

STUDY OF CRITICAL EXPONENTS FOR THE CAUCHY PROBLEM FOR NONLINEAR EQUATION OF THEORY OF WAVES IN SEMICONDUCTORS

A. K. Matveeva¹, M. O. Korpusov^{1, 2}

¹Moscow State University named after M. V. Lomonosov, Moscow, Russia

²Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

We consider the Cauchy problem for a model partial differential equation of third order with gradient non-linearity:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta u + \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta u = |\nabla u|^q, (x, t) \in \mathbb{R}^2 \times [0, T),$$

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in \mathbb{R}^2.$$

The equation is a non-linear equation of Sobolev type.

In the classical work [1], Pokhozhaev and Mitidieri used a rather simple method of non-linear capacity to obtain deep results on the role of the so-called critical exponents. In the present work we prove the existence of two critical exponents ($q_1 = 2$, $q_2 = 3$) such that, for large classes of initial functions $u_0(x)$, there are no even local-in-time weak solutions of the Cauchy problem if $1 < q < q_1$, there are local-in-time weak solutions if $q > q_1$, and there are no global-in-time weak solutions (all weak solutions blow up in a finite time) if $q_1 < q \leq q_2$. This paper is a continuation of our investigations in [2–4].

References

1. **Похожаев, С. И.** Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных [Текст] / С. И. Похожаев, Э. Л. Митидиери // Труды МИАН. – 2001. – Т. 234. – С. 3–383.
 2. **Корпусов, М. О.** О критических показателях для слабых решений задачи Коши для одного нелинейного уравнения составного типа [Текст] / М. О. Корпусов, А. К. Матвеева // Известия РАН. Серия математическая. – 2021. — Т. 85, № 4. – С. 96–136.
 3. **Korpusov, M. O.** On critical exponents for weak solutions to the Cauchy problem for one nonlinear equation with gradient nonlinearity [Text] / M. O. Korpusov, A. K. Matveeva // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2023. – Vol. 46, No. 2. – P. 1574–1630. – doi: 10.1002/mma.8595.
 4. **Матвеева, А. К.** О критических показателях для слабых решений задачи Коши для одного $2+1$ мерного нелинейного уравнения составного типа с градиентной нелинейностью [Текст] / А. К. Матвеева, М. О. Корпусов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2023. – Т. 63, № 6. – С. 1006–1021.
-