



РФЯЦ-ВНИИТФ  
РОСАТОМ

# ПОСТРОЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ СИНХРОТРОННОЙ ДИАГНОСТИКИ

Е.С. Шестаковская<sup>1</sup>, М.А. Бирюкова<sup>1,2</sup>, Н.Л. Клиначева<sup>1</sup>, Е.Б. Смирнов<sup>1,2</sup>,  
Я.Е. Стариков<sup>1</sup>, А.П. Яловец<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет),  
Челябинск, Россия

<sup>2</sup>Российский Федеральный Ядерный Центр – ВНИИ технической физики им. академ. Е.И. Забабахина,  
Снежинск, Россия

# Эксперимент

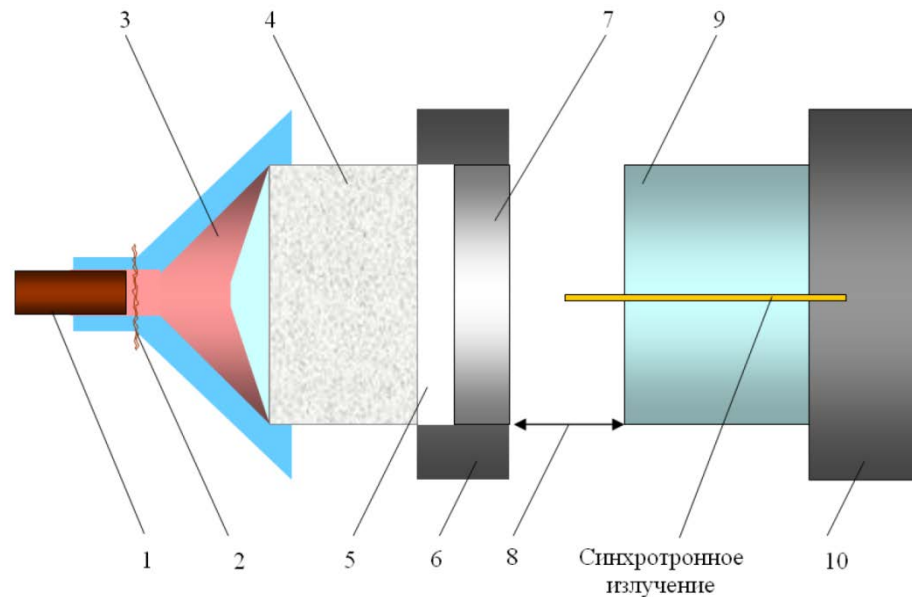
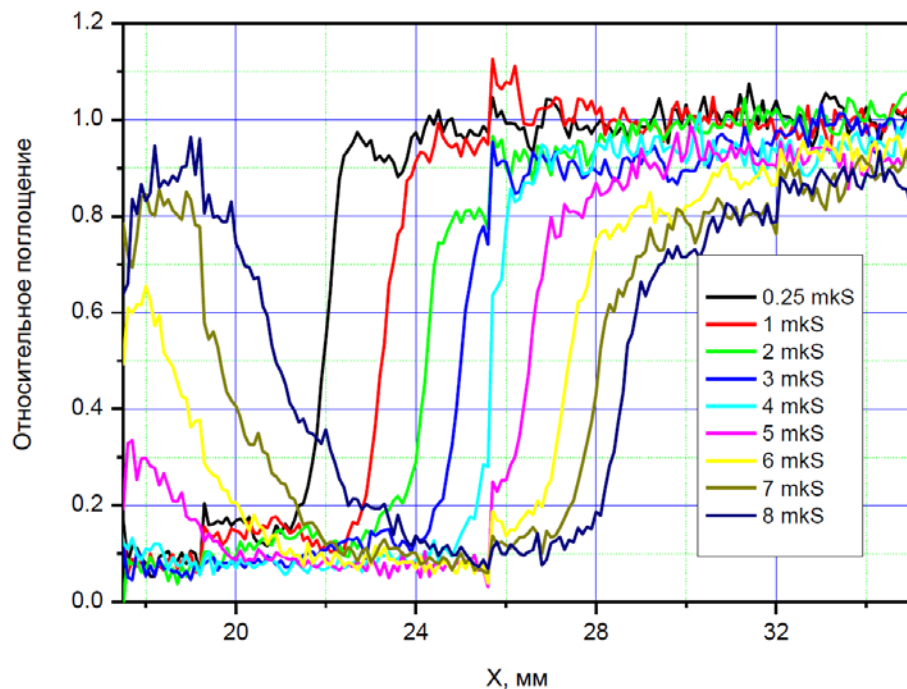


Рисунок 1. Схема экспериментального узла по регистрации распределения плотности и траектории движения фронта ударной волны в ПММА.

- 1 - электродетонатор; 2 - электроконтактный датчик;
- 3 - плоскочастотный генератор;
- 4 - диск из взрывчатого вещества; 5 - воздушный зазор;
- 6 - обойма ударника (железо);
- 7 - металлический ударник; 8 - база полета ударника;
- 9 - цилиндрический образец (ПММА); 10 - преграда (железо).



## Экспериментальные данные

$$\frac{J_{\text{exp}}}{J_0} = \exp \left[ -\alpha_1 (m_{\text{exp}} - m_0) + \alpha_2 (m_{\text{exp}} - m_0)^2 \right]$$

$J$  – интенсивность потока СИ

$m$  – масса вещества вдоль луча СИ

$\alpha_1, \alpha_2$  – интерполированные  
коэффициенты поглощения

Рисунок 2. Пример первичной информации в опыте

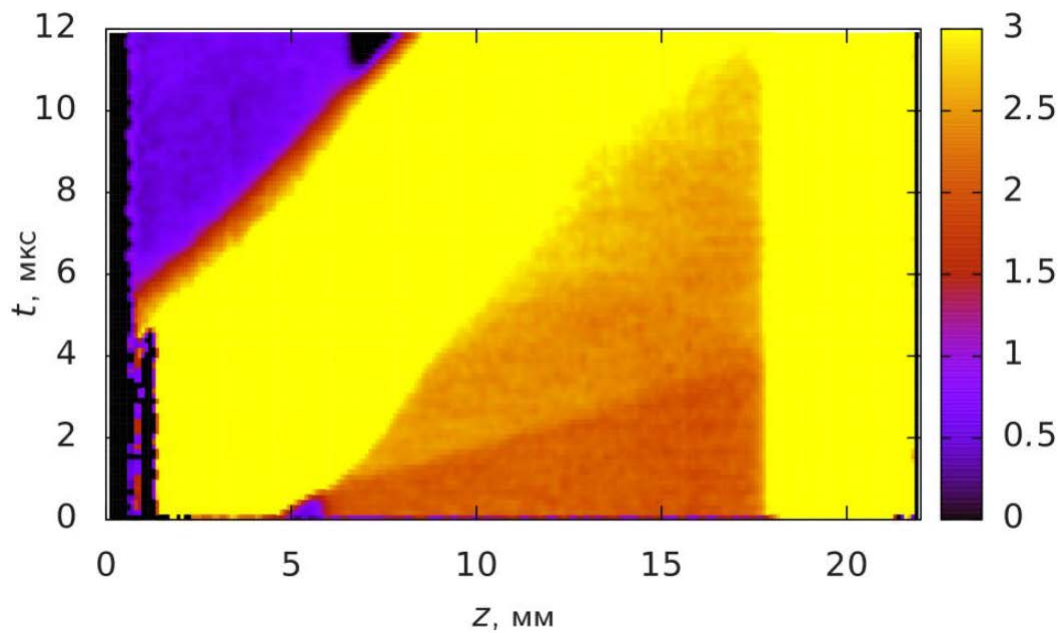


Рисунок 3. Взаимодействие ударника с образцом ПММА

## Математическая модель

$$\dot{\rho} = -\rho \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \rho \dot{v} = \frac{\partial}{\partial z} (S_{zz} - P), \quad \rho \dot{E} = (-P + S_{zz}) \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \dot{S}_{zz} = \frac{4\mu}{3} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность,  $v$  – скорость,  $P$  – давление,  $\mu$  – модуль сдвига,  $E$  – внутренняя энергия единицы массы,  $S_{zz}$  – z компонента тензора девиатора напряжений.

### Модель упругопластичности Прандтля-Рейса

Уравнения для компонент тензора девиатора напряжений с учетом пластических течений в общем случае имеет вид:

$$\dot{S}_{ik} = 2\mu (\hat{v}_{ik} - \dot{u}_{ik}^p), \quad (2) \quad \text{где } \dot{u}_{ik}^p \text{ – тензор скоростей пластических деформации,}$$
$$\hat{v}_{ik} = v_{ik} - v_{ll} \delta_{ik} / 3 \text{ – тензор скоростей деформации.}$$

Уравнения Мизеса:  $\dot{u}_{ik}^p = S_{ik}^0 / \lambda$ , (3)  $\lambda$  – модуль пластичности.

$$\dot{S}_{zz} + \frac{S_{zz}}{\tau^p} = \frac{4\mu v_{zz}}{3}, \quad (4)$$

где  $\tau^p = \lambda / 2\mu$  – время релаксации упругих напряжений за счет пластических течений,

$$1/\lambda = 3S_{zz} v_{zz} / 2Y_0^2 \quad (5) \quad \text{при } S_{zz} v_{zz} > 0.$$

## Малопараметрическое уравнение состояния

$$P(V, E) = P_X(V) + \frac{\Gamma(V)}{V}(E - E_X(V)),$$

где  $P_X, E_X$  – упругие составляющие давления и энергии,  $V$  – удельный объем.

$$E_X = - \int_{V_{0K}}^V P_X dV \approx - \int_{V_0}^V P_X dV,$$

Коэффициент Грюнайзена<sup>1</sup>

$$P_X = B_1 \frac{c_0^2}{V_0} \left[ \left( \frac{V_0}{V} \right)^n - 1 \right].$$

$$\Gamma = \Gamma_0 \left( \frac{V}{V_0} \right) \left[ 1 + \Gamma_0 \left( 1 - \frac{V}{V_0} \right) \right]^{-1}.$$

Теоретическая ударная адиабата

$$P_m = \frac{P_X - \frac{\Gamma}{V} E_X}{1 - 0,5\Gamma \left( \frac{V_0}{V} - 1 \right)}$$

Экспериментальная ударная адиабата

$$P_{\text{экс}} = \frac{c_0^2 (V_0 - V)}{(V_0 - \lambda(V_0 - V))^2} \quad \begin{aligned} D &= c_0 + \lambda u \\ \Gamma_0 &= 2(\lambda - 1) \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Ковалев, Ю. Определение вида коэффициента Грюнайзена для молекулярных кристаллов / Ю. Ковалев // Доклады Академии наук. – 2005. – Т.403. – № 4. – С. 475–477.

# Теоретическая ударная адиабата ПММА

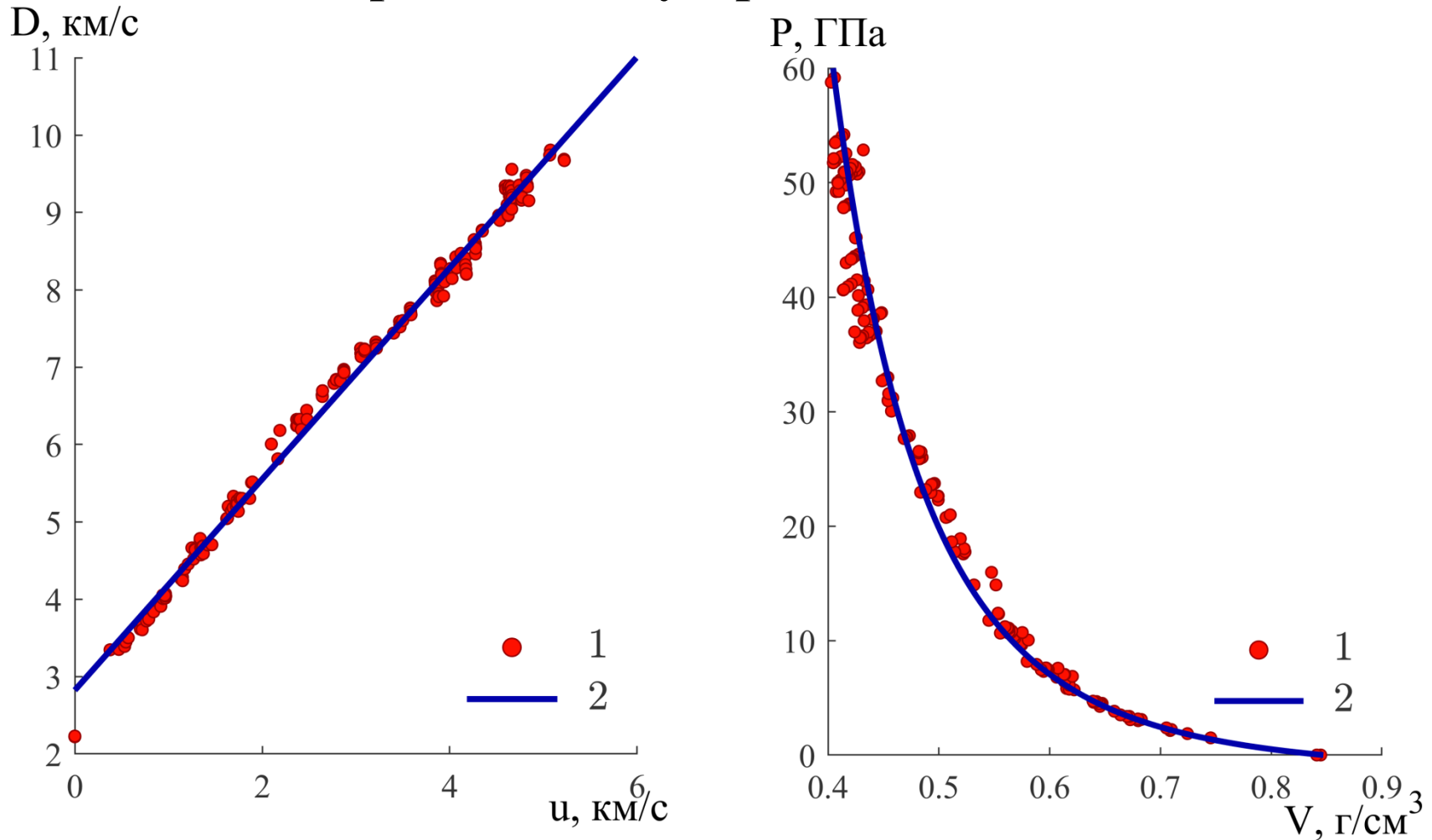


Рисунок 4. Ударная адиабата ПММА. Сплошные линии – расчет по уравнению состояния, построенному в данной работе, точки – эксперимент<sup>2</sup>

<sup>2</sup>LASL Shock Hugoniot Data / Ed. S.P. Marsh; Berkeley: University of California Press, 1980. – 658 p.

## Результаты численного моделирования

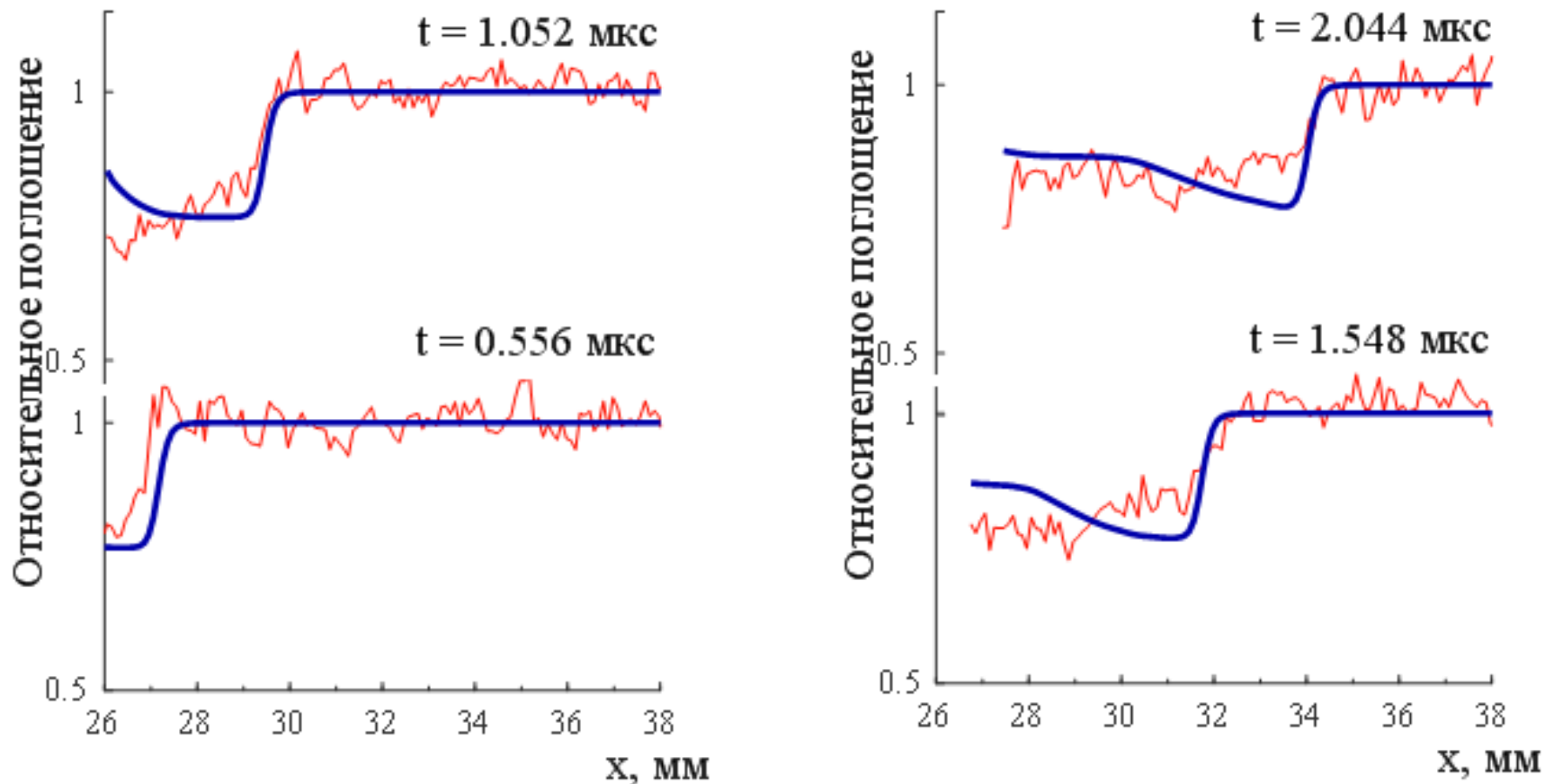
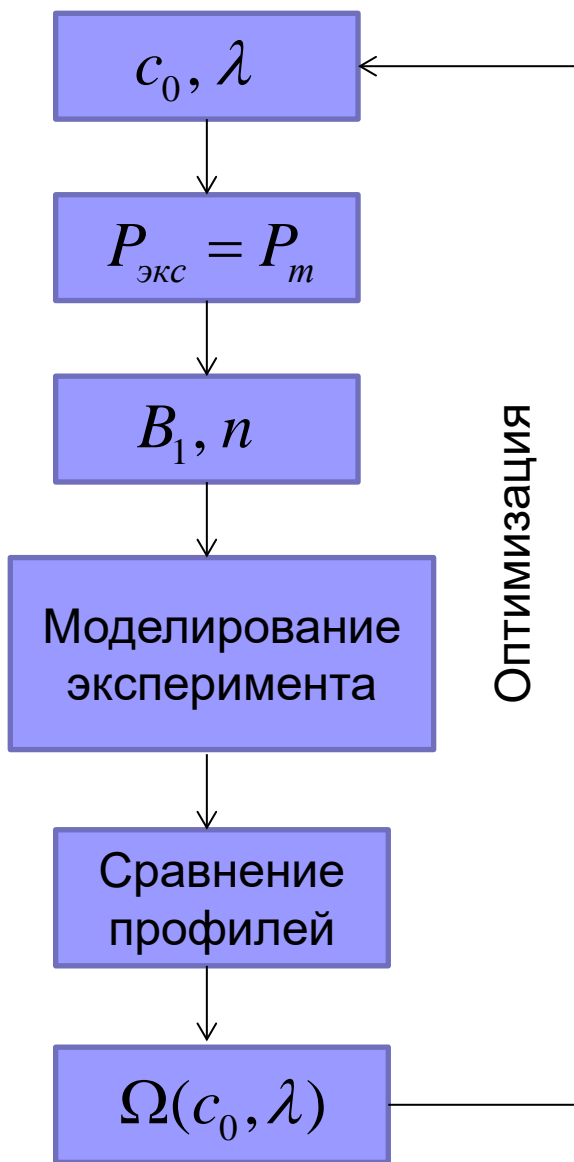


Рисунок 5. Сравнение профилей относительного поглощения СИ в ПММА. Синяя линия – расчетные данные, красная – данные эксперимента

# Методика определения параметров уравнения состояния



Классическая методика	$c_0 = 2822,16$	$\lambda = 1,365139$	$B_1 = 0,170802$	$n = 4,815853$
Новая методика	$c_0 = 2880,34$	$\lambda = 1,341170$	$B_1 = 0,187120$	$n = 4,591465$

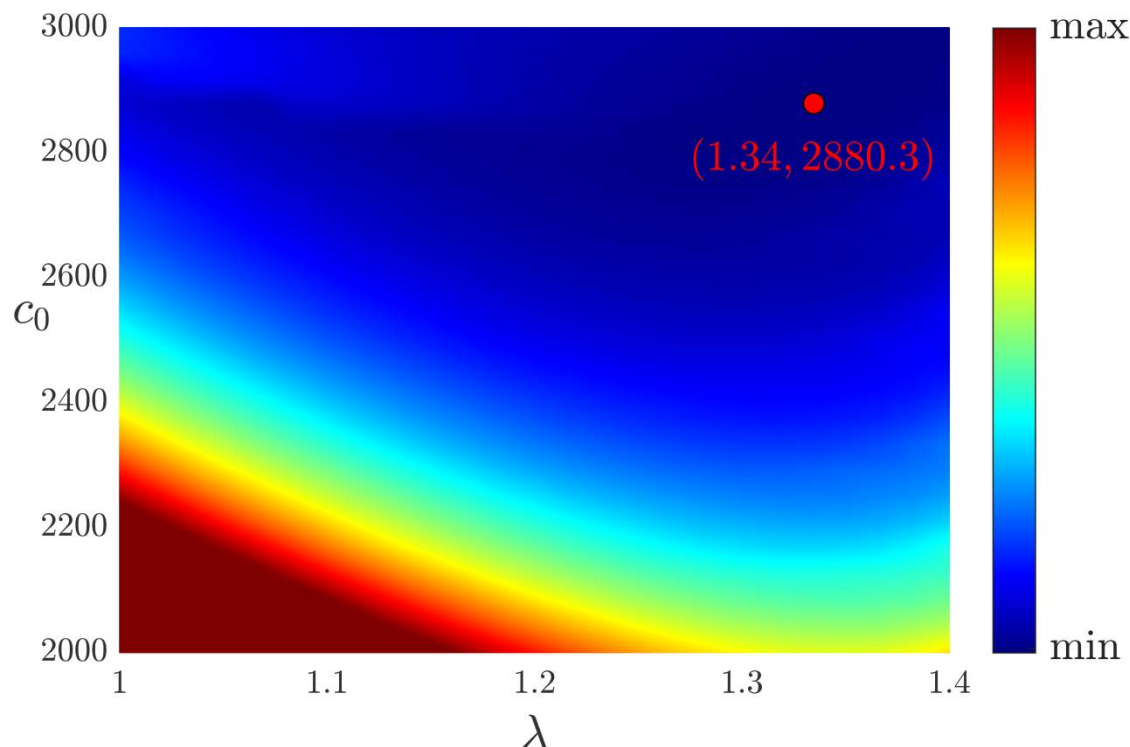


Рисунок 6. Распределение целевой функции с указанием точки минимума

$$\Omega(c_0, \lambda) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \int_x |I_{\text{exp}} - I_{\text{num}}(c_0, \lambda)| dx$$



# Ударная адиабата ПММА

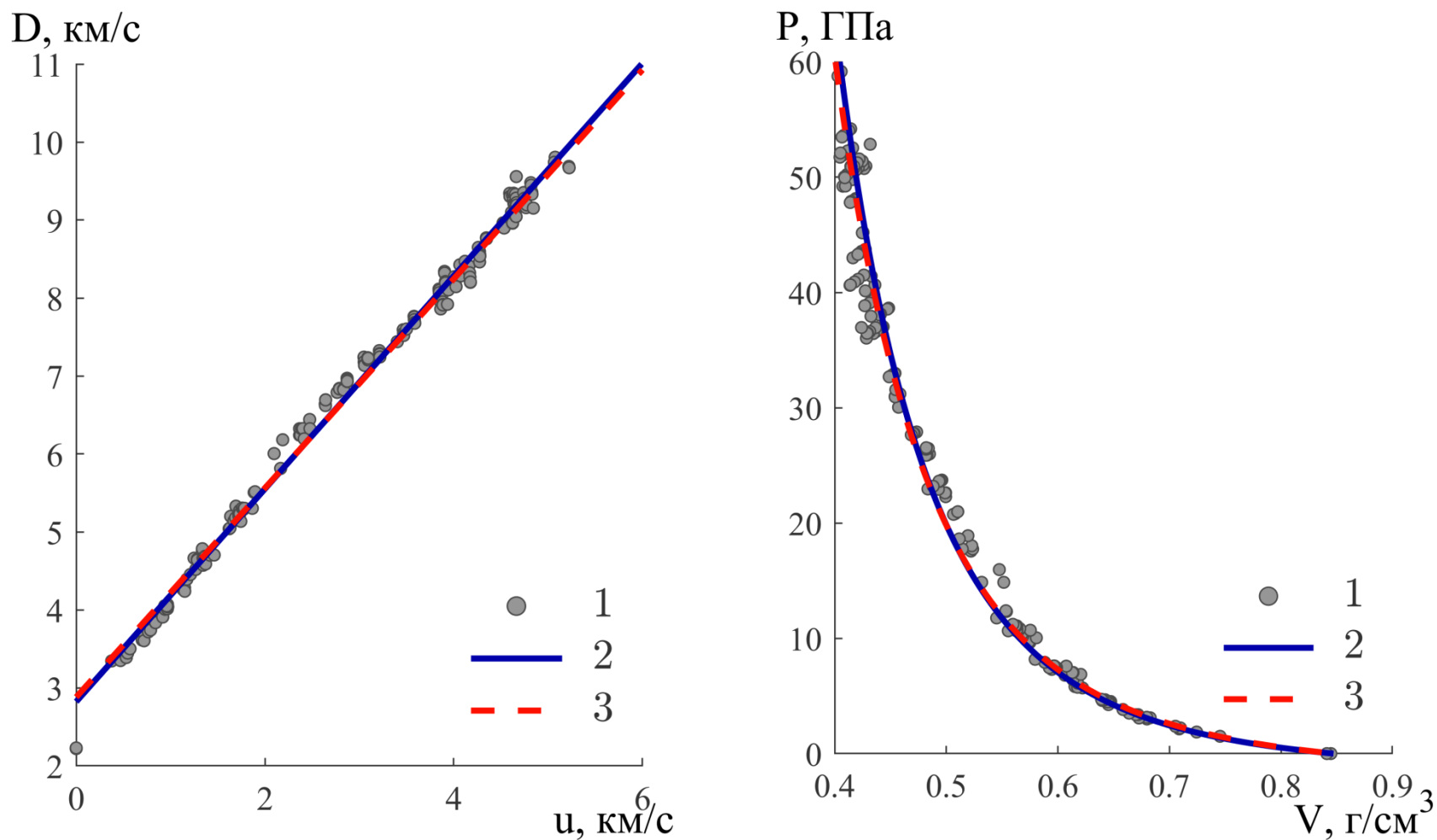


Рисунок 7. Сравнение ударных адиабат. Маркеры – экспериментальные данные, сплошная линия – ударная адиабата УРС, с параметрами определенными по экспериментальной УА, пунктирная линия – ударная адиабата УРС, с параметрами определенными по новой методике



**Спасибо за внимание!**

**Шестаковская Елена Сергеевна**  
**E-mail: [shestakovskaiaes@susu.ru](mailto:shestakovskaiaes@susu.ru)**