



Сравнение St, DDAD и ATVDR схем в приближении квазипереноса для решения задач теплового излучения

Кошутин Д.А., Уракова А.В., Шестаков А.А.

1. Исследуется использование различных схем для решения уравнения переноса на первом этапе **приближения квазипереноса***.
2. Для получения поправочных множителей к коэффициенту диффузии **на кинетическом этапе используются три разностные схемы**: монотонная линейная **схема St^{**}** первого порядка аппроксимации, линейная **схема $DDAD^{***}$** второго порядка аппроксимации и **нелинейная схема $ATVDR^{****}$** повышенного порядка аппроксимации.

* - Н.Г. Карлыханов, М.Ю. Козманов. Учёт кинетических эффектов в диффузионном приближении для расчета переноса излучения. ВАНТ, 2010, в.4, с.3-9.

** - Карлсон Б. Численное решение задачи кинетической теории нейтронов. В кн.: Теория ядерных реакторов.-М.Атомиздат, 1963, с. 243-258.

*** - А.Д. Гаджиев, И.А. Кондаков, В.Н. Писарев, О.И. Стародумов, А.А. Шестаков. Метод дискретных ординат с искусственной диссипацией (DDAD-схема) для численного решения уравнения переноса нейтронов. ВАНТ, 2003, в.4, с.13-24.

**** - А.Д. Гаджиев, Д.А. Кошутин, А.А. Шестаков. DS_n-метод с TVD-реконструкцией и синтетический P1SA-метод решения уравнения переноса теплового излучения, ВАНТ, 2016, в.4, с.3-19.

3. На диффузионном этапе используется **схема Ромб**.*
4. При решении двумерной диффузионной системы применяется **итерационный метод расщепления ИМСП**.**
5. Для совместного решения уравнений диффузии и уравнения энергии применяется **метод ВДЭПФ**.***

* - Гаджиев А.Д., Писарев В.Н. Неявный конечно-разностный метод «Ромб» для численного решения уравнений газодинамики с теплопроводностью. ЖМФ и МФ, 1979, т.19, №5, с.1288-1303.

Гаджиев А.Д., Шестаков А.А. Метод «Ромб» для решения многогруппового уравнения переноса излучения в P1-приближении. ВАНТ, 1989, в.3, с.66-70.

** - Гаджиев А.Д., Писарев В.Н., Шестаков А.А. Метод расчёта двумерных задач теплопроводности на неортогональных сетках. ЖВМ и МФ, т.22, №2, 1982.

*** - Шестаков А.А. Исследование сходимости поправочного метода выделения диагонального элемента для совместного решения уравнения энергии и уравнения переноса излучения. Тезисы докладов XII Международной конференции ЗНЧ, Снежинск, 2014, с.336.

Кинетическое уравнение переноса:

$$r \frac{\rho}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{I_g}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial r} (\xi r I_g) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu r I_g) - \frac{\partial}{\partial \psi} (\eta I_g) + r \alpha_g I_g = \frac{r}{4\pi} (\alpha_{cg} B_g + \alpha_s U_g).$$

Система уравнений диффузии:

$$\frac{\rho}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{U_g}{\rho} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r (\vec{\Phi}_g)_r) + \frac{\partial (\vec{\Phi}_g)_z}{\partial z} + \alpha_{cg} U_g = \alpha_{cg} B_g,$$

$$\frac{1}{3} \text{grad} U_g + \alpha_g \vec{\Phi}_g = 0.$$

Уравнение энергии:

$$\rho \frac{dE}{dt} = \sum_{g=1}^G \alpha_{cg} (U_g - B_g).$$

В приближении квазипереноса система диффузионных уравнений имеет вид:

$$\frac{\rho}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{U_g}{\rho} \right) + \operatorname{div}(\overline{M} \cdot \vec{\Phi}_g) + \alpha_{cg} U_g = \alpha_{cg} B_g,$$

$$\frac{1}{3} \operatorname{grad} U_g + \alpha_g \vec{\Phi}_g = 0.$$

$$\overline{M} = \begin{pmatrix} \overline{m}_g^1 & 0 \\ 0 & \overline{m}_g^2 \end{pmatrix},$$

$$\overline{m}_g^1 = \frac{(\Phi_g^r)_k}{(\Phi_g^r)_d}, \quad \overline{m}_g^2 = \frac{(\Phi_g^z)_k}{(\Phi_g^z)_d}, \quad \overline{m}_g^1 \geq m_{\min}, \quad \overline{m}_g^2 \geq m_{\min}.$$

Задача построена на основе 2-ой задачи Флека*:

$$101 \text{ см} \leq \sqrt{r^2 + z^2} \leq 105 \text{ см}.$$

$$\alpha_c = \frac{\chi(1 - e^{-\varepsilon/T})}{\varepsilon^3}, \quad \alpha_s = 0.$$

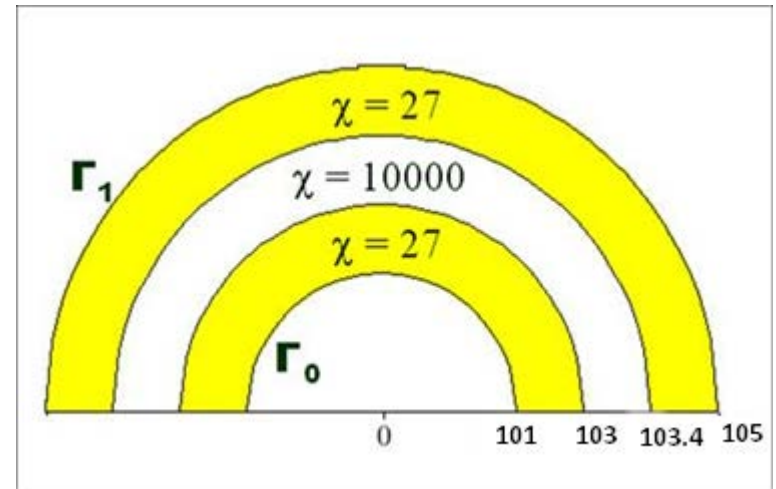
Сетка по радиусу: 59. По углу: 15.
Число групп: 15. Квадратура: ES₁₆

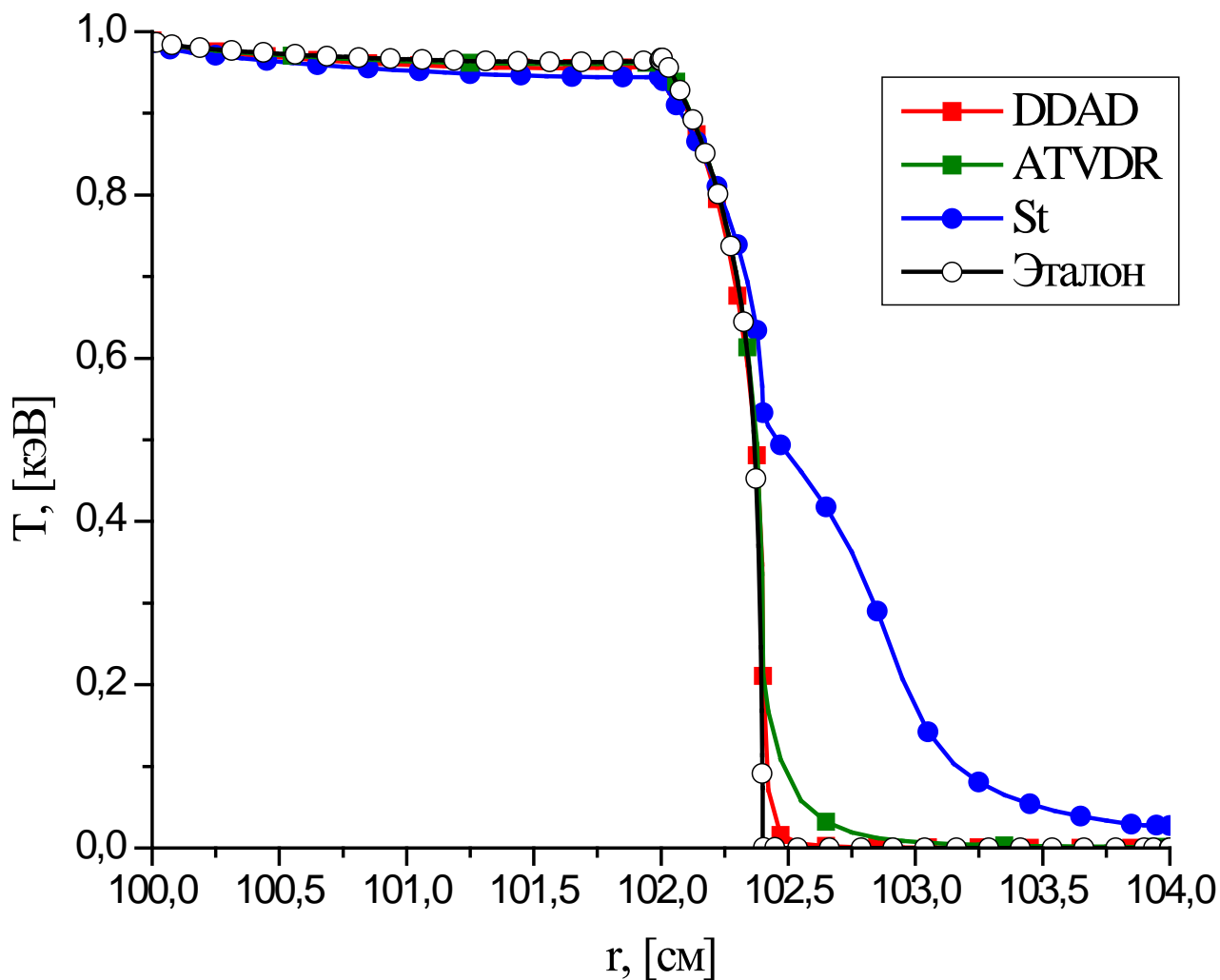
$$T_0 = 0.00001 \text{ кэВ}$$

$$\Gamma_0: I_{\Gamma_0} = \frac{1}{4\pi} B(T=1), \quad \Gamma_1: I_{\Gamma_1} = 0.$$

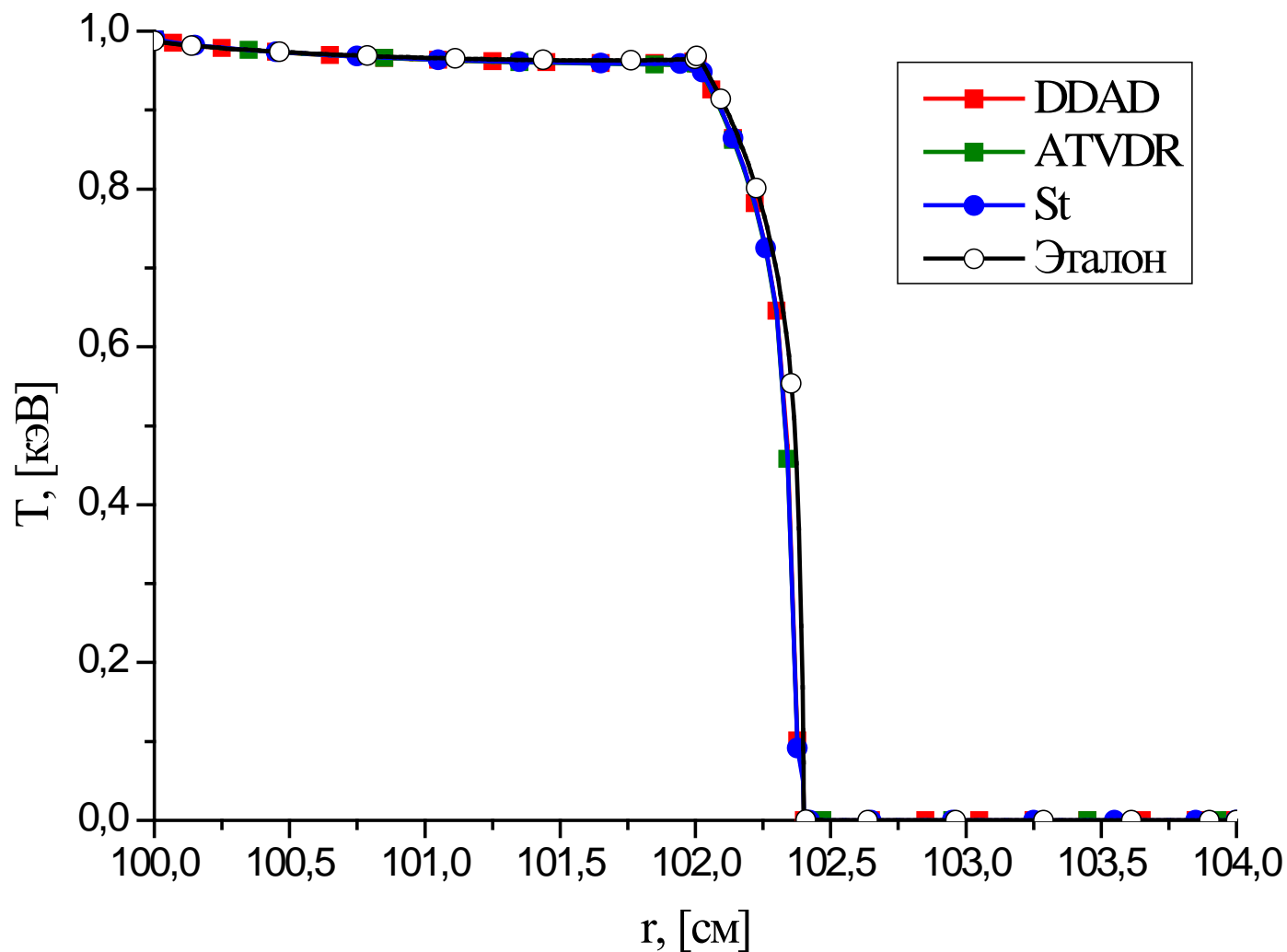
$$E = 0.81T.$$

* - J.F. Fleck, Cummings Jr. and J.D. An Implicit Monte-Carlo Scheme for Calculating Time and Frequency Dependent Nonlinear Radiation Transport, J.Comput.Phys. Vol.8(3) (1971) 313-342.





Профили температур вещества во 2 задаче Флека на момент выхода ТВ из области 2 (при $t=0.009$)



Профили температур вещества во 2 задаче Флека на момент выхода ТВ из области 2 (при $t=0.009$)

Для численного моделирования прогрева оптически плотного вещества рассмотрен сферический слой толщиной 1 см с начальной температурой $T_0 = 1$ кэВ.

$$100 \leq R \leq 101, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}$$

На внутреннем радиусе задан односторонний входящий поток, определяемый по единичной температуре.

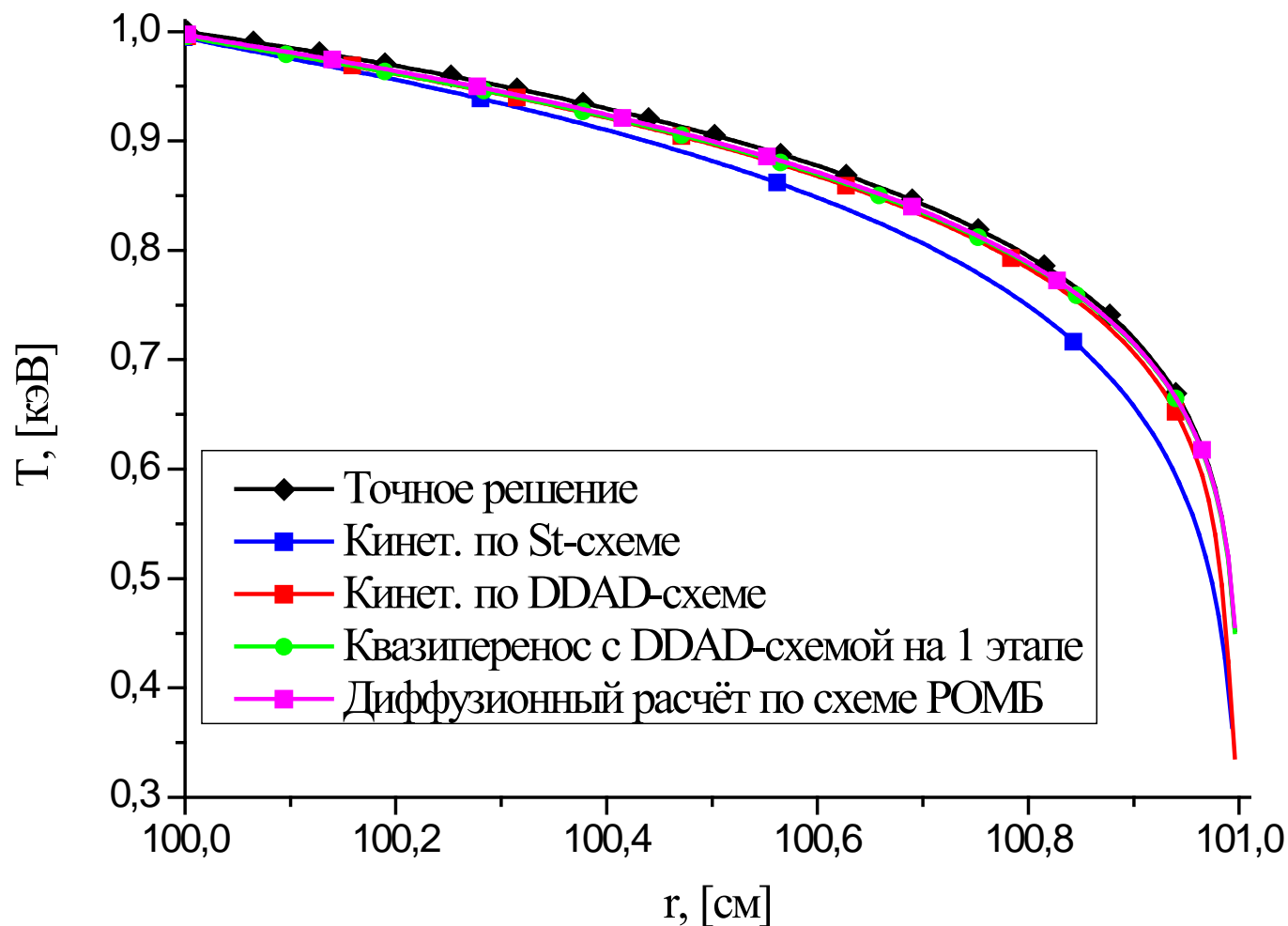
На внешнем радиусе – условие свободной поверхности.

На остальных границах заданы условия отражения.

$$\alpha_{cg} = \frac{10000}{\varepsilon_g^3} (1 - e^{-\varepsilon_g/T}), \quad \alpha_s = 0.$$

Сетка по радиусу: 40,80, 160. По углу: 100, 200, 400.

Число групп: 15. Квадратура: ES₁₆



Профили температур вещества в 3 задаче Флека при выходе на стационар

Задача №2. Исследование численной сходимости

Исследование численной сходимости проводится в L_1 норме сеточных функций по формуле

$$\delta s = \log_2 \frac{\|T_{2N} - T_N\|}{\|T_{4N} - T_{2N}\|} \quad \|T_{2N} - T_N\|_{L_1} = \sum_i^M |T(r, z) - T_{i+1/2, j+1/2}| \Delta M_{i+1/2, j+1/2}$$

Схема	Порядок аппроксимации	Порядок сходимости в кинетической модели	Порядок сходимости в приближении КП
St	1	0.98	1.89
ATVDR	>1	1.98	1.18
DDAD	2	2.27	2.11

В заключении можно сделать следующие **выводы**:

1. Решение двумерного уравнения переноса теплового излучения методом квазипереноса даёт согласованные с кинетическим приближением результаты независимо от схемы, используемой на первом этапе.
2. Использование St-схемы на кинетическом этапе в методе квазипереноса в рассмотренных задачах позволяет удешевить расчёты.

Благодарю за внимание!