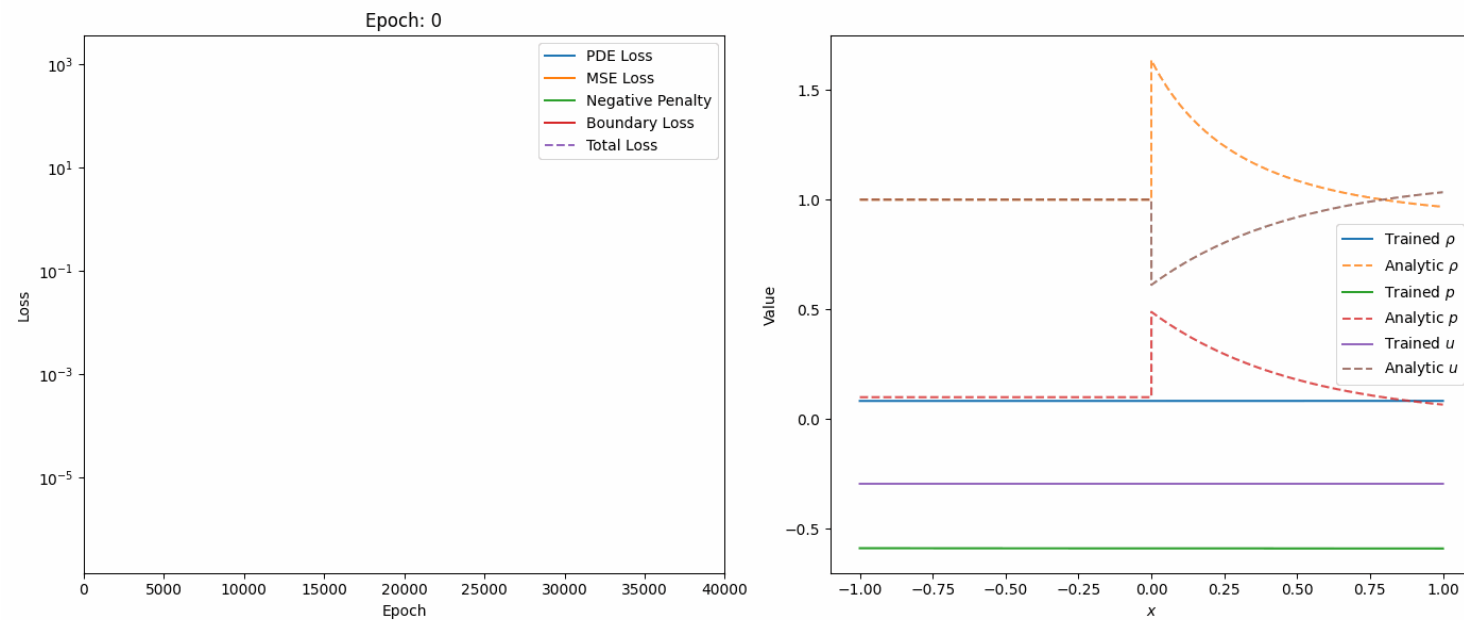
- $\frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0$
- $\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0$
- известные значения ρ
- граничные условия

Одномерное течение

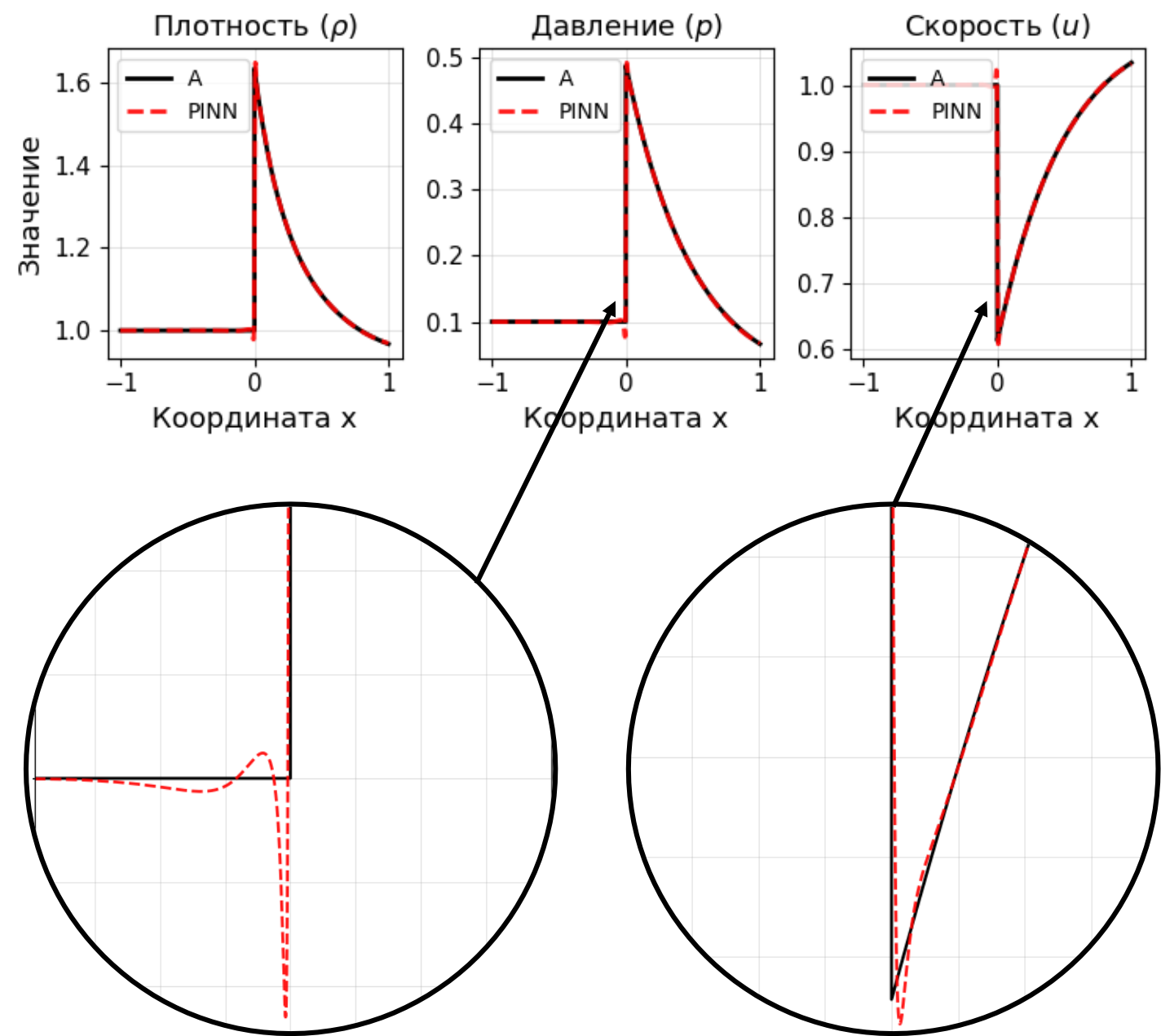


5 слоев, 50 нейронов, функция активации – *Sigmoid*:

5 слоев, 50 нейронов, функция активации – *Tanh*:



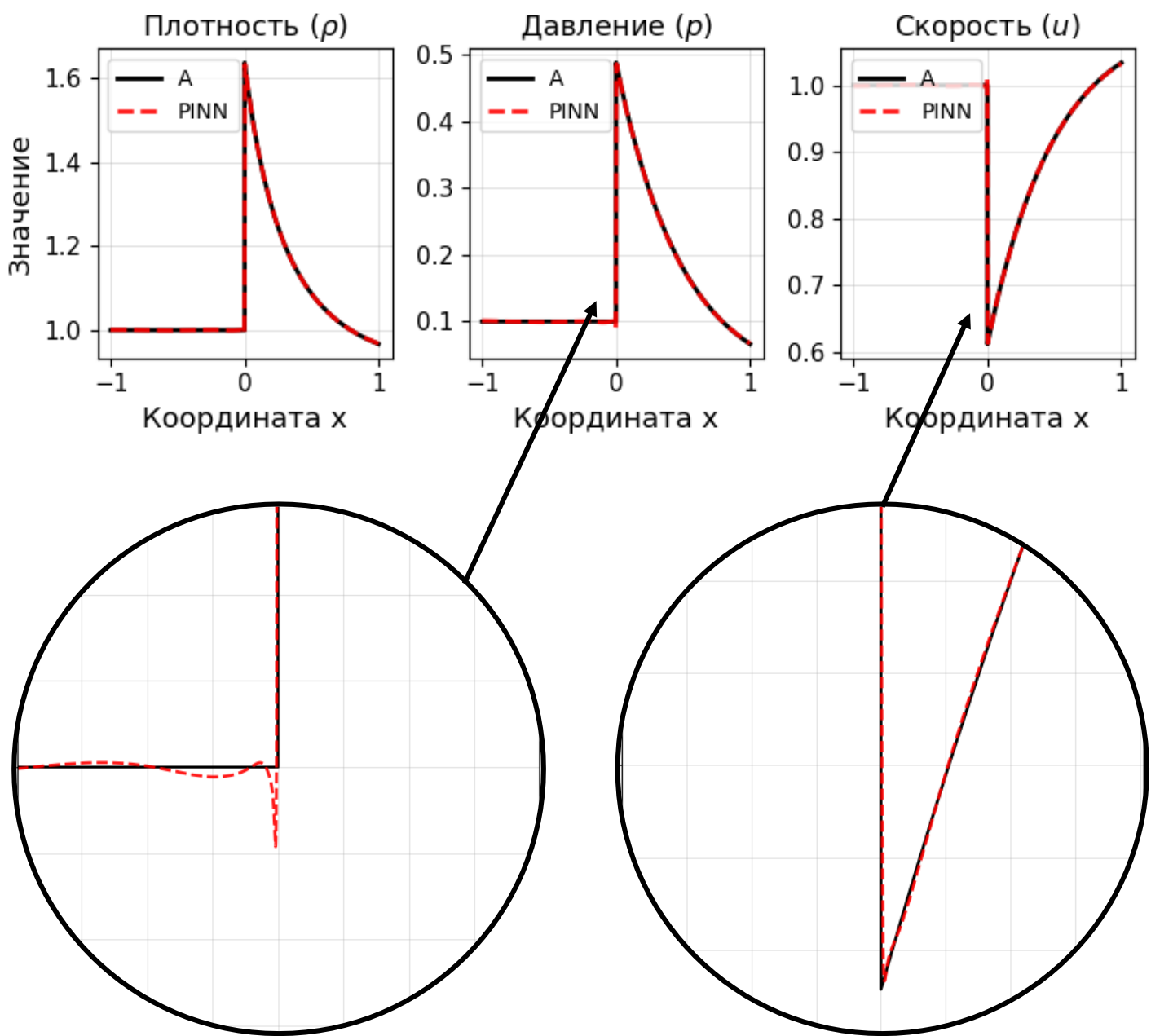
5 слоев, 50 нейронов, функция активации – *Sigmoid*:



Ошибка во время обучения (MSE):
Экспериментальная: $2.13 \cdot 10^{-4}$
Законы сохранения: $1.18 \cdot 10^{-5}$
Граничные условия: $2.17 \cdot 10^{-4}$

MSE по параметрам:
 ρ : $1.071 \cdot 10^{-4}$
 p : $3.761 \cdot 10^{-5}$
 u : $3.735 \cdot 10^{-5}$

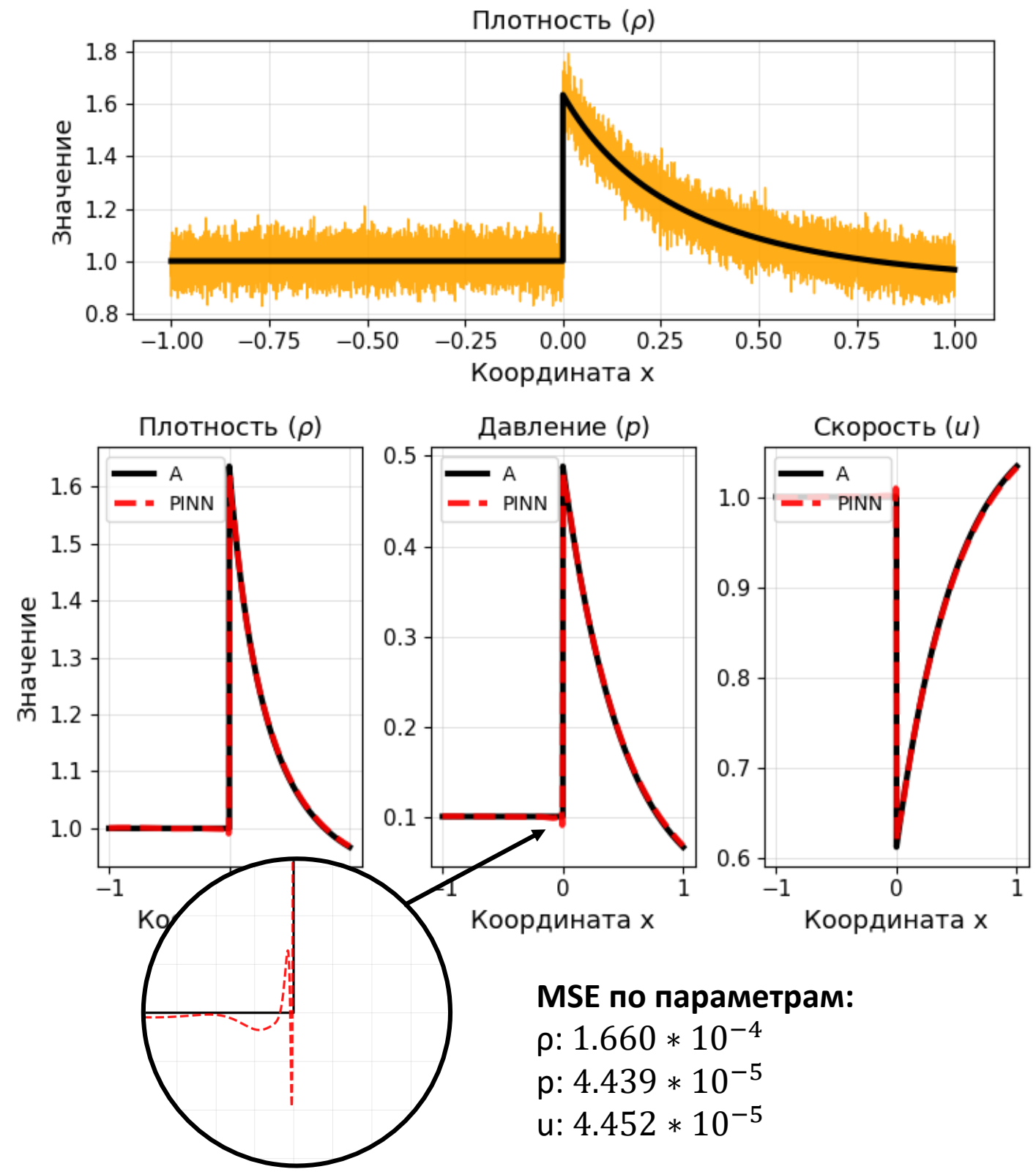
5 слоев, 50 нейронов, функция активации – *Tanh*:



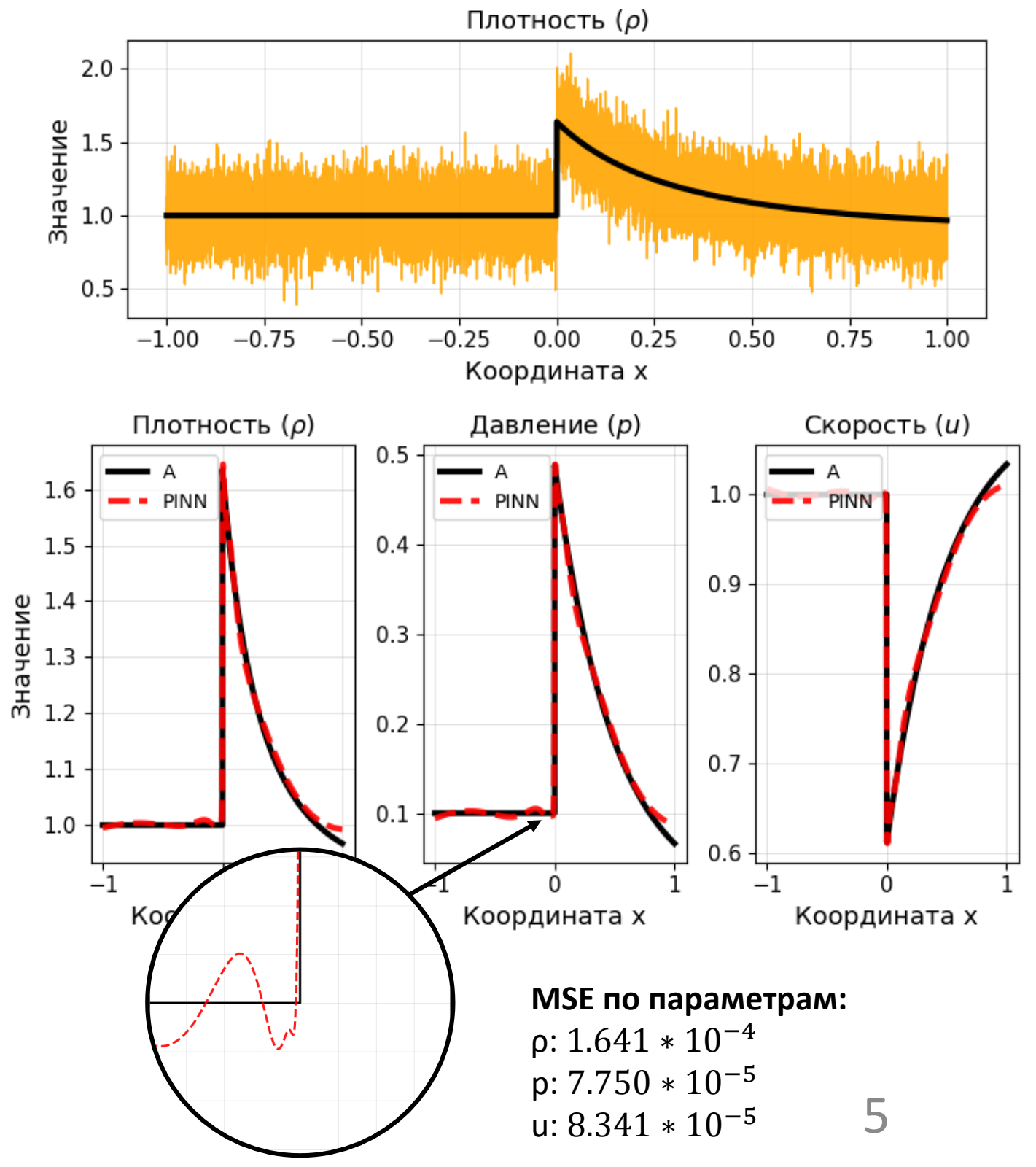
Ошибка во время обучения (MSE):
Экспериментальная: $1.48 \cdot 10^{-4}$
Законы сохранения: $1.12 \cdot 10^{-4}$
Граничные условия: $1.91 \cdot 10^{-4}$

MSE по параметрам:
 ρ : $4.457 \cdot 10^{-5}$
 p : $2.014 \cdot 10^{-5}$
 u : $2.005 \cdot 10^{-5}$

Зашумленные экспериментальные данные (x1):

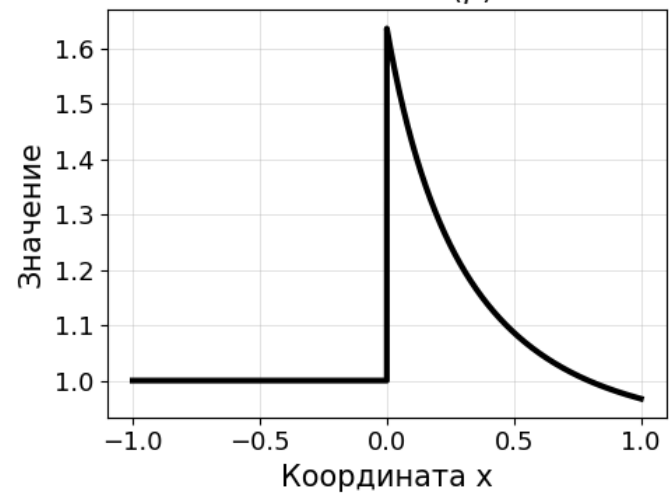


Зашумленные экспериментальные данные (x3):

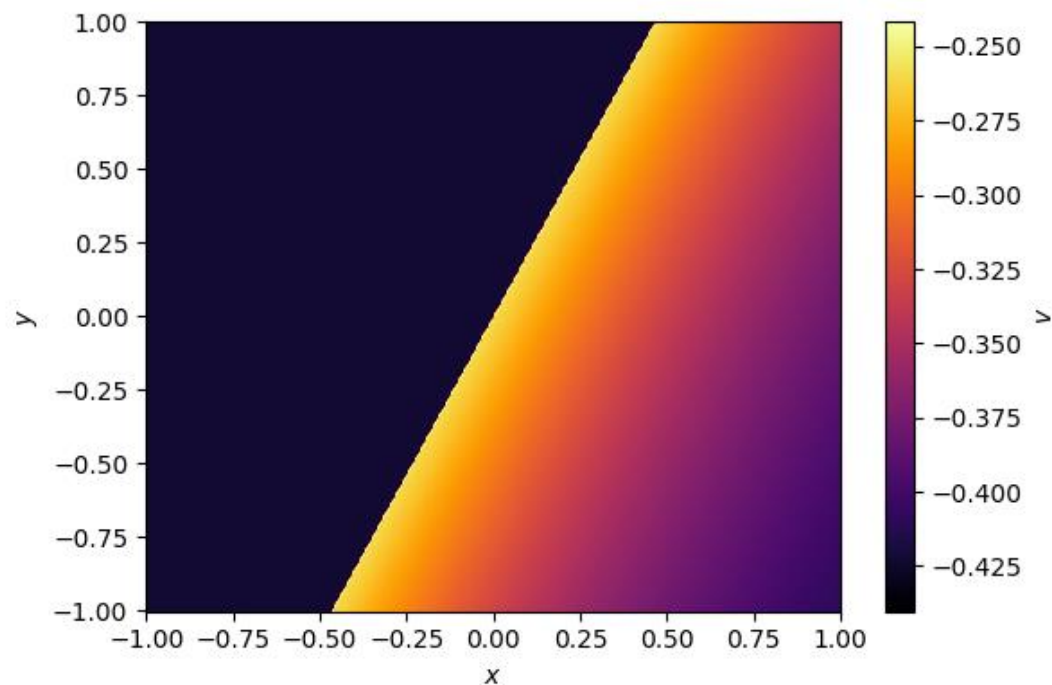
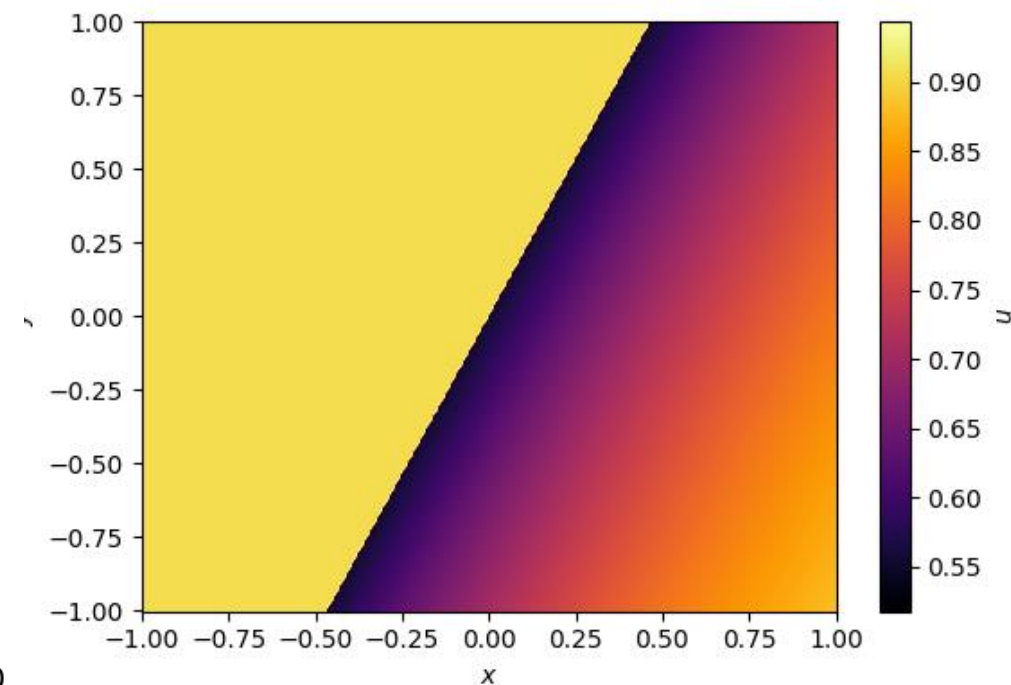
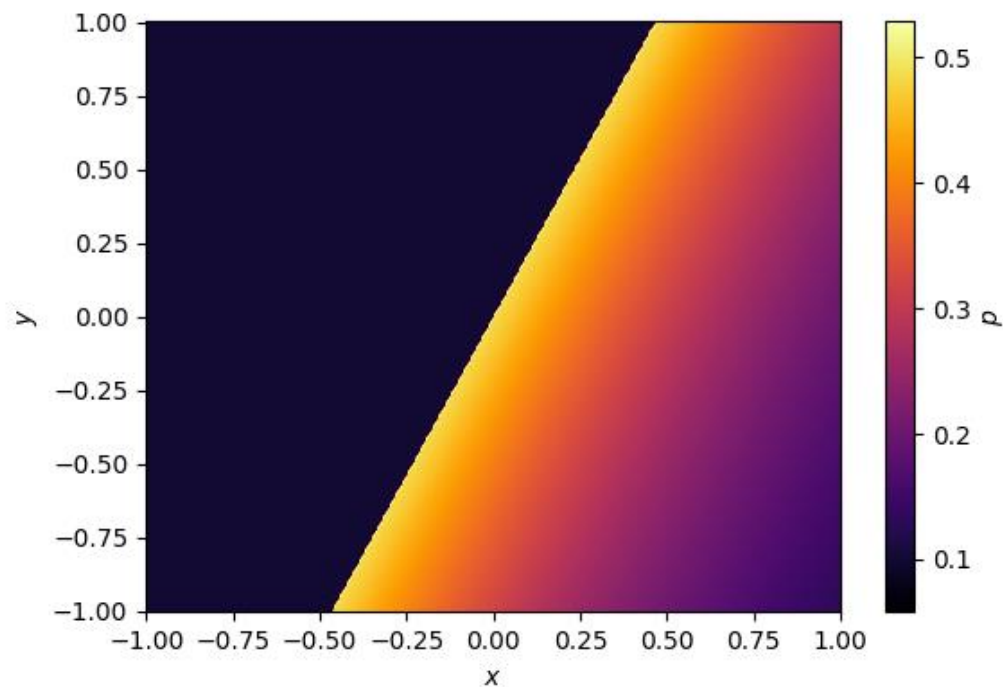
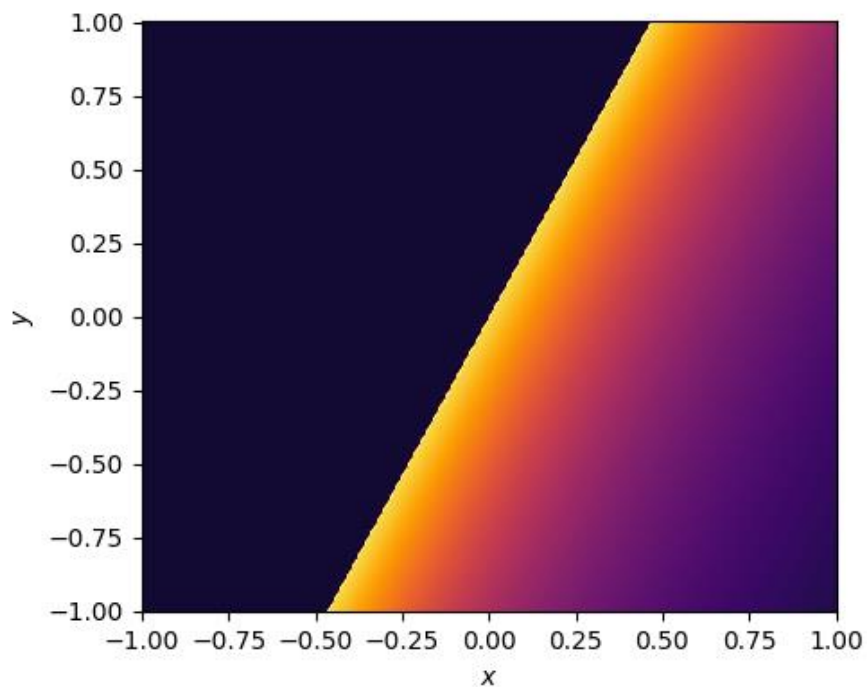
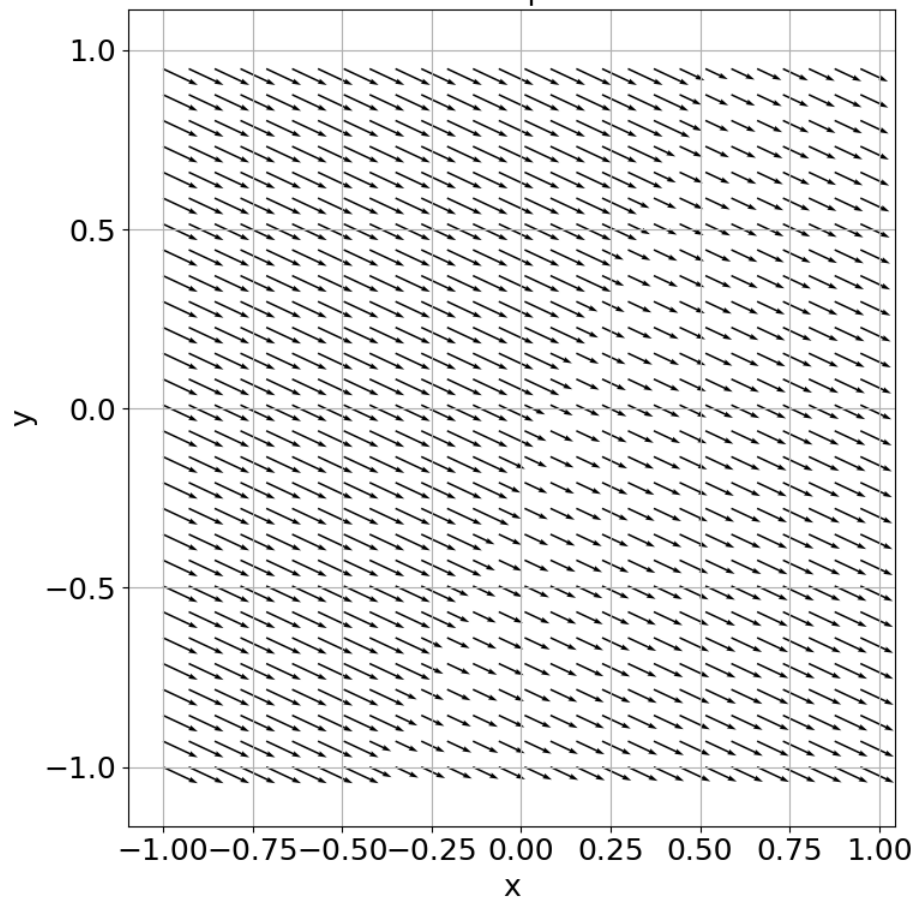


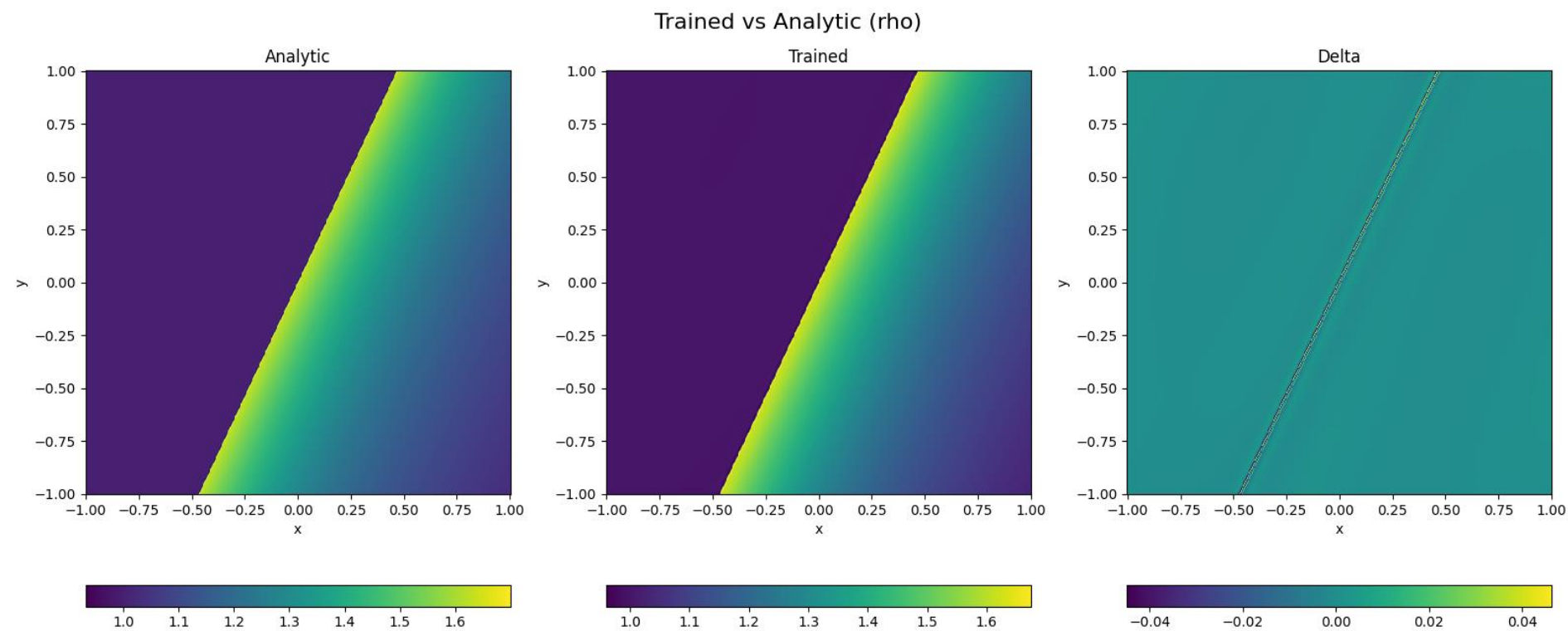
Двумерное течение

Плотность (ρ)

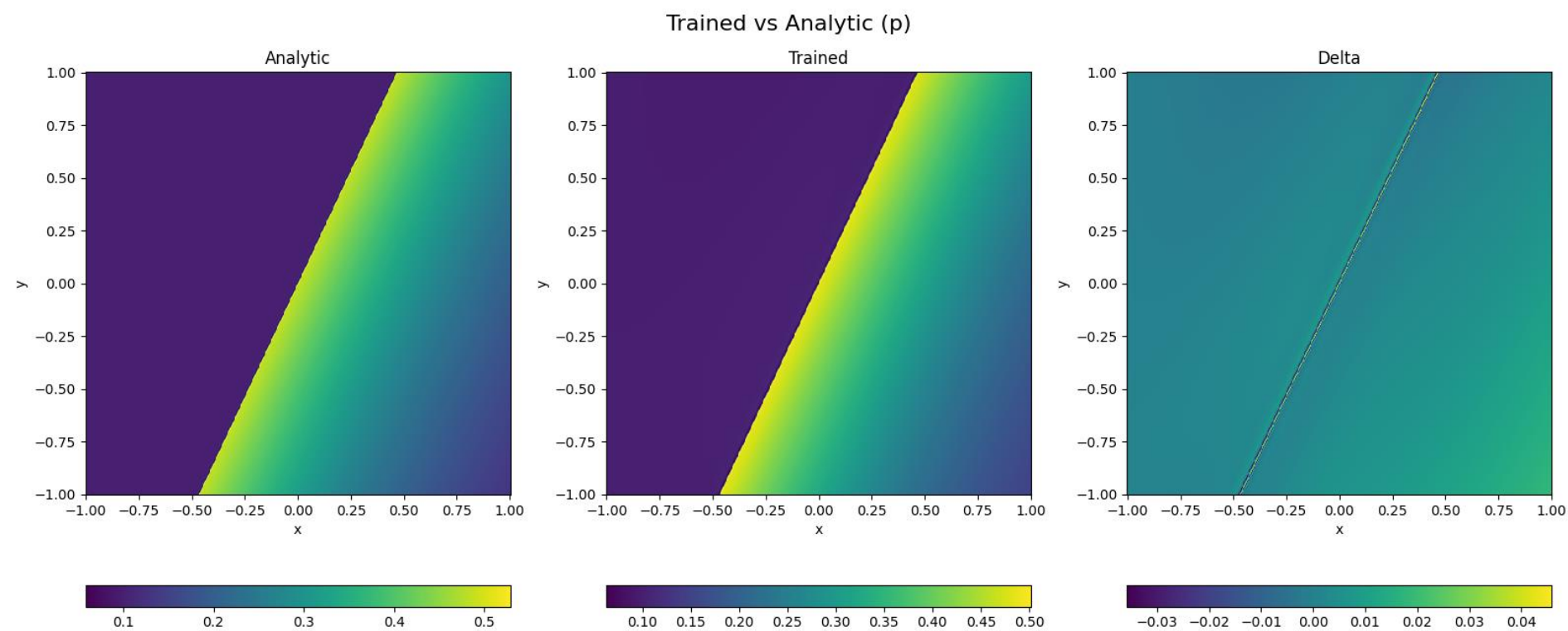
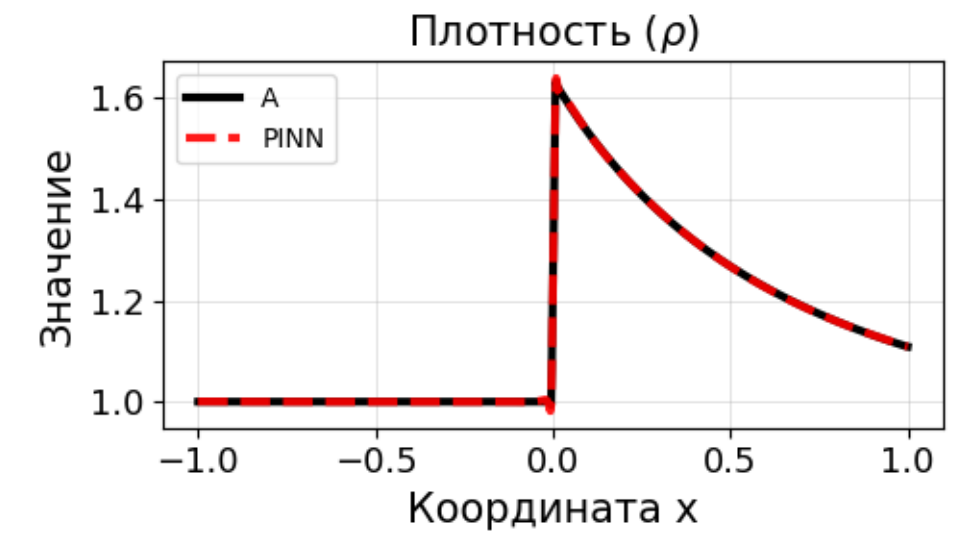


Поле скоростей

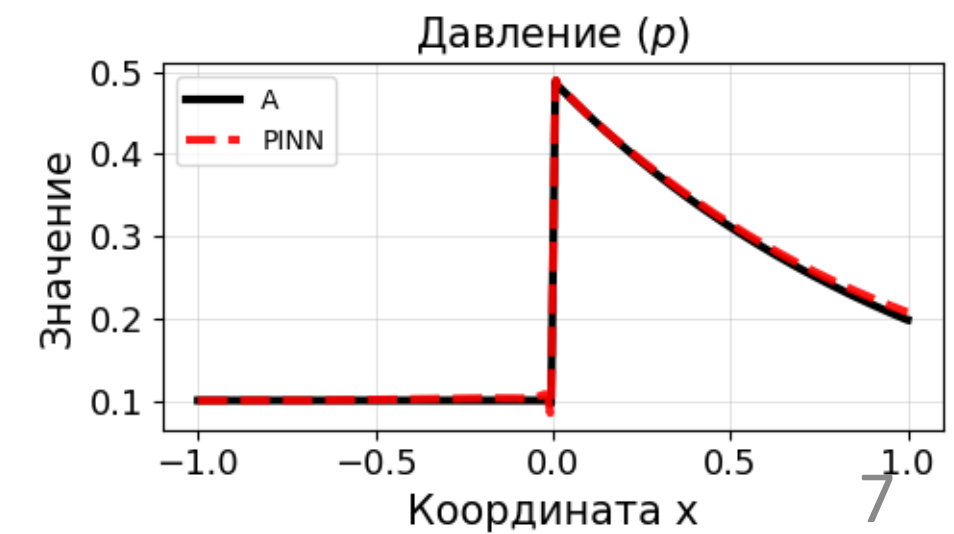


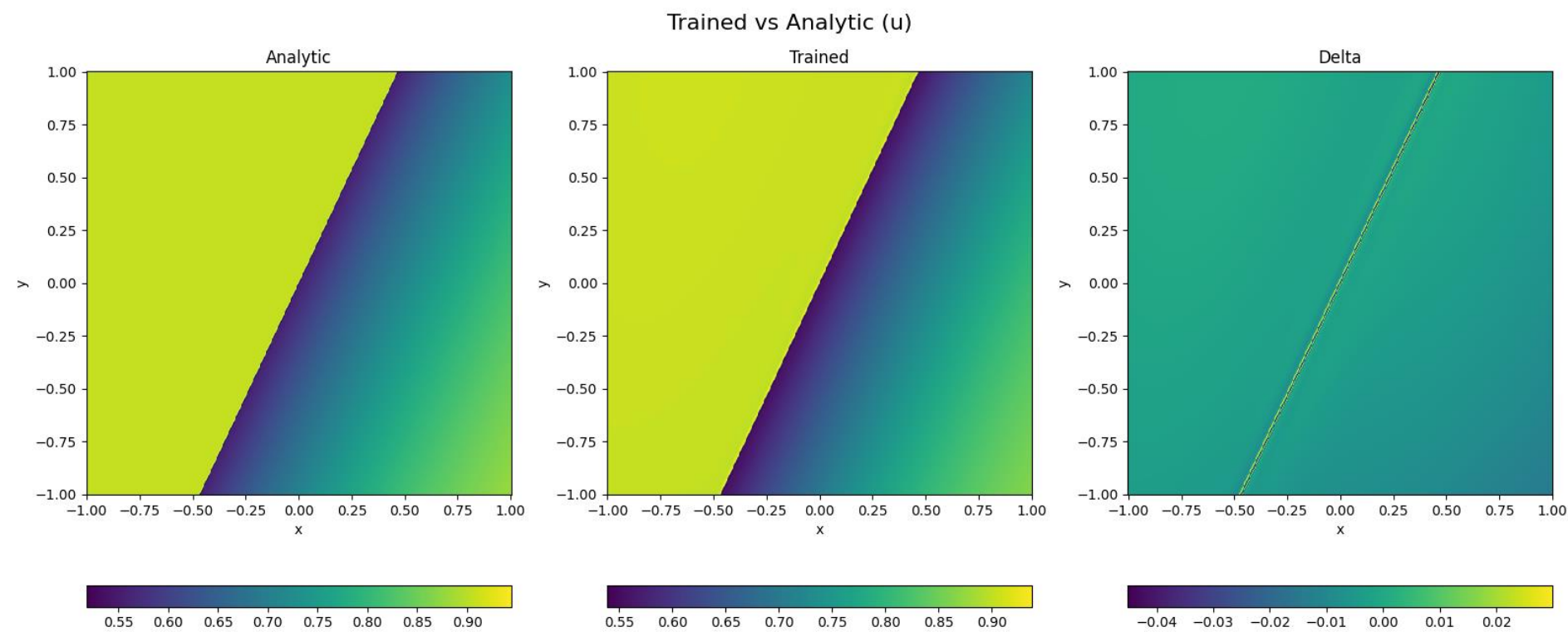


Плотность ρ
 $MSE = 1.96 * 10^{-6}$

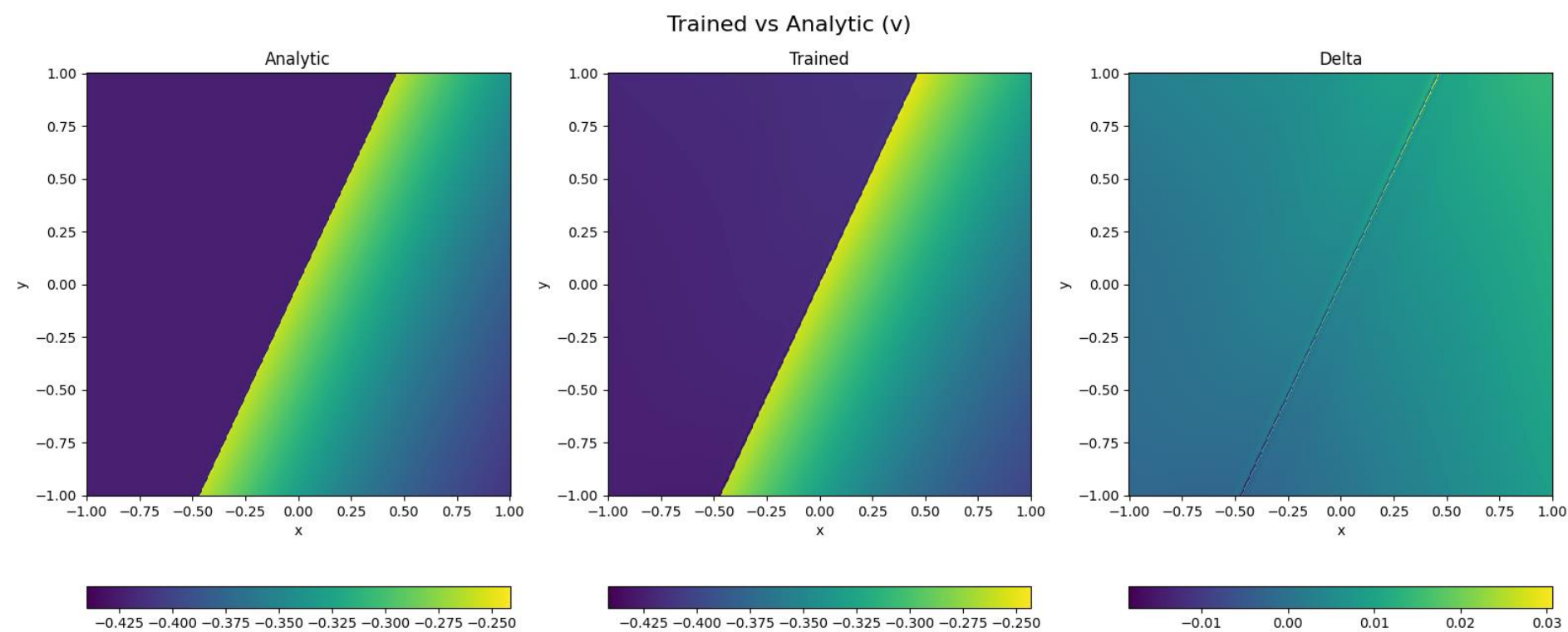
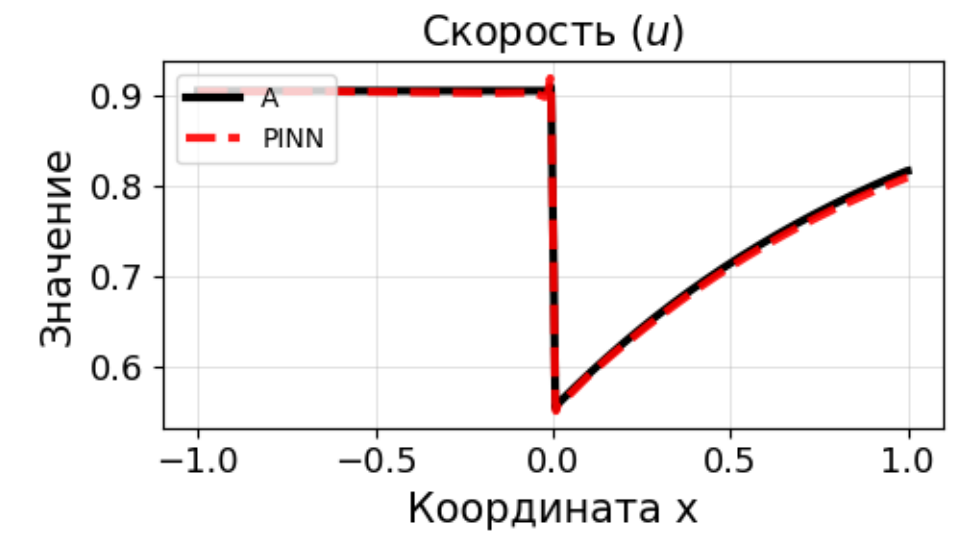


Давление p
 $MSE = 2.33 * 10^{-5}$

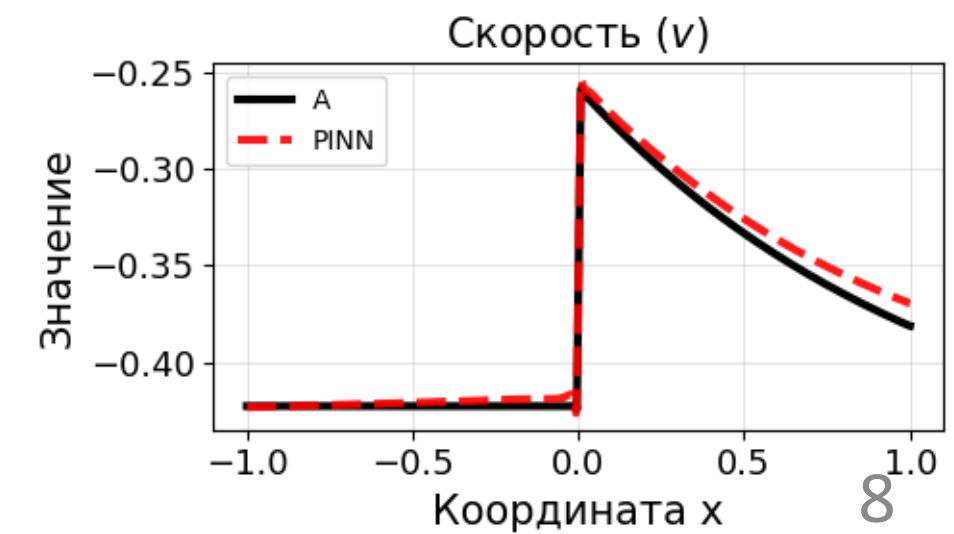


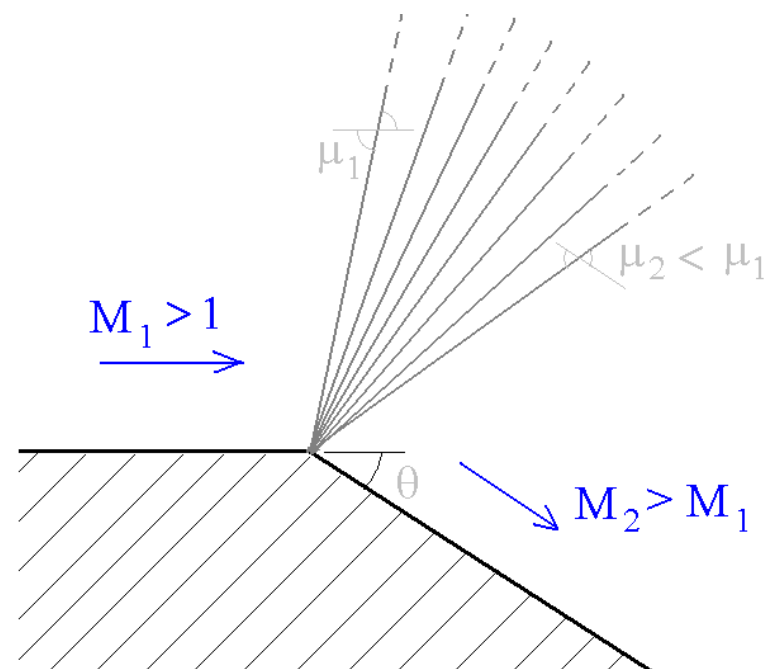


Скорость u
 $MSE = 2.05 * 10^{-5}$

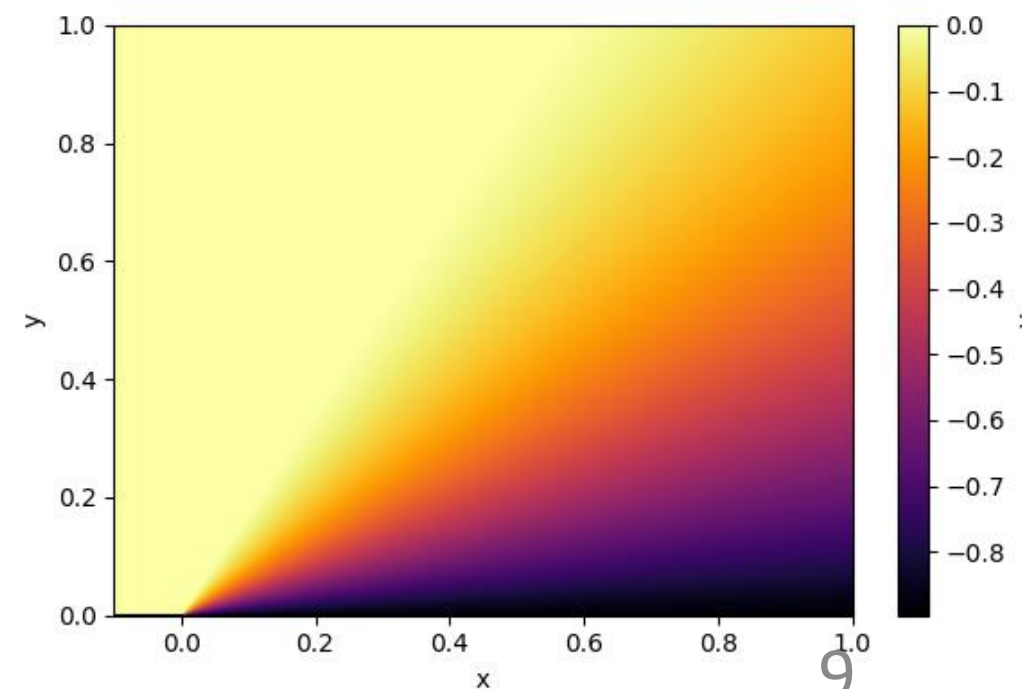
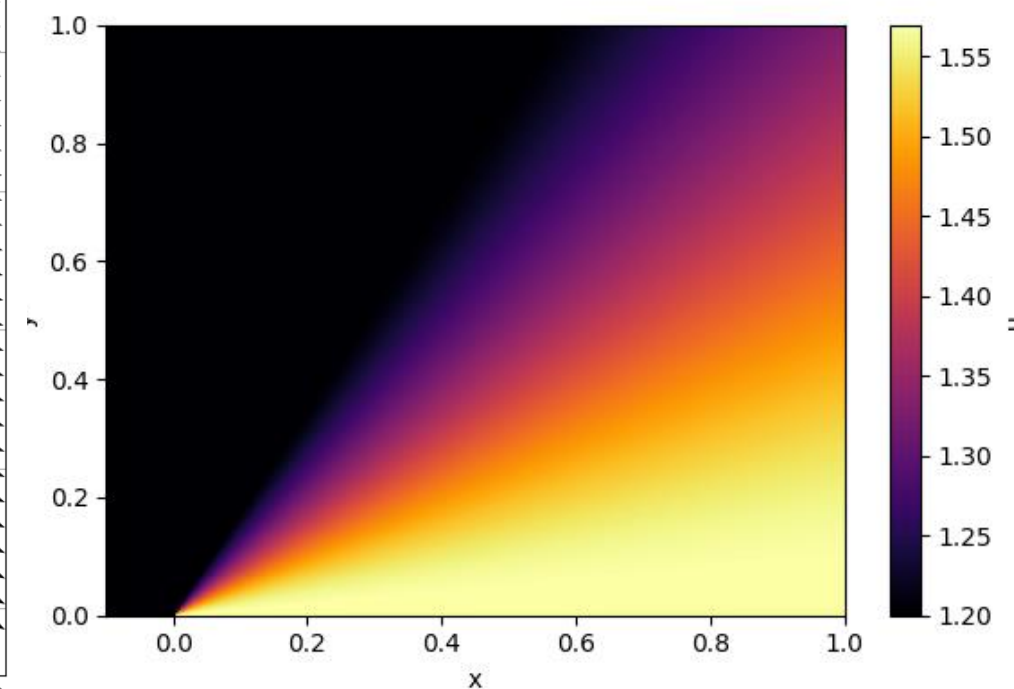
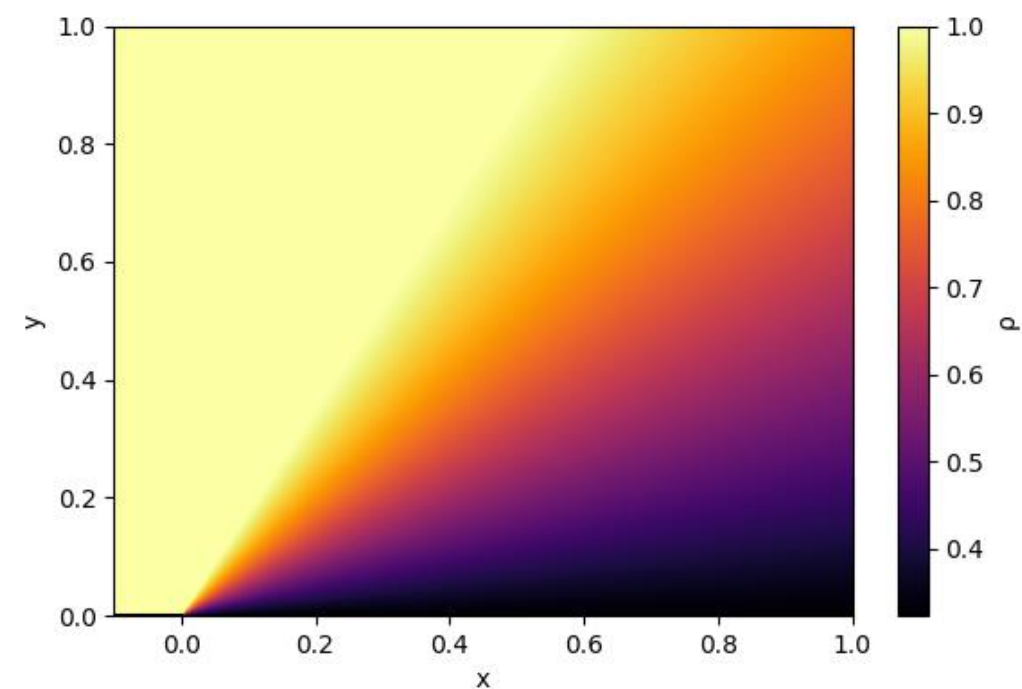
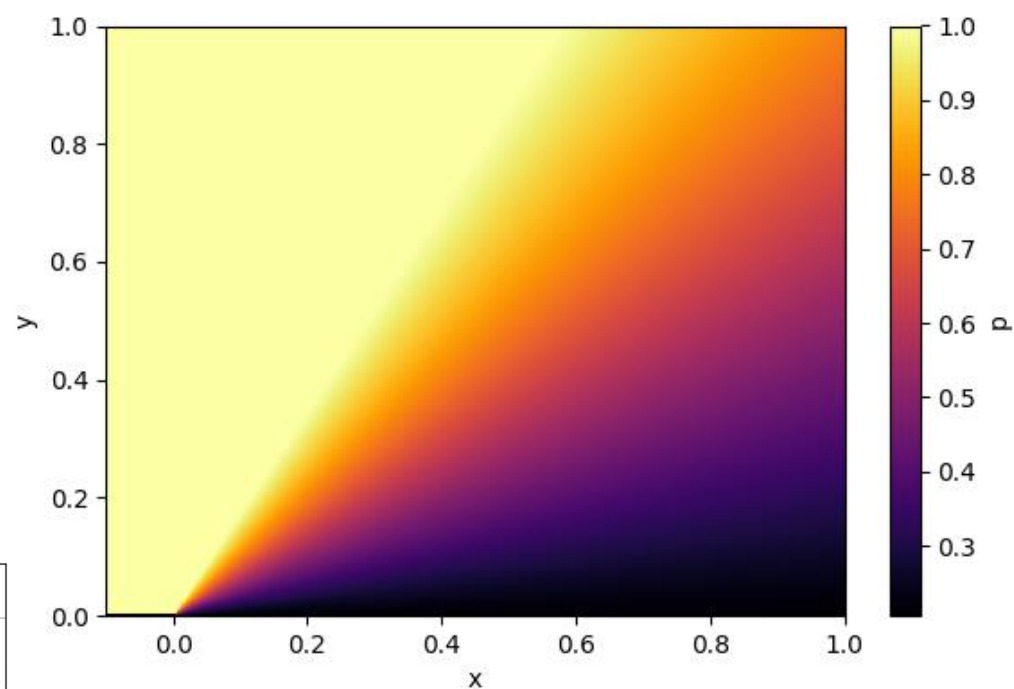


Скорость v
 $MSE = 3.75 * 10^{-5}$

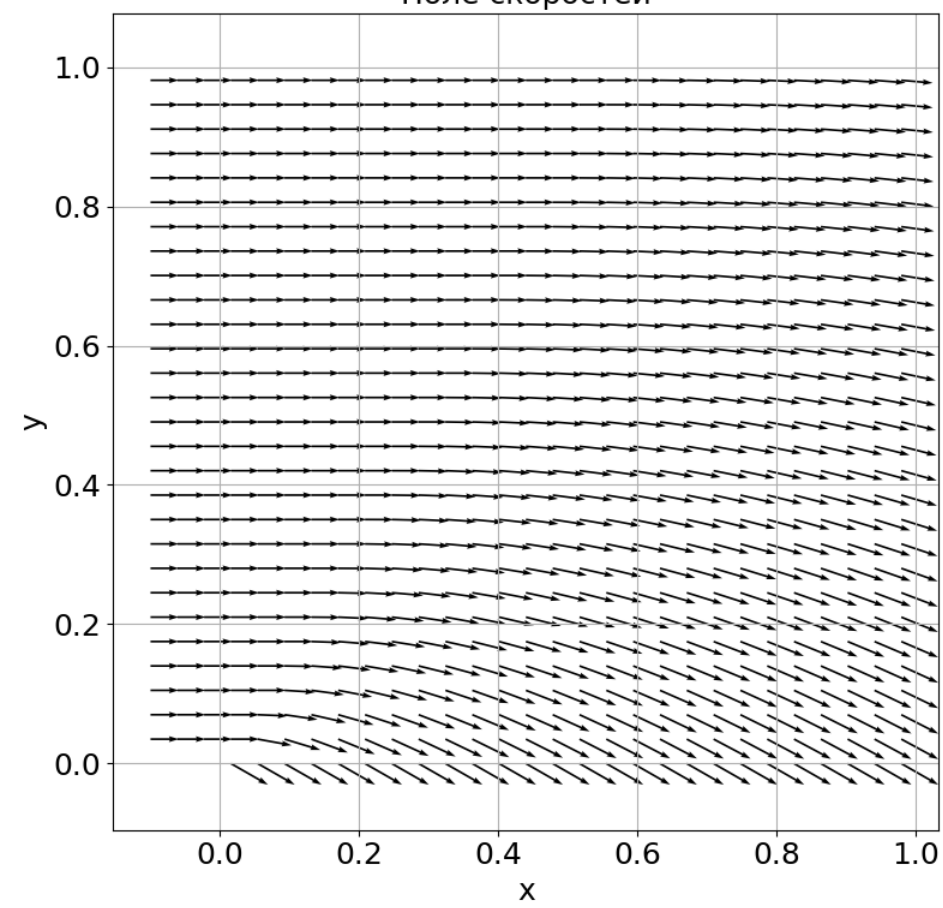


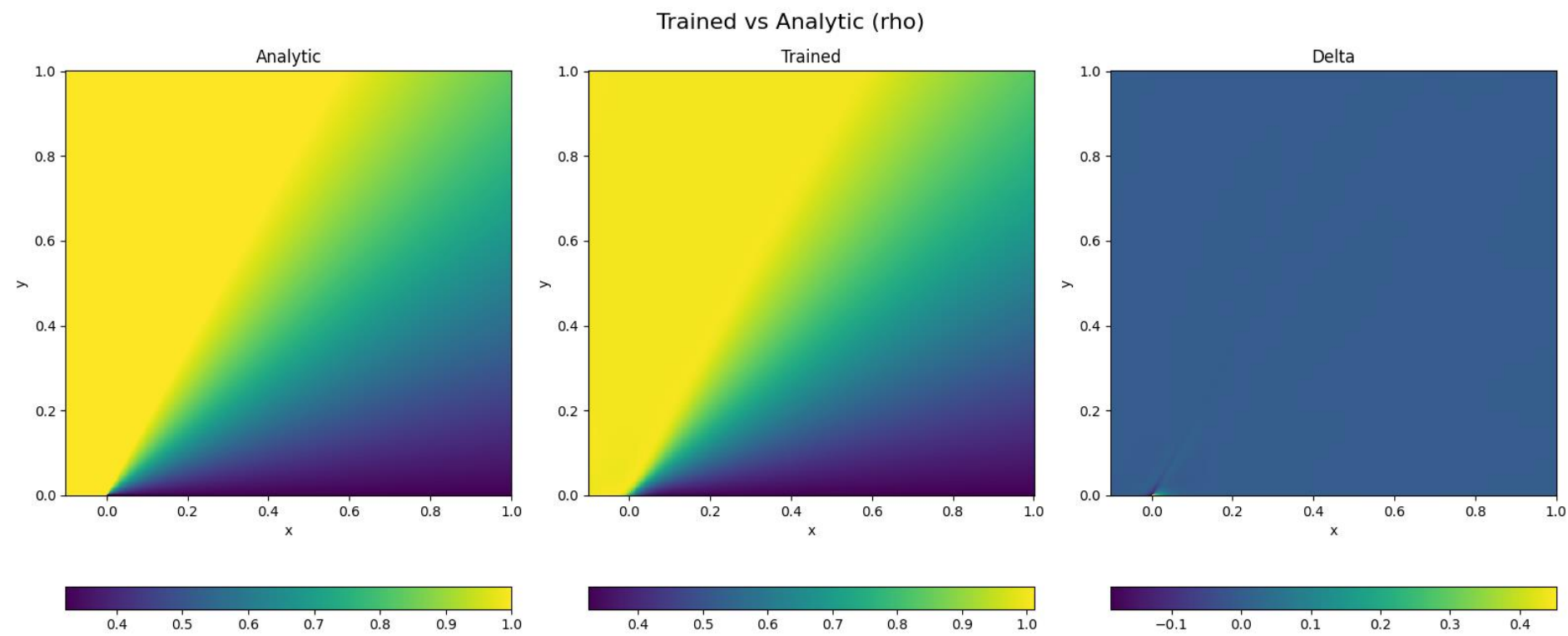


$$M_1 = 1.2, \Theta = 30^\circ$$

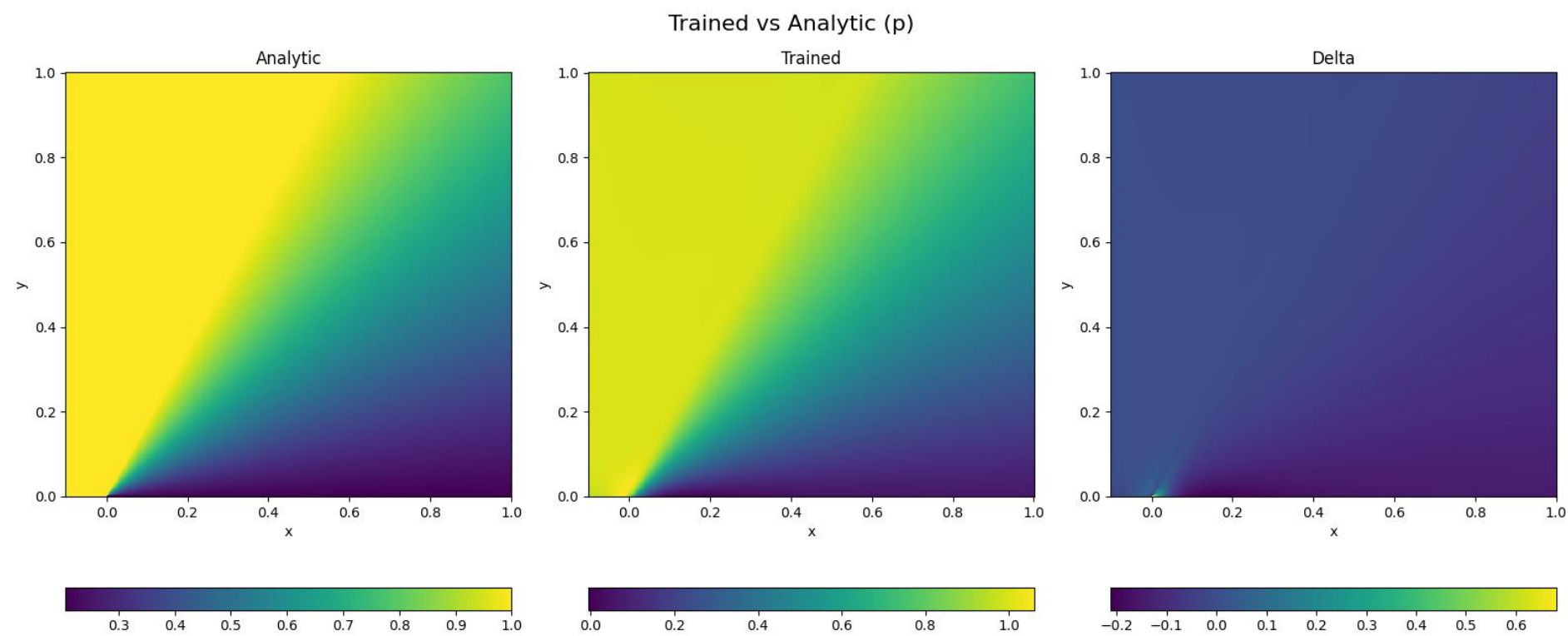
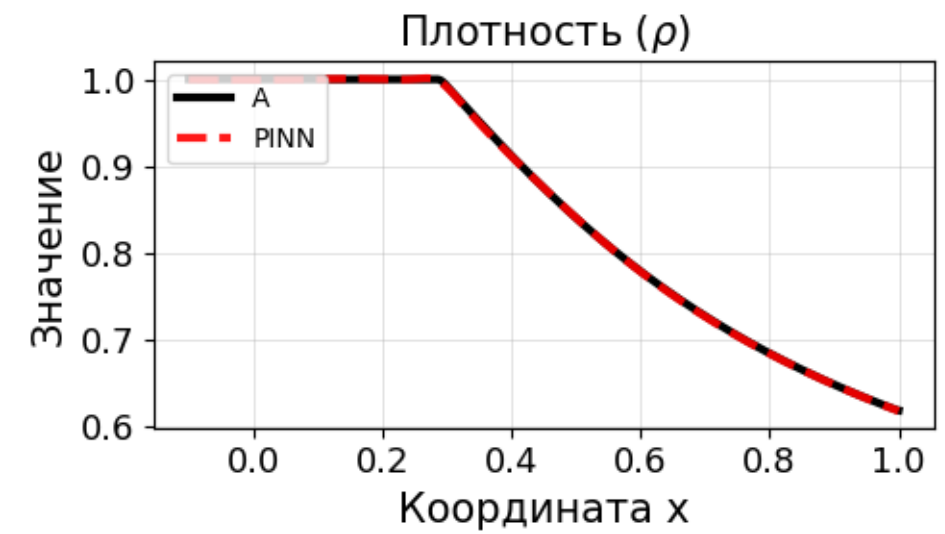


Поле скоростей

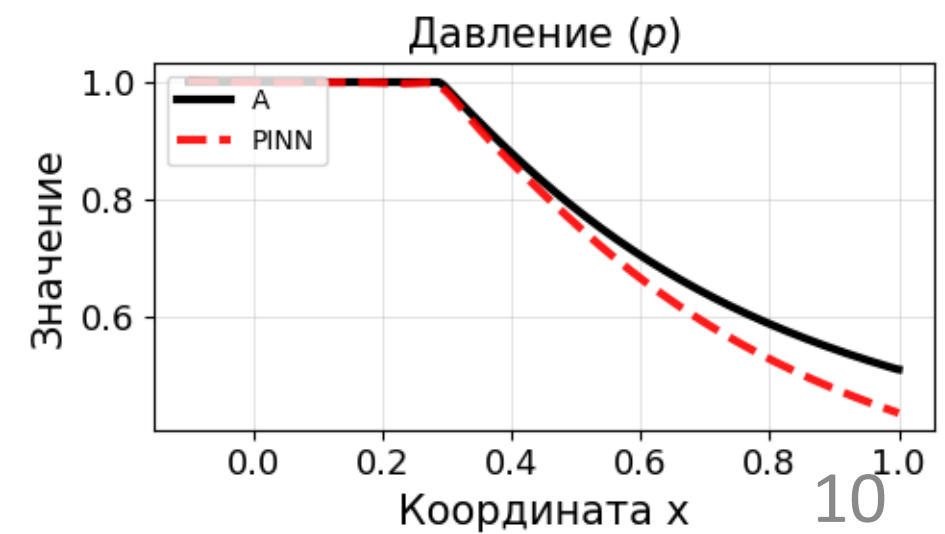


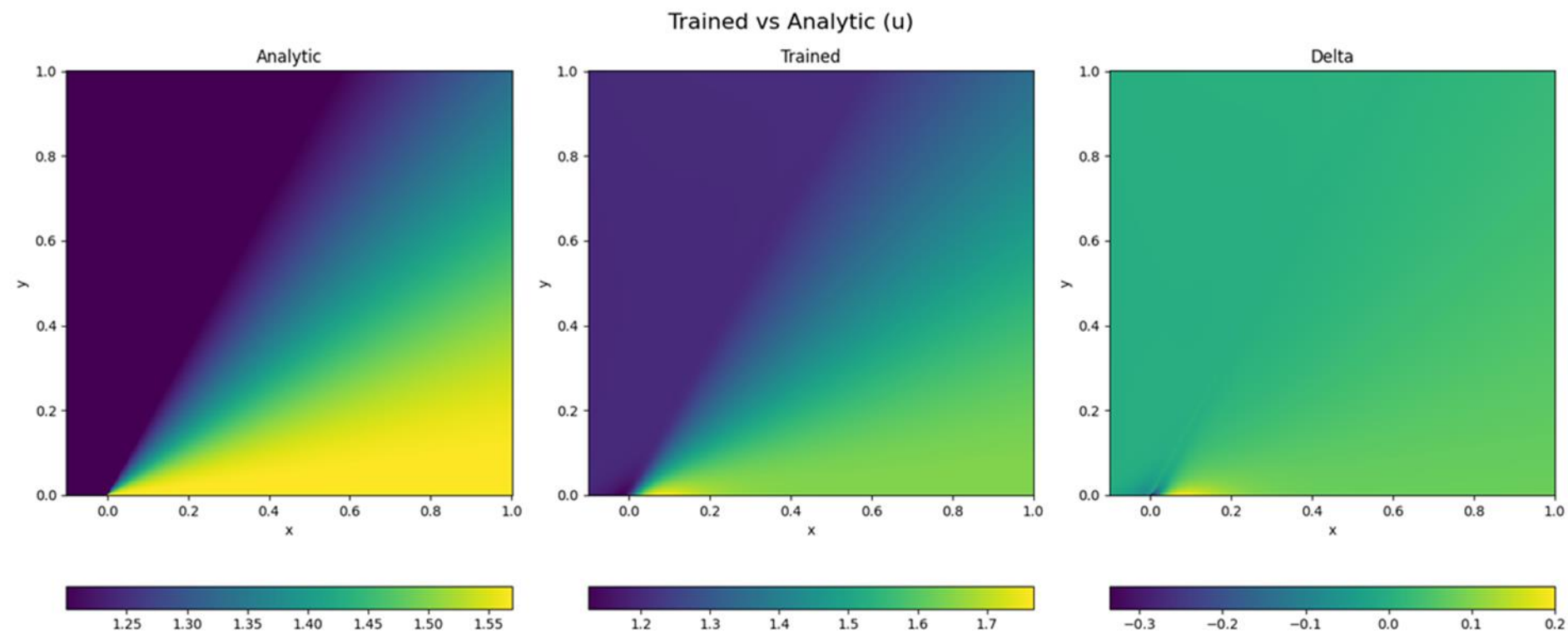


Плотность ρ
 $MSE = 8.27 * 10^{-6}$

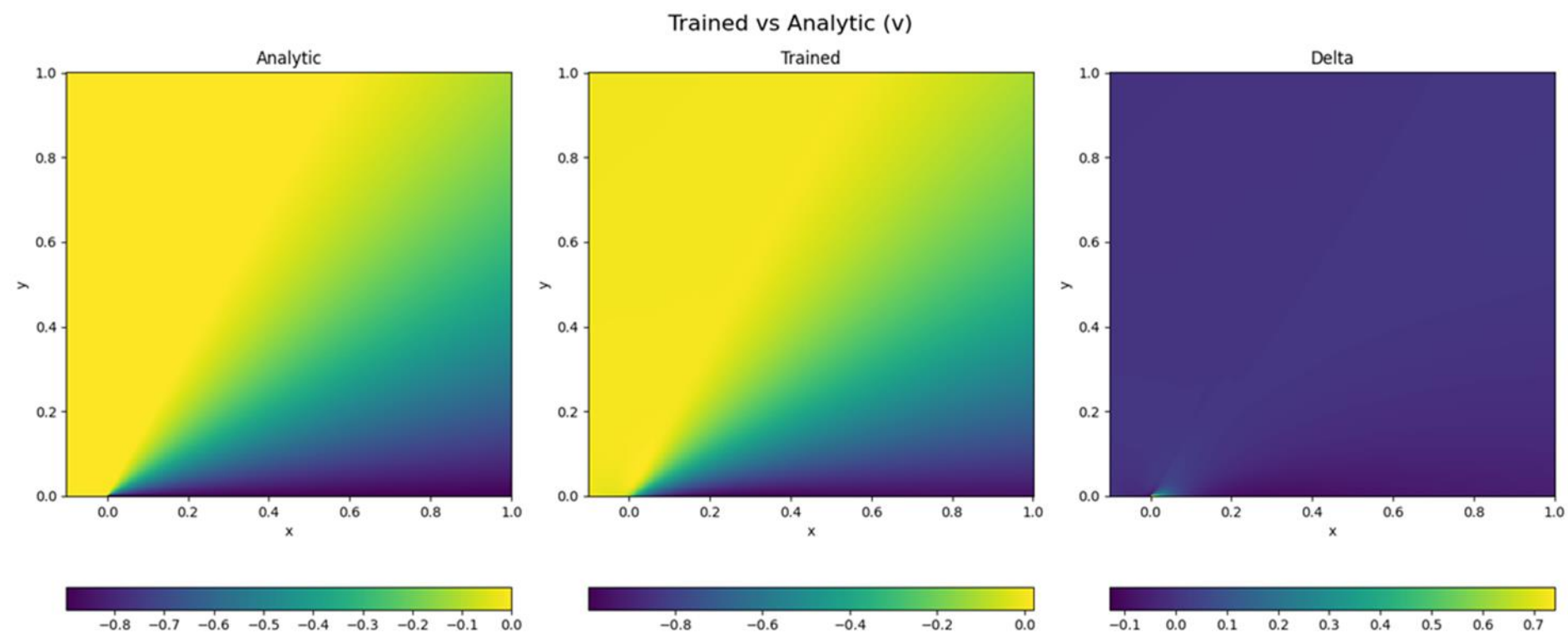
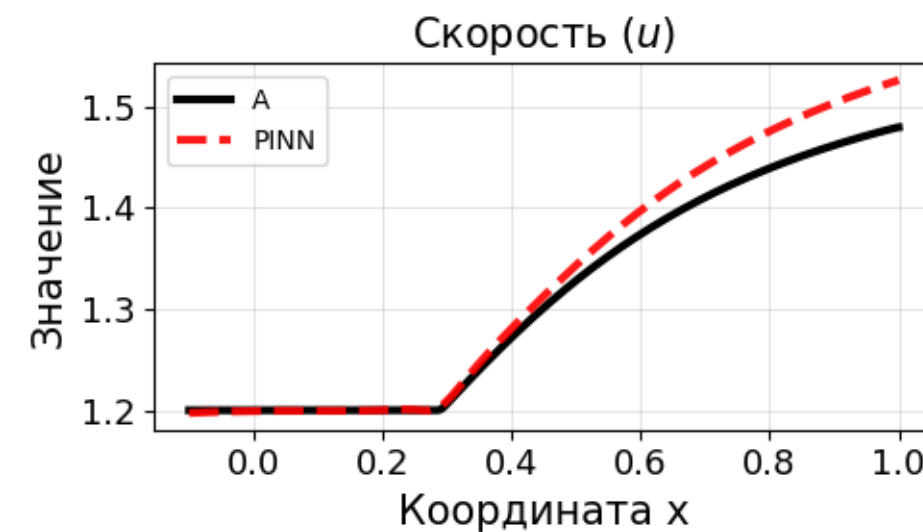


Давление p
 $MSE = 3.69 * 10^{-3}$

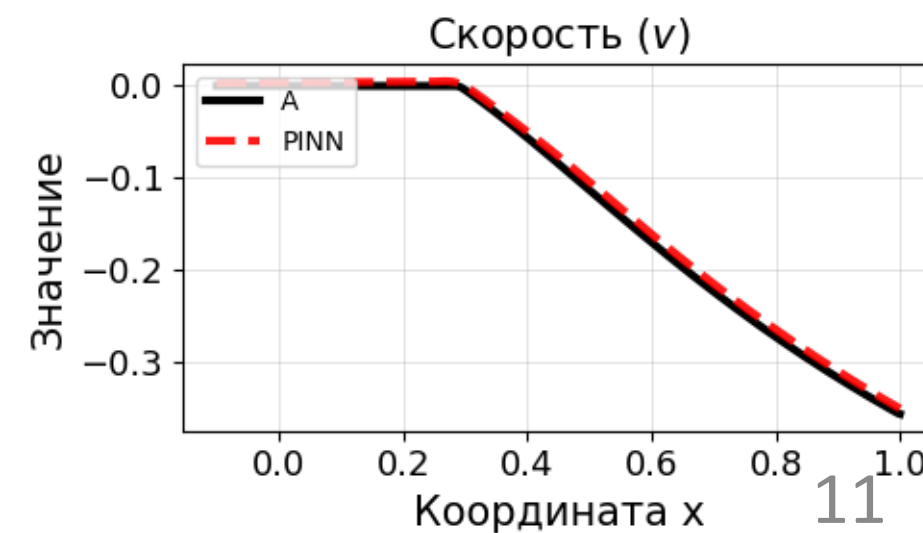




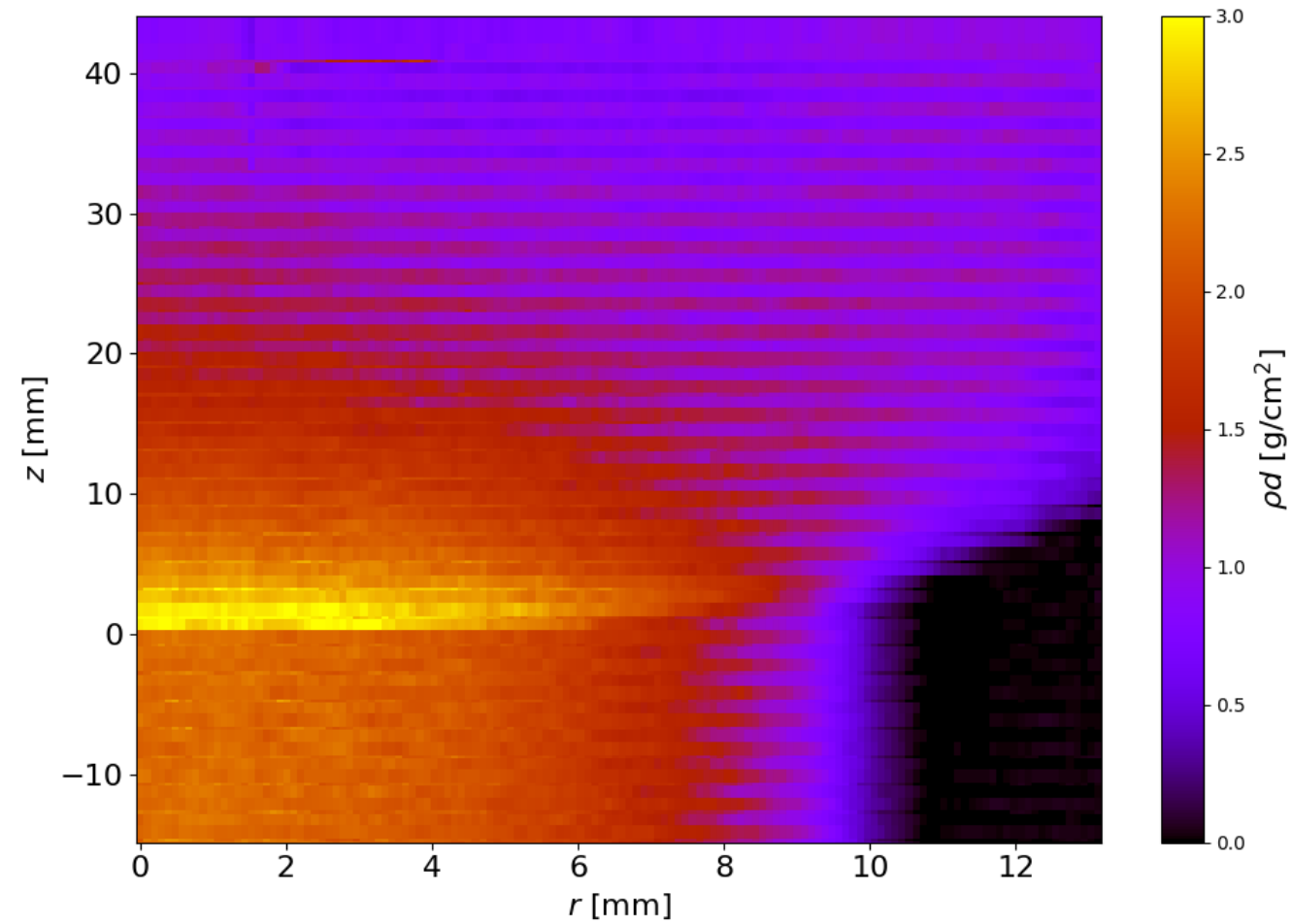
Скорость u
 $MSE = 1.26 * 10^{-3}$



Скорость v
 $MSE = 3.50 * 10^{-4}$



Заключение



PINN — мощный инструмент для
восстановления параметров течения.

$$\rho \longrightarrow \rho d(r, z_i) = \int_r^{R_0} \frac{2x}{\sqrt{x^2 - r^2}} \rho(x, z_i) dx$$

