

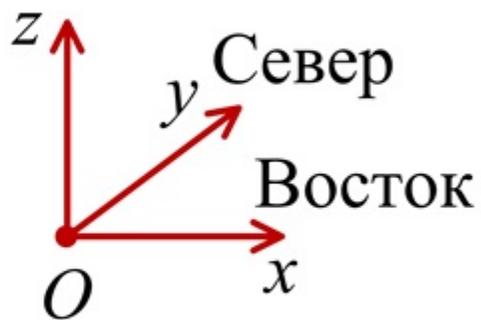
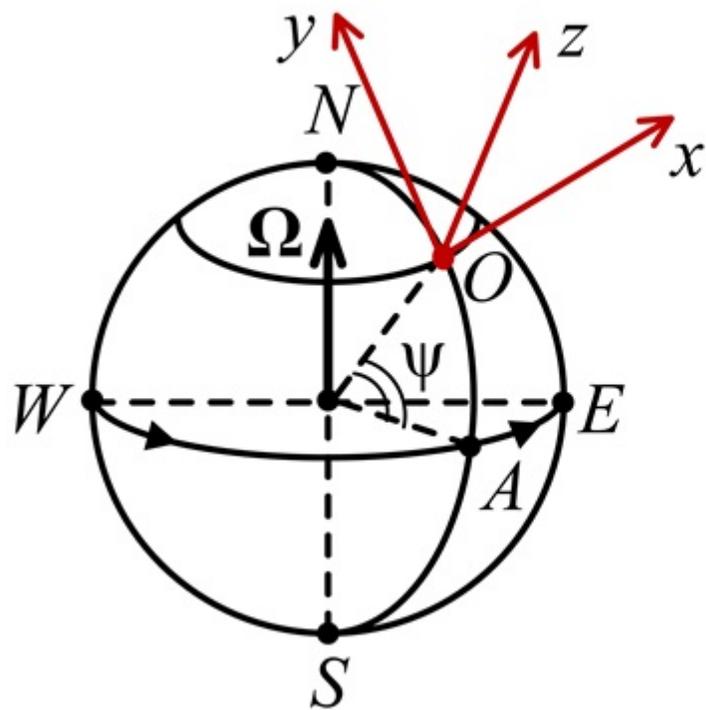


Международная конференция «XIV Забабахинские научные чтения» (ЗНЧ-2019)

А.В. Мезенцев

Уральский государственный университет путей сообщения

**Математическое моделирование движения
границы «газ-вакуум» восходящего
закрученного потока под действием
горизонтальной внешней силы**



$$\Omega = (0, \Omega_2, \Omega_3)$$

$$\Omega_2 = \Omega \cos \psi$$

$$\Omega_3 = \Omega \sin \psi$$

$$\Omega = |\Omega| = \frac{2\pi}{24 \text{ ч}} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60^2 \text{ с}}$$

[1] Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008. 92 с.

[2] Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси. Екатеринбург: УрГУПС, 2017. 335 с.

$$c_t + c_x u + c_y v + c_z w + \frac{\gamma-1}{2} c (u_x + v_y + w_z) = 0,$$

$$u_t + u_x u + u_y v + u_z w + \frac{2}{\gamma-1} c c_x = 2\Omega_3 v - 2\Omega_2 w - f,$$

$$v_t + v_x u + v_y v + v_z w + \frac{2}{\gamma-1} c c_y = -2\Omega_3 u,$$

$$w_t + w_x u + w_y v + w_z w + \frac{2}{\gamma-1} c c_z = 2\Omega_2 u - g.$$

(1)

$$f = \begin{cases} f_1, & \text{наветренная сторона,} \\ 0, & \text{подветренная сторона.} \end{cases}$$

$$c(t_0, x, y, z) = c_0(x, y, z), \quad \mathbf{V}(t_0, x, y, z) = \mathbf{V}_0(x, y, z)$$

$$\boxed{z = z_0(t, x, y)} \text{ — закон движения свободной поверхности } \Gamma_0$$

$$z_0(t_0, x, y) = \phi(x, y)$$

$$\eta = z - z_0(t, x, y)$$

$$\begin{aligned}
c_t + c_x u + c_y v + (w - z_{0t} - z_{0x} u - z_{0y} v) c_\eta + \frac{\gamma-1}{2} c (u_x + v_y + w_\eta - z_{0x} u_\eta - z_{0y} v_\eta) &= 0, \\
u_t + u_x u + u_y v + (w - z_{0t} - z_{0x} u - z_{0y} v) u_\eta + \frac{2}{\gamma-1} c (c_x - z_{0x} c_\eta) &= 2\Omega_3 v - 2\Omega_2 w - f, \\
v_t + v_x u + v_y v + (w - z_{0t} - z_{0x} u - z_{0y} v) v_\eta + \frac{2}{\gamma-1} c (c_y - z_{0y} c_\eta) &= -2\Omega_3 u, \\
w_t + w_x u + w_y v + (w - z_{0t} - z_{0x} u - z_{0y} v) w_\eta + \frac{2}{\gamma-1} c c_\eta &= 2\Omega_2 u - g.
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
c(t_0, x, y, \eta) &= c_0(x, y, \eta + \phi(x, y)), \\
u(t_0, x, y, \eta) &= u_0(x, y, \eta + \phi(x, y)), \\
v(t_0, x, y, \eta) &= v_0(x, y, \eta + \phi(x, y)), \\
w(t_0, x, y, \eta) &= w_0(x, y, \eta + \phi(x, y)).
\end{aligned}$$

$$\eta = 0$$

$$c(t, x, y, \eta)|_{\eta=0} = 0$$

$$z_{0t} + z_{0x}u + z_{0y}v = w,$$

$$u_t + u_xu + u_yv = 2\Omega_3v - 2\Omega_2w - f,$$

$$v_t + v_xu + v_yv = -2\Omega_3u,$$

$$w_t + w_xu + w_yv = 2\Omega_2u - g.$$

(3)

$$\mathbf{V}(t_0, x, y) = \mathbf{V}_0(x, y, \phi(x, y))$$

$$\tau = t - t_0$$

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= 1, & \frac{dx}{d\tau} &= u, & \frac{dy}{d\tau} &= v, & \frac{dz_0}{d\tau} &= w, \\ \frac{du}{d\tau} &= 2\Omega_3 v - 2\Omega_2 w - f, \\ \frac{dv}{d\tau} &= -2\Omega_3 u, \\ \frac{dw}{d\tau} &= 2\Omega_2 u - g. \end{aligned}$$

(4)

$$M_0(x_0, y_0, z_0)$$

$$x|_{t=t_0} = x_0, \quad y|_{t=t_0} = y_0, \quad z_0|_{t=t_0} = z_{00} = \phi(x_0, y_0),$$

$$u|_{t=t_0} = u_0, \quad v|_{t=t_0} = v_0, \quad w|_{t=t_0} = w_0.$$

$$x = \frac{C_1}{2\Omega} \sin[2\Omega(t - t_0)] - \frac{C_2}{2\Omega} \cos[2\Omega(t - t_0)] + \frac{1}{2\Omega} \cos \psi g(t - t_0) + C_5,$$

$$y = \frac{C_1}{2\Omega} \sin \psi \cos[2\Omega(t - t_0)] + \frac{C_2}{2\Omega} \sin \psi \sin[2\Omega(t - t_0)] - \frac{\sin 2\psi}{4} g(t - t_0)^2 + C_3(t - t_0) + C_6, \quad (5)$$

$$z_0 = -\frac{C_1}{2\Omega} \cos \psi \cos[2\Omega(t - t_0)] - \frac{C_2}{2\Omega} \cos \psi \sin[2\Omega(t - t_0)] - \frac{\sin^2 \psi}{2} g(t - t_0)^2 + C_4(t - t_0) + C_7,$$

$$\begin{aligned}
u &= C_1 \cos[2\Omega(t - t_0)] + C_2 \sin[2\Omega(t - t_0)] + \frac{1}{2\Omega} \cos \psi g, \\
v &= -C_1 \sin \psi \sin[2\Omega(t - t_0)] + C_2 \sin \psi \cos[2\Omega(t - t_0)] - \\
&\quad - \frac{\sin 2\psi}{2} g(t - t_0) + C_3, \\
w &= C_1 \cos \psi \sin[2\Omega(t - t_0)] - C_2 \cos \psi \cos[2\Omega(t - t_0)] - \\
&\quad - (g \sin^2 \psi)(t - t_0) + C_4.
\end{aligned} \tag{6}$$

$$C_1 = u_0 - \frac{1}{2\Omega} \cos \psi g,$$

$$C_5 = x_0 + \frac{C_2}{2\Omega},$$

$$C_2 = v_0 \sin \psi - w_0 \cos \psi - \underline{\frac{f}{2\Omega}},$$

$$C_6 = y_0 - \frac{C_1}{2\Omega} \sin \psi,$$

$$C_3 = v_0 - C_2 \sin \psi,$$

$$C_7 = z_{00} + \frac{C_1}{2\Omega} \cos \psi.$$

$$C_4 = w_0 + C_2 \cos \psi,$$

Расчеты по формулам

Безразмерные величины

$$c_{00} = \frac{1000}{3} \text{ — масштаб скорости в (м/с), } c = 1$$

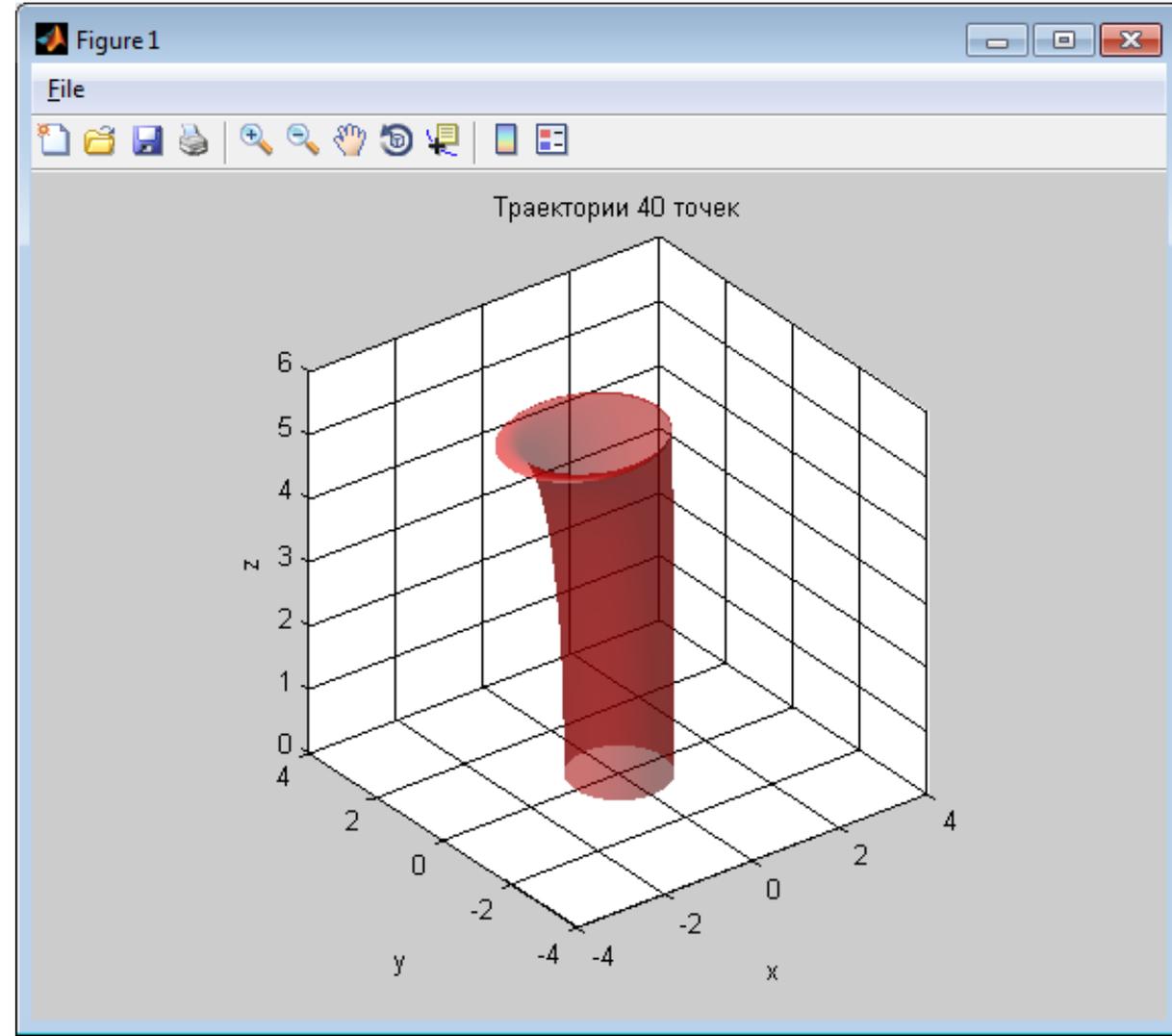
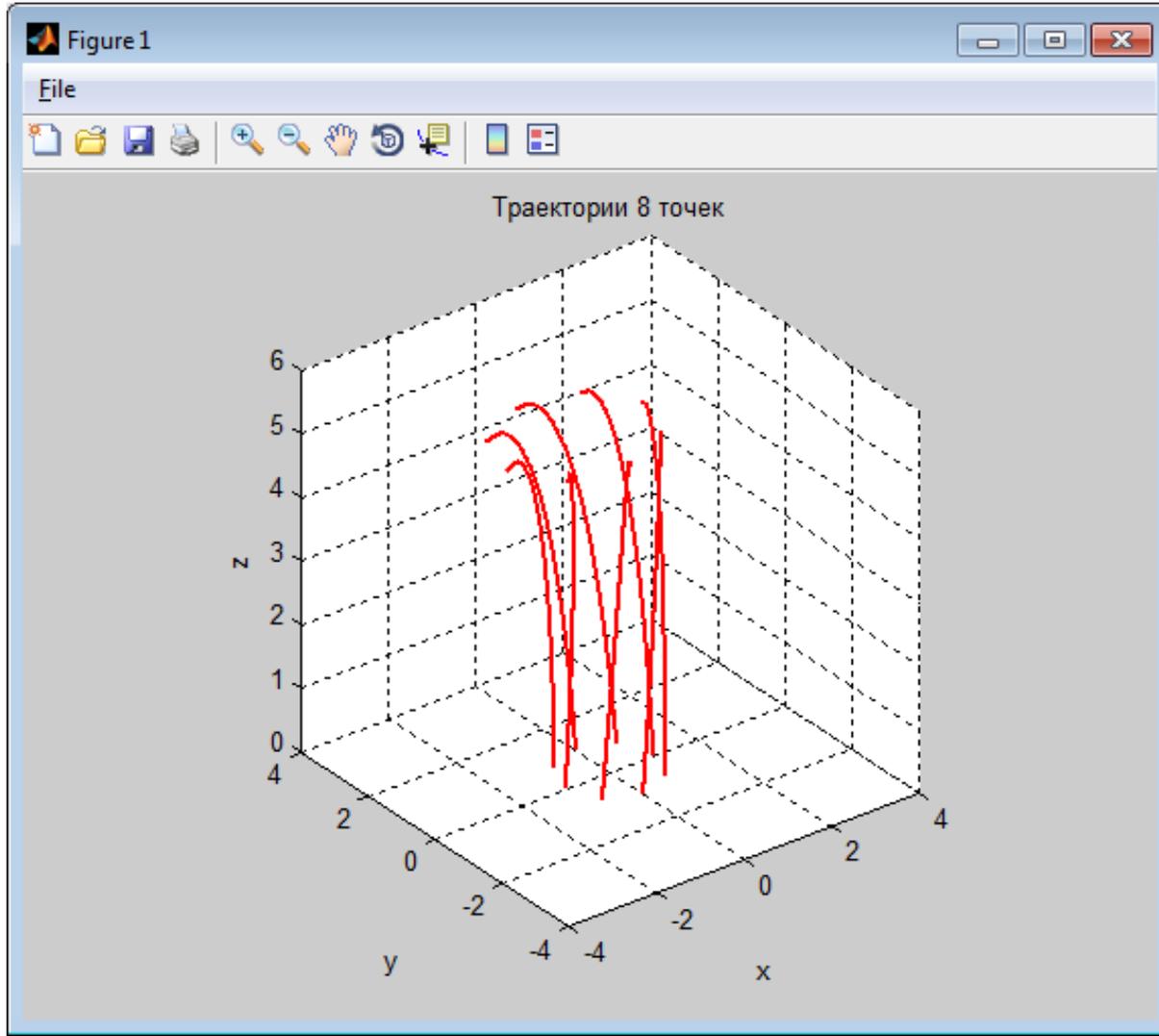
$$r_{00} \text{ — масштаб расстояния (м), } r_0 = 1,$$

$$t_{00} = \frac{r_{00}}{c_{00}} \text{ — масштаб времени (с),}$$

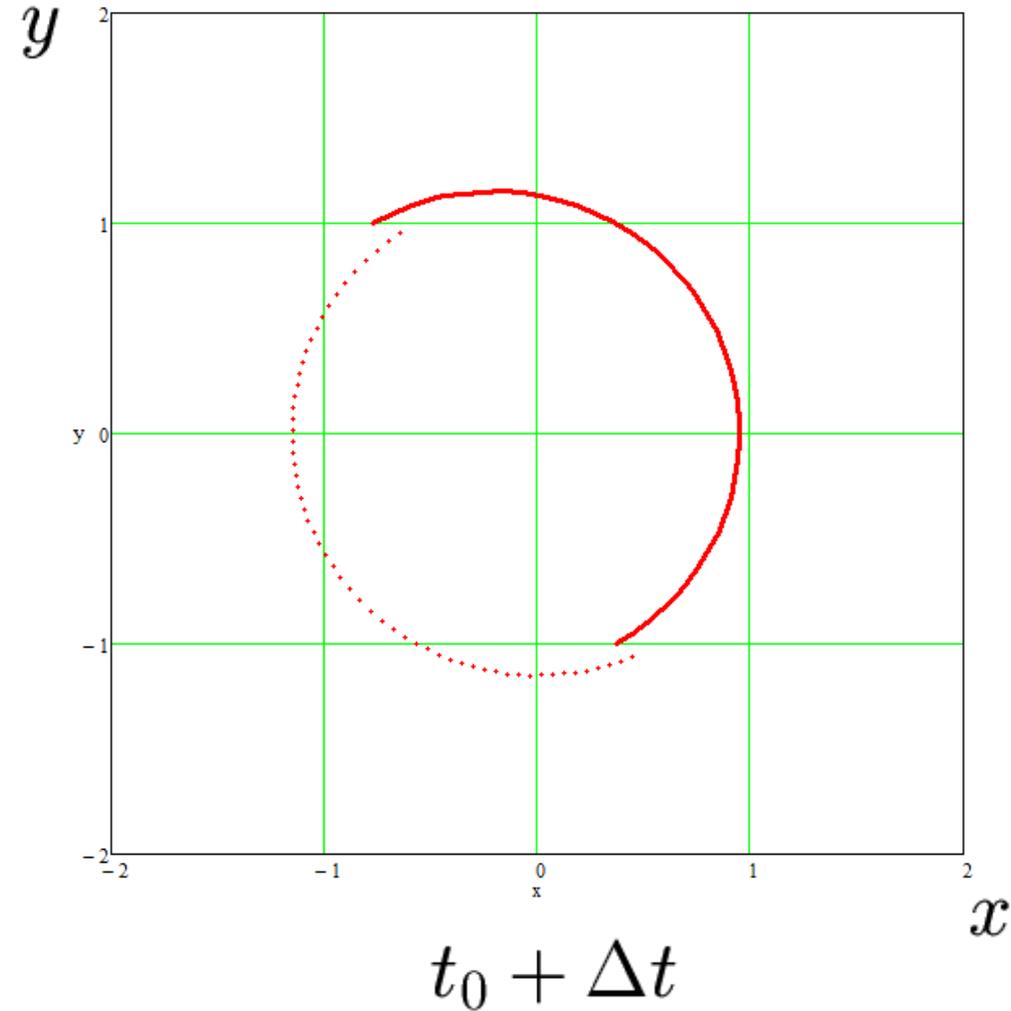
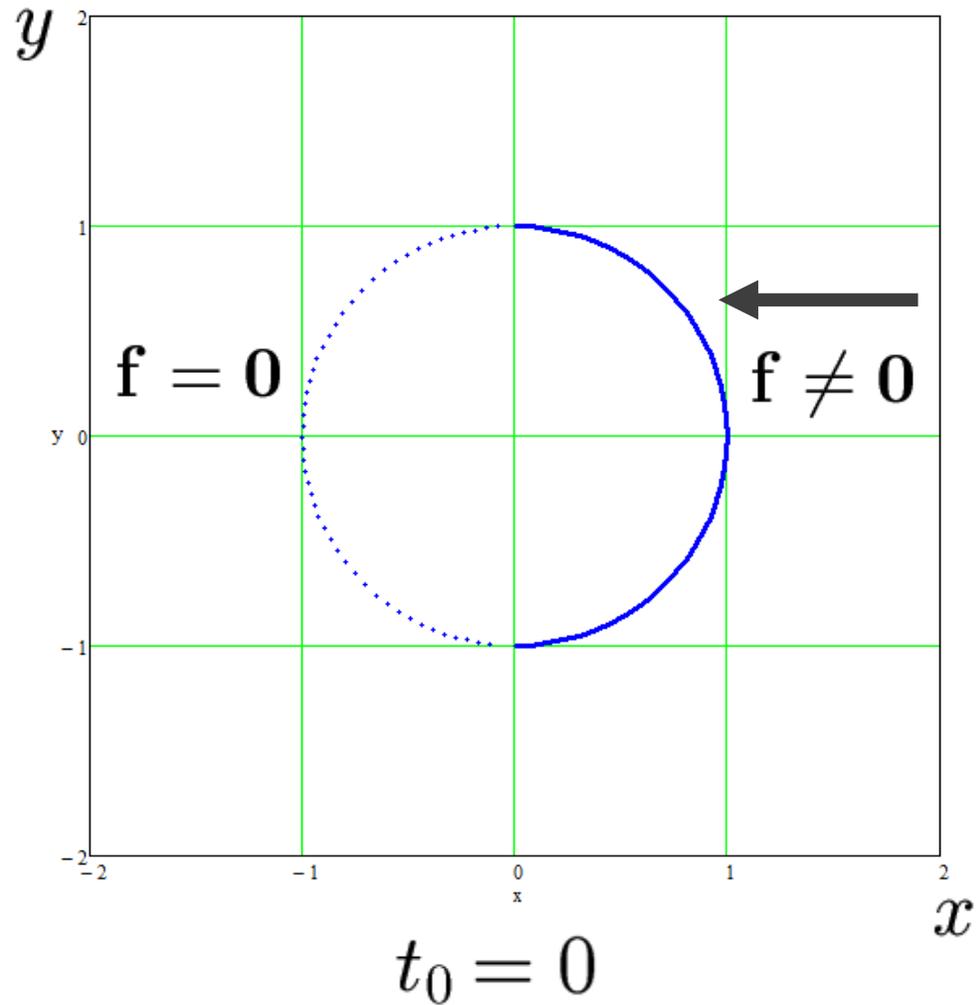
$$\psi = \frac{\pi}{6}, \Omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 60^2} \cdot t_{00}, g = 9.8 \cdot \frac{t_{00}}{c_{00}}, v = \frac{v_*}{c_{00}} \text{ — безразмерные значения,}$$

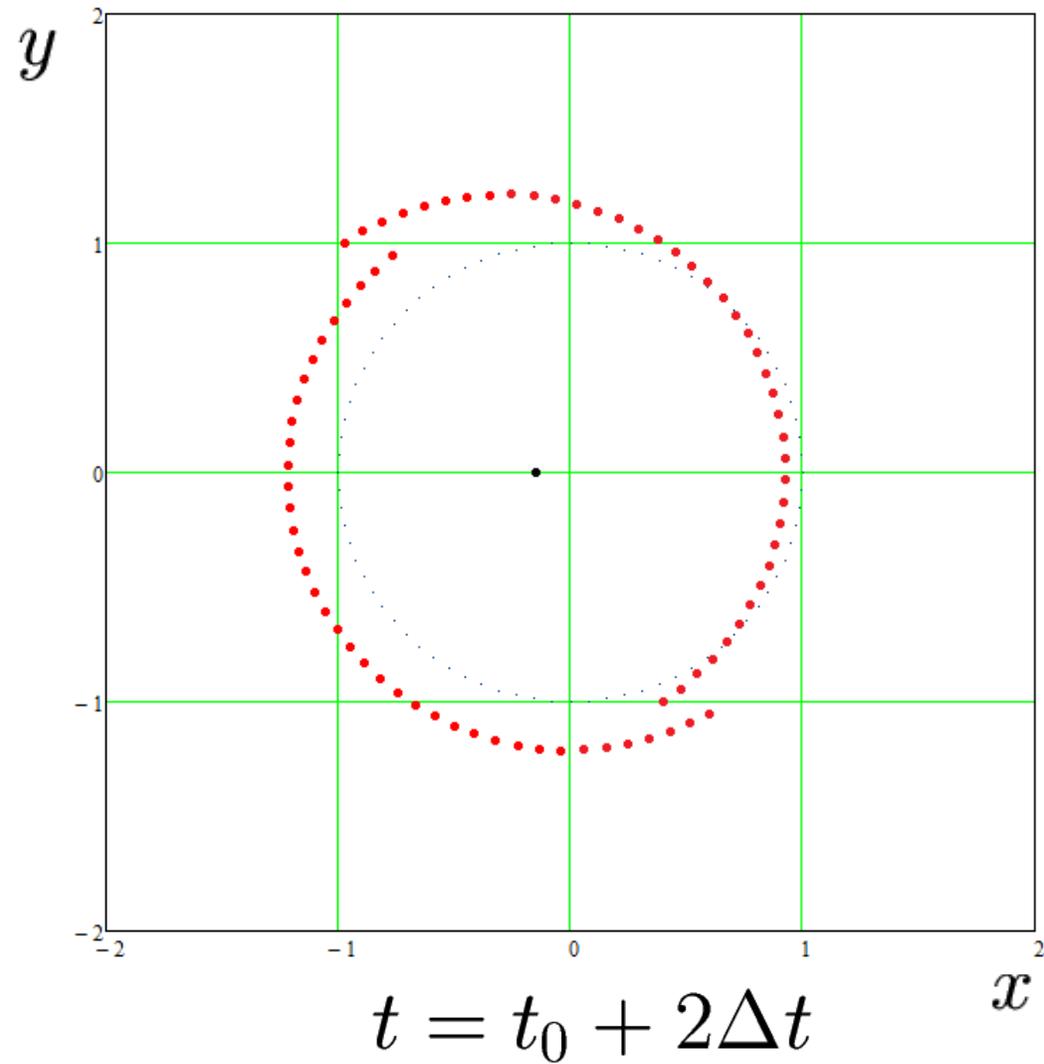
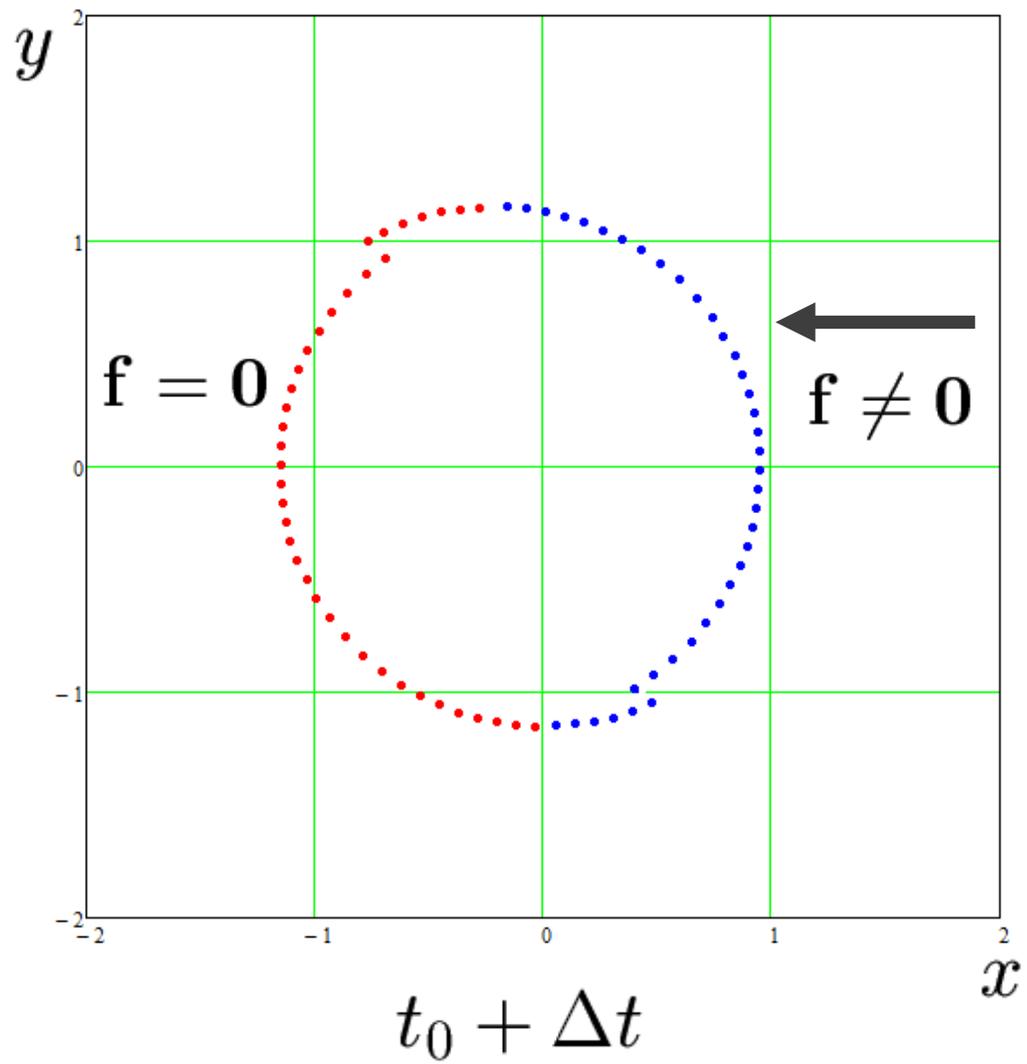
$$f_{1*} = \frac{V_*^2}{2}, V_* = 30 \text{ м/с}$$

$$r_{00} = 2.5; 8; 25.5; 80.5; 273.5; 804.5, 1000 \text{ метров,}$$

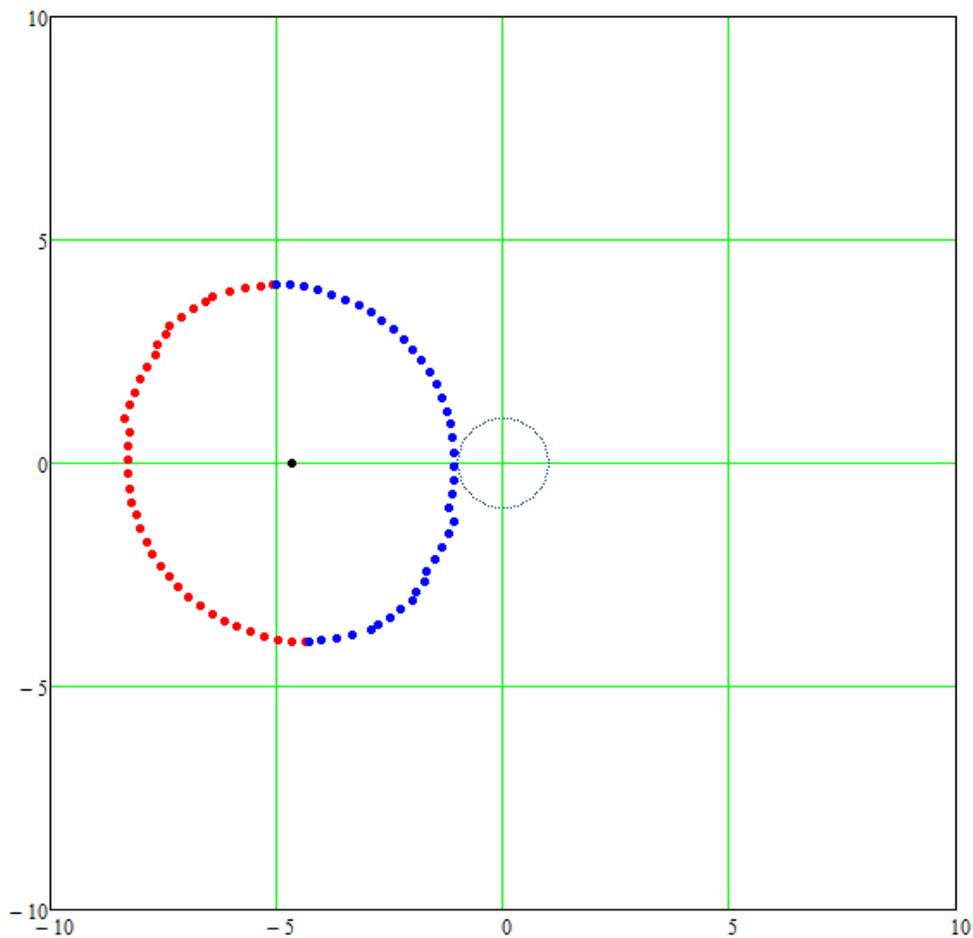


Описание метода построения траекторий точек "сечения" поверхности Γ_0

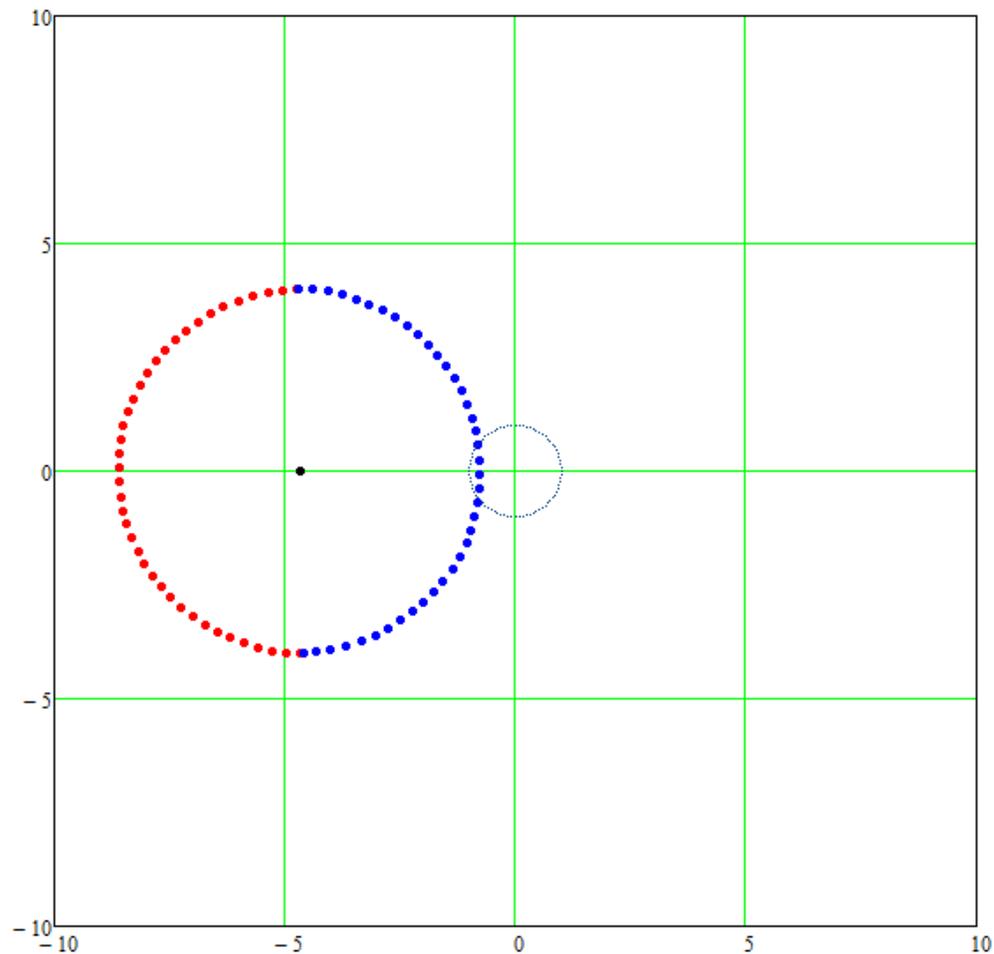




Выбор шага Δt



$$t = 68, \Delta t = 0.68$$



$$t = 68, \Delta t = 0.068$$

$$r_{00} = 2.5 \text{ M.},$$

$$\Delta t_* = 0.005 \text{ c.},$$

Определение центра

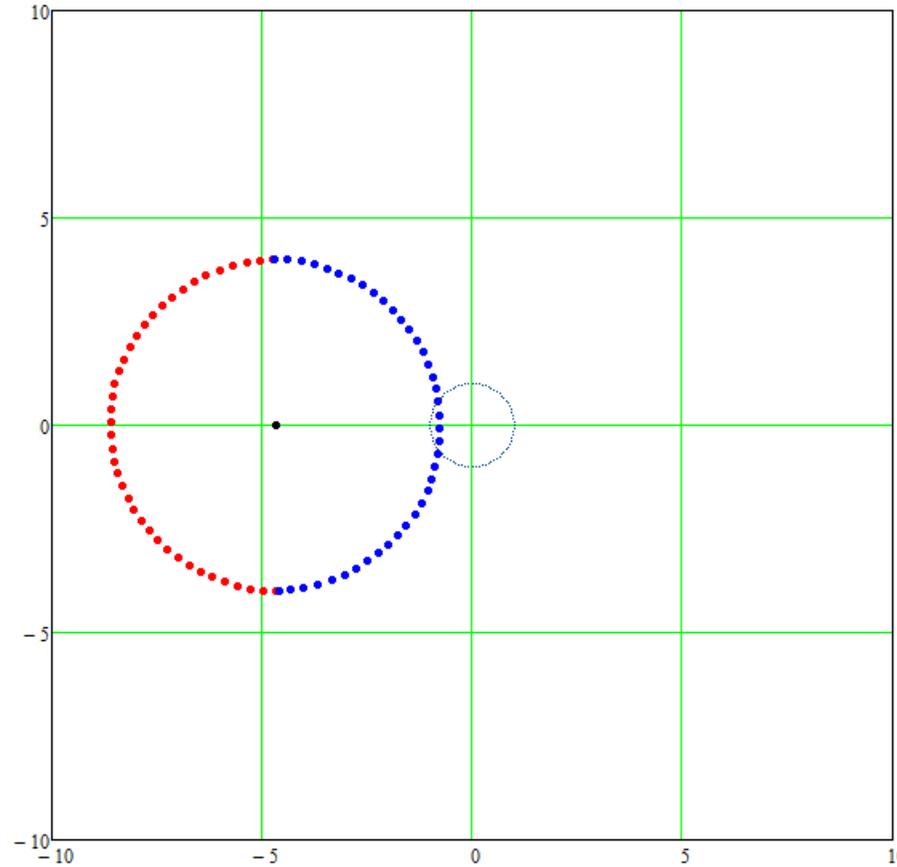
$$z_{0*} = 0 \text{ м},$$

$$r_{00} = 2.5 \text{ м.},$$

$$V_{0*} = 19 \text{ м/с},$$

(окружная)

$$w_{0*} = 10 \text{ м/с},$$



$$f_{1*} = \frac{V_*^2}{2},$$

$$V_* = 30 \text{ м/с}$$

$$t = 68,$$

$$t_* = 0.51 \text{ с.},$$

$$x_{Ц} = -4.68,$$

$$y_{Ц} = 0.0000582,$$

$$x_{Ц*} = -11.71 \text{ м.},$$

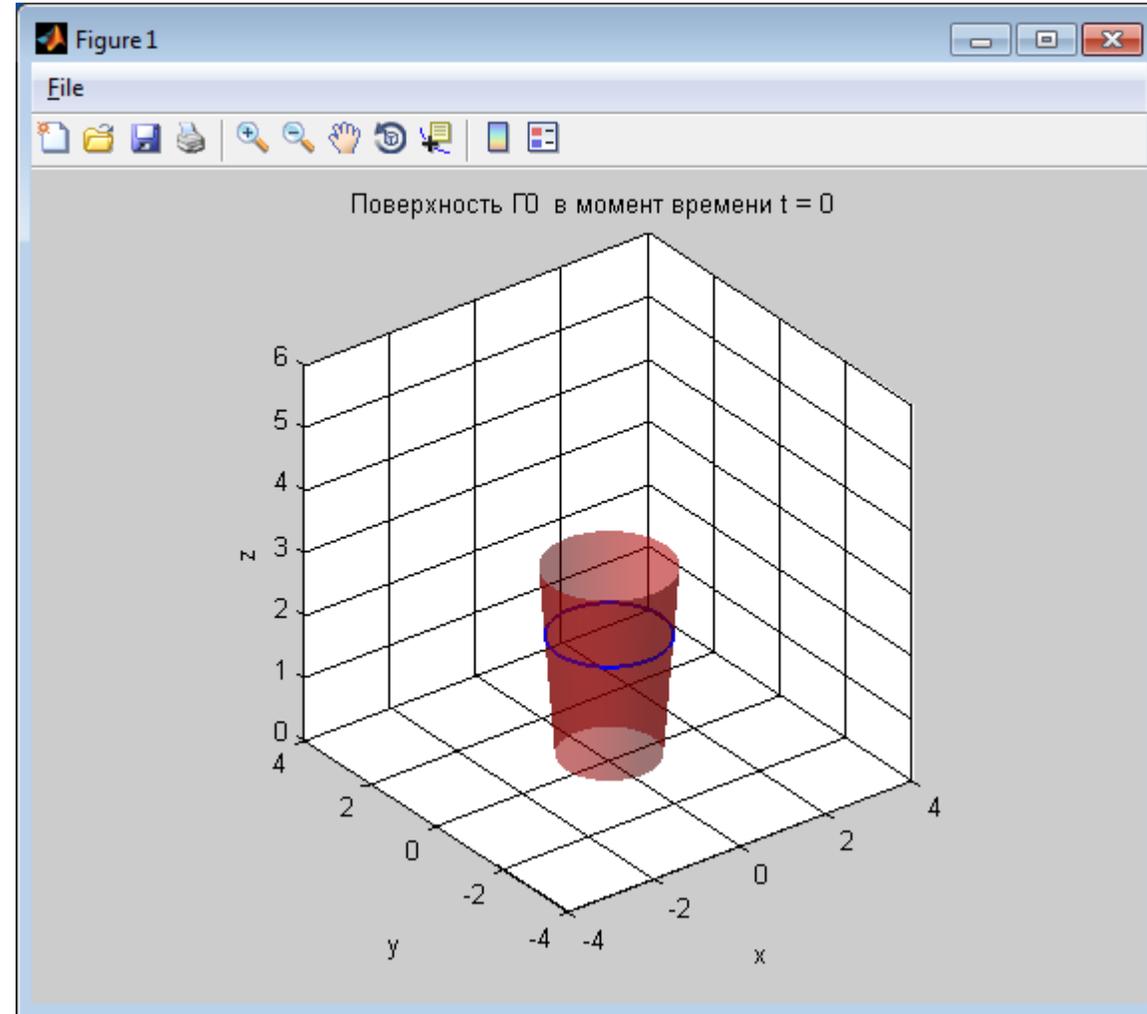
$$y_{Ц*} = 0.000145 \text{ м.},$$

$$u_{Ц*} = -22.96 \text{ м/с} \text{ (средняя)}$$

$$v_{Ц*} = 0.00029 \text{ м/с}$$

Классы торнадо	F0	F1	F2	F3	F4	F5
Радиус r_0 , м	2.5	8	25.5	80.5	273.5	804.5
Скорость ветра $V(r_0)$, м/с	19	33	51	71	93	117
Координаты центра $x(t_1)$, $y(t_1)$, м	-11.71	-3.71	-1.17	-0.37	-0.18	-0.036
	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$2.9 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Средняя скорость центра км/ч ($t_1 = 0.5$ с)	-82.74	-26.34	-8.27	-2.61	-1.28	-0.26
	$1 \cdot 10^{-3}$	$3.4 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$

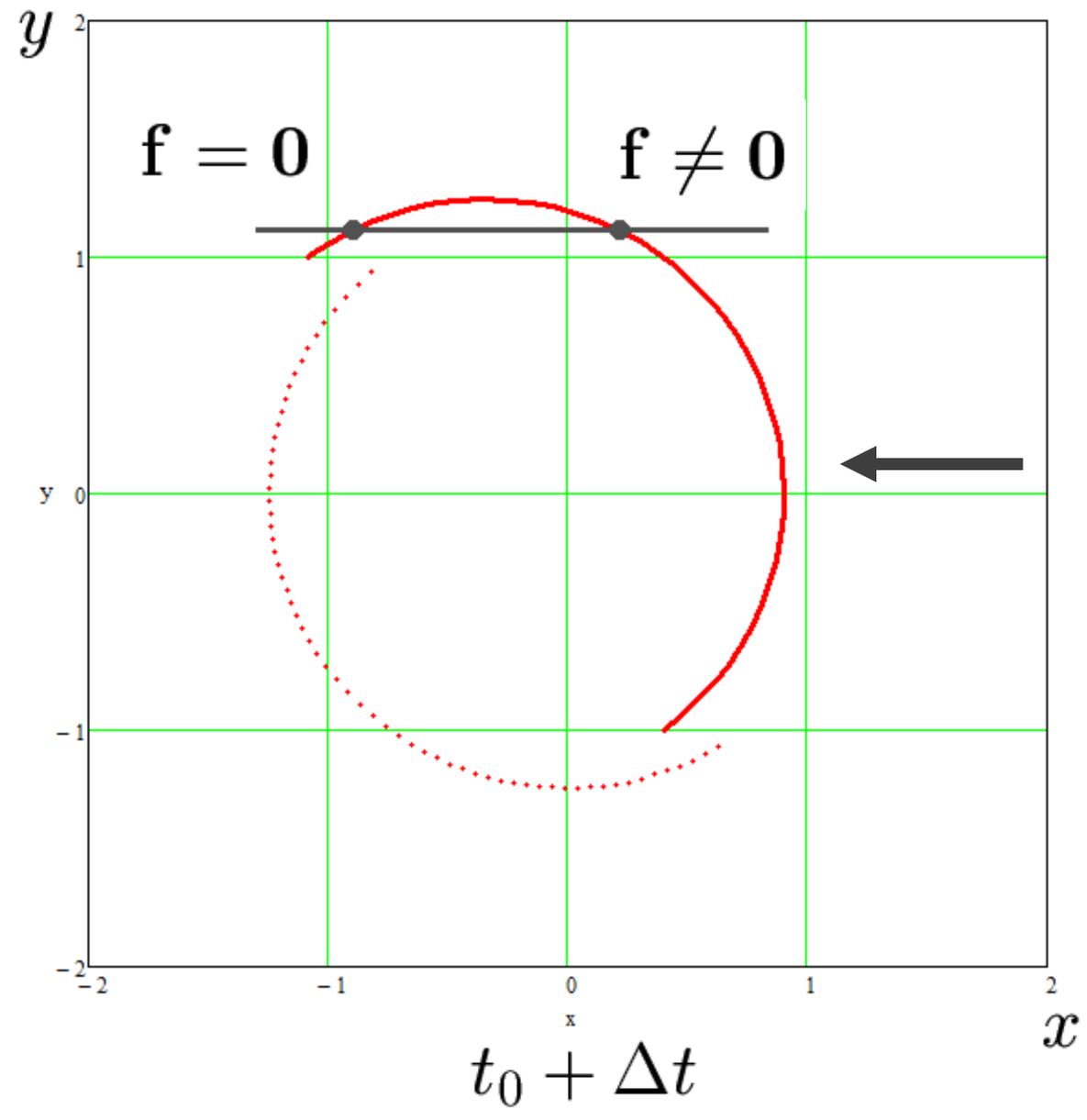
Описание метода построения движения поверхности Γ_0

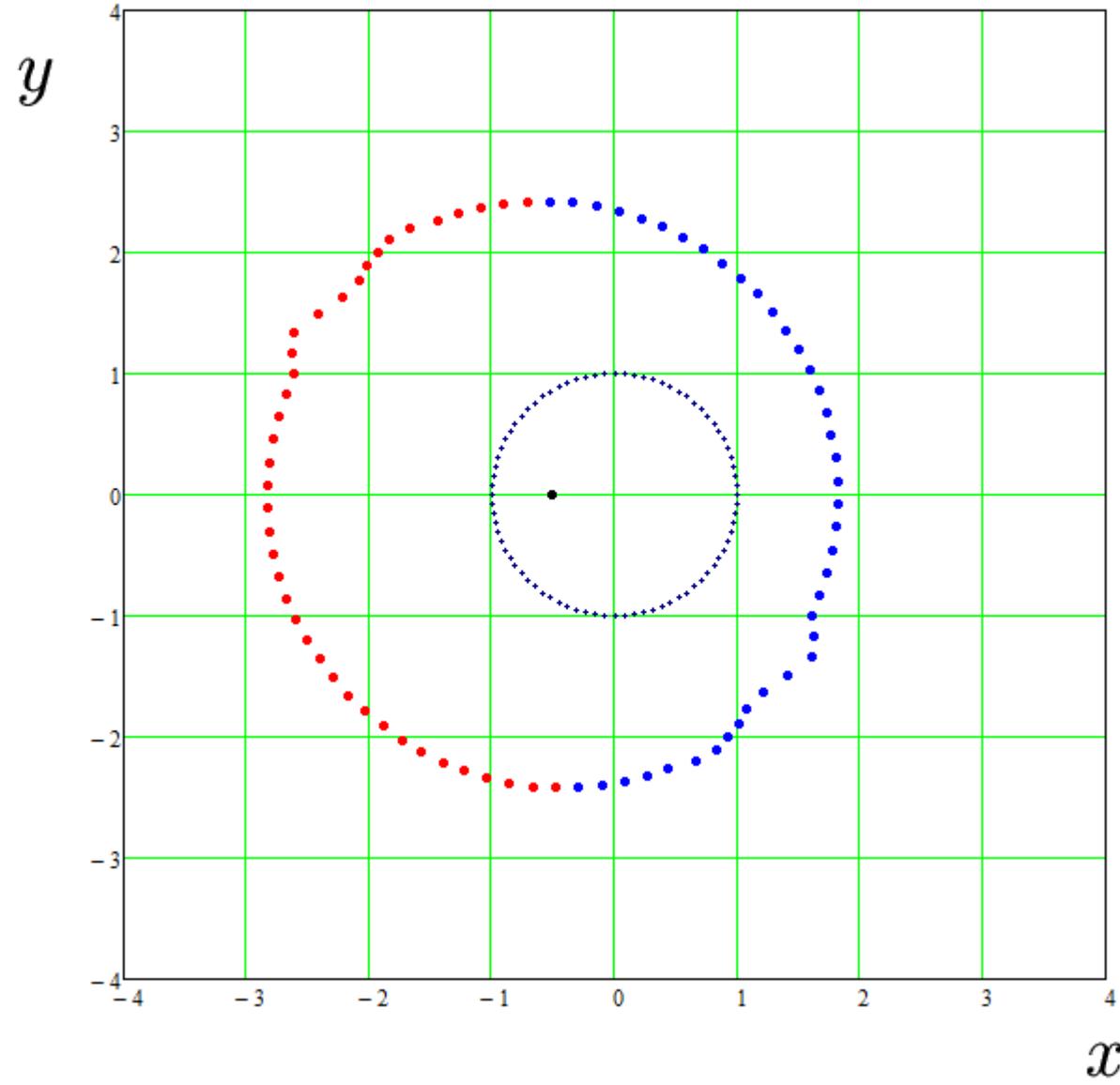


Список литературы

- [1] **Баутин С.П.** Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск: Наука, 2008. 92 с.
- [2] **Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г.** Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси. Екатеринбург: УрГУПС, 2017. 335 с.
- [3] **Дерябин С.Л., Мезенцев А.В.** Численно-аналитическое моделирование газовых течений, примыкающих к вакууму в условиях действия сил тяготения и Кориолиса // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 5. С. 51–71.

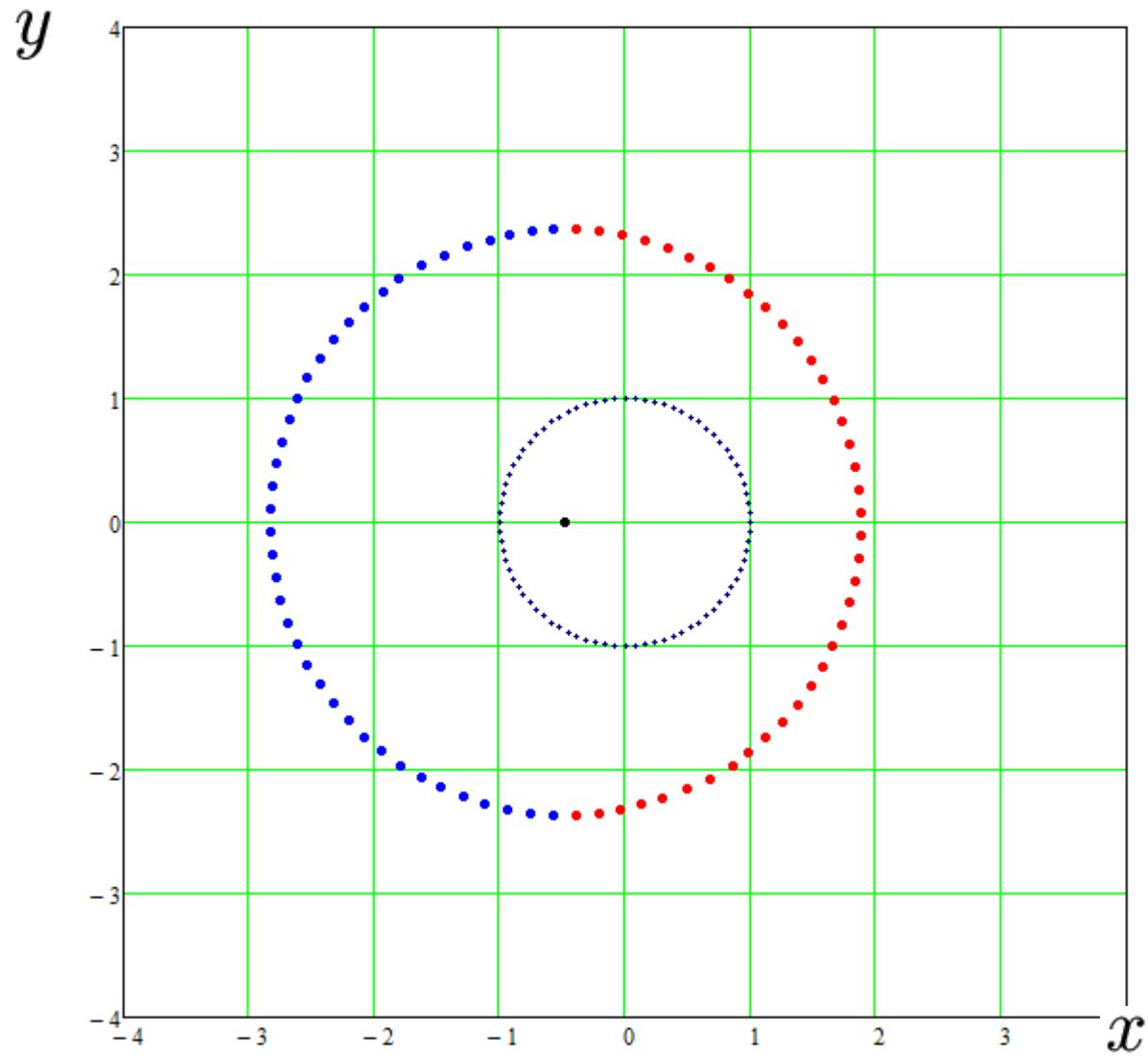
Спасибо за внимание!





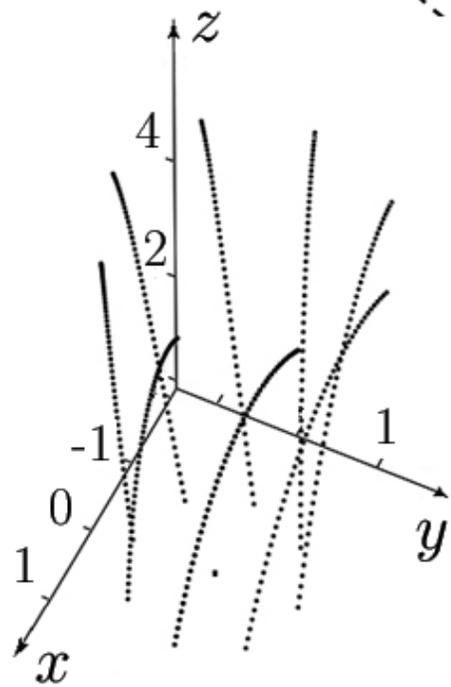
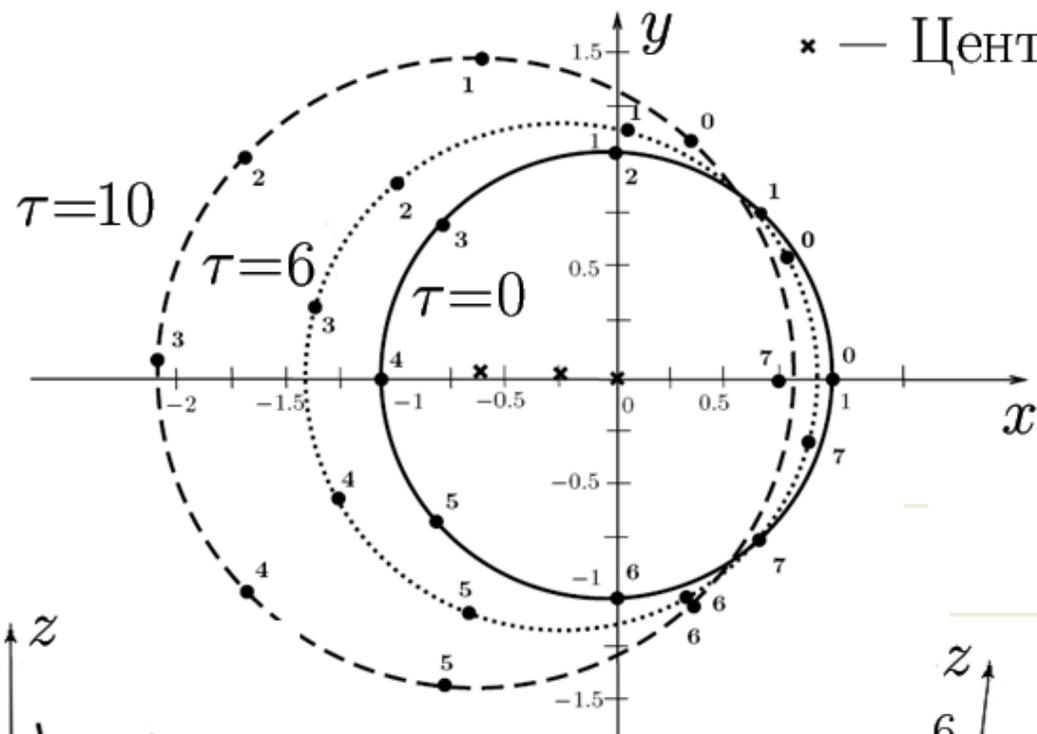
$$\Delta\tau = 1.057 \blacksquare$$

$$\Delta\tau \cdot t_{00\text{raz}} = 0.02538 \blacksquare$$

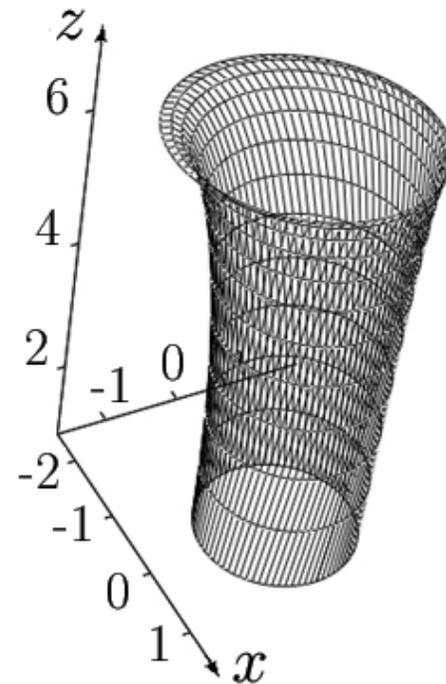


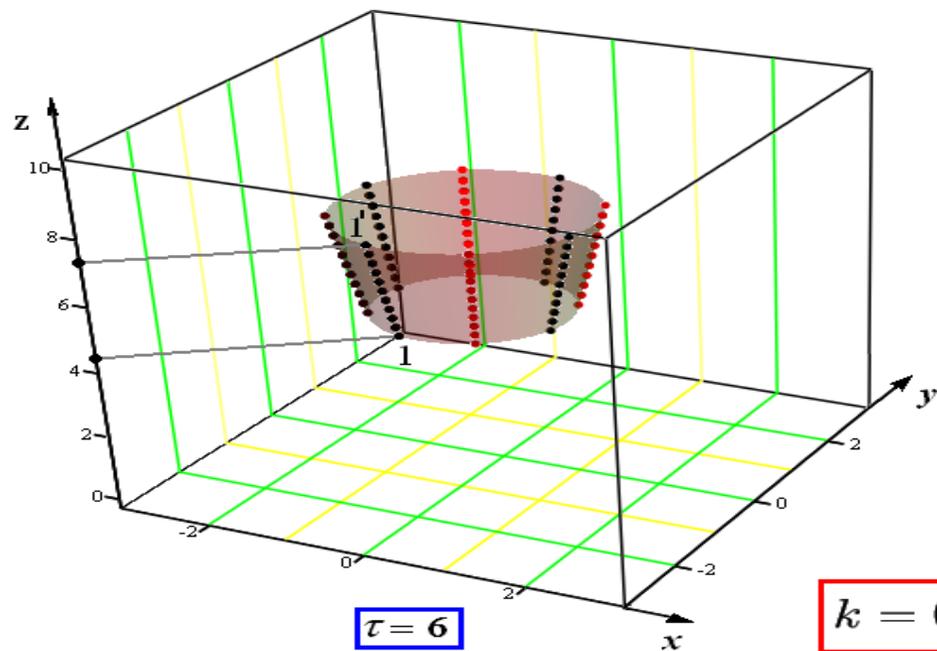
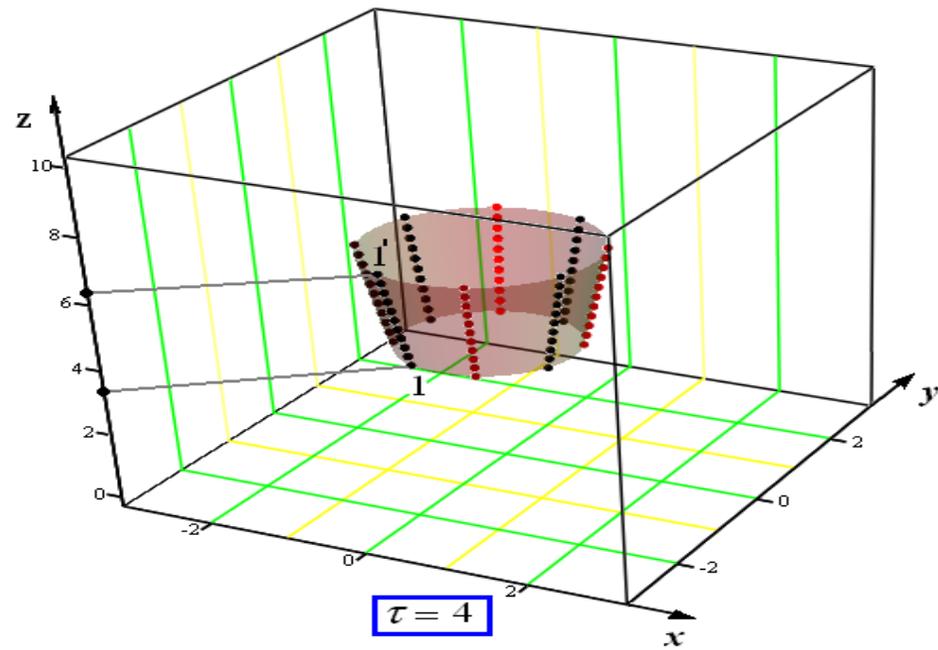
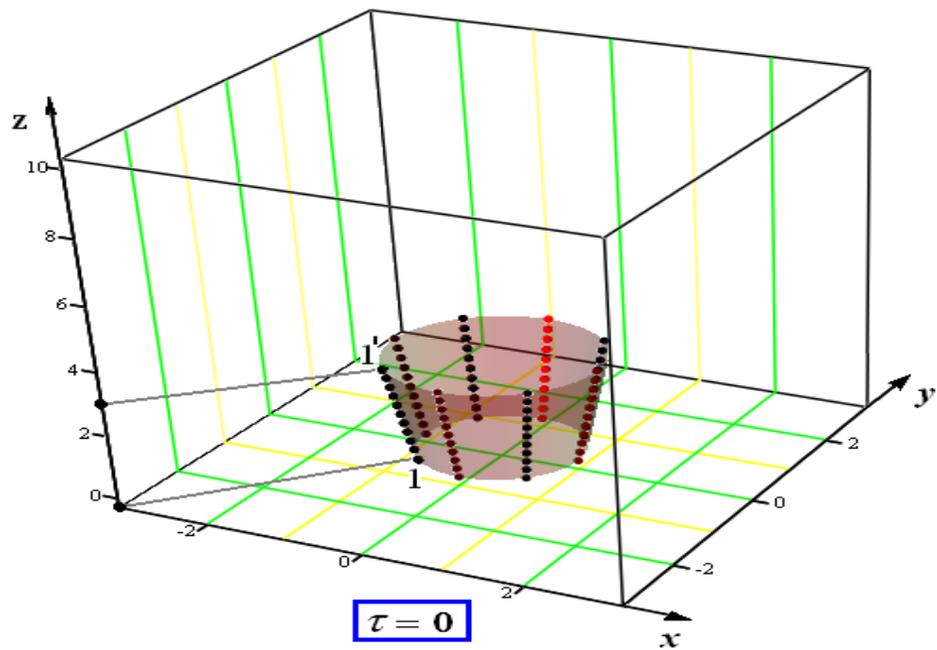
$$\Delta\tau = 0.423 \blacksquare$$

$$\Delta\tau \cdot t_{00\text{raz}} = 0.010152 \blacksquare$$

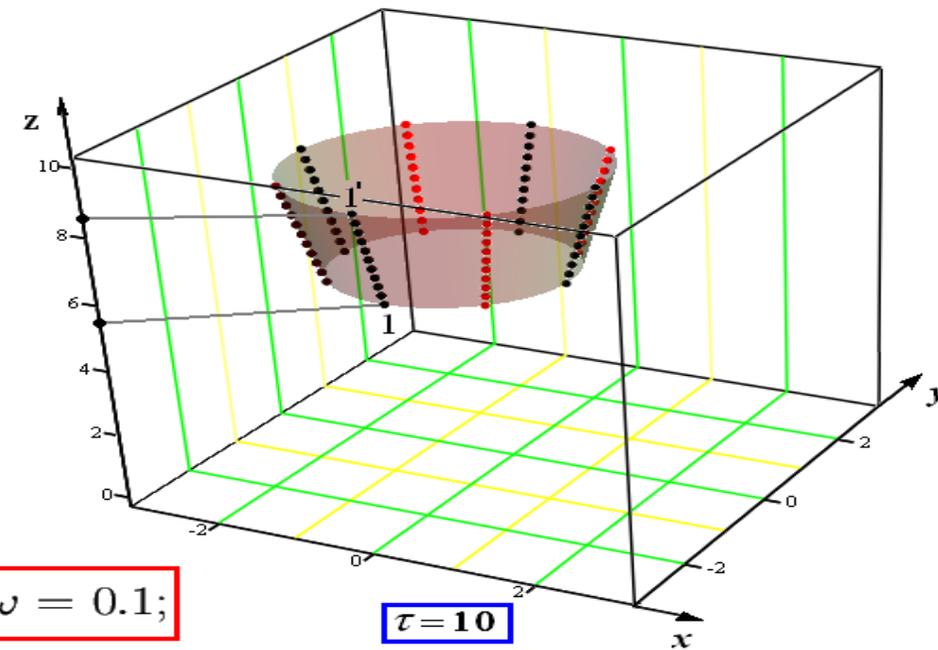


$$\psi = \frac{\pi}{6}; \quad \omega = 0.1;$$





$k = 0.1, \quad \psi = \frac{\pi}{6}, \quad \omega = 0.1;$



Описание метода построения траекторий точек "сечения" поверхности Γ_0

