



# Полуэмпирическая аналитическая модель для расчета характеристик ударной волны в металлах

С.Ю. Гуськов<sup>1</sup>, И.К. Красюк<sup>1,2</sup>, А.Ю. Семенов<sup>1</sup>,  
И.А. Стучебрюхов<sup>1,2</sup>, К.В. Хищенко<sup>3</sup>

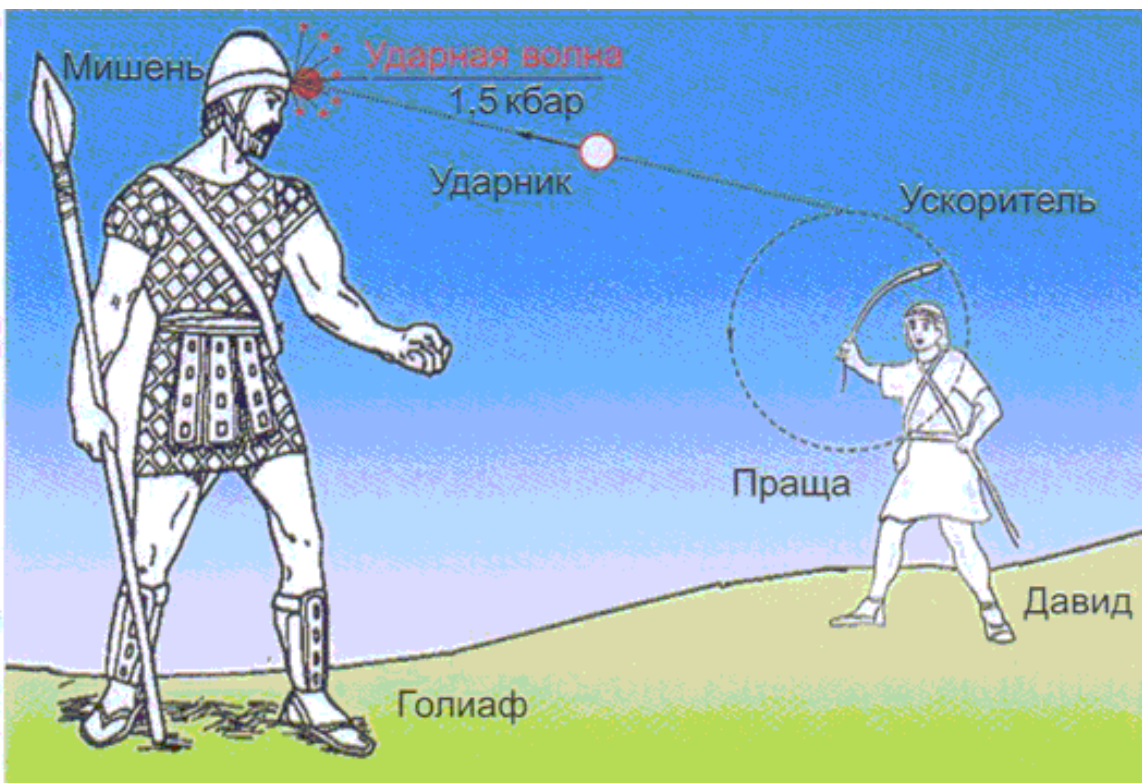
<sup>1</sup> Физический институт им. РАН, Москва, Россия  
e-mail: [guskov@sci.lebedev.ru](mailto:guskov@sci.lebedev.ru)

<sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия  
e-mail: [krasyuk@kapella.gpi.ru](mailto:krasyuk@kapella.gpi.ru)

<sup>3</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия  
e-mail: [konst@ihed.ras.ru](mailto:konst@ihed.ras.ru)

XIV Международная конференция «ЗАБАБАХИНСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ»,  
18 - 24 марта 2019 г., РФЯЦ – ВНИИТФ, Снежинск, Челябинская обл., Россия

“Интерес к физике ударных волн всегда был достаточно высок из-за естественного желания людей достичь большего и работать с рекордно высокими параметрами ударных волн, а также и из-за значительного числа астрофизических, энергетических и оборонных приложений. Именно военные приложения стимулировали первый успешный эксперимент с ударными волнами, который был поставлен более 3000 лет назад – во время битвы Давида и Голиафа, описанный в книге Царств Ветхого Завета. В результате высокоскоростного удара выпущенного из пращи Давида о голову Голиафа камня в ней возникла (как показали результаты более позднего 3D-компьютерного моделирования) ударная волна с амплитудным давлением около 1,5 кбар. Это давление более чем в два раза превысила прочность лобной кости Голиафа, что и решило исход дуэли к вящей радости войска Израилева. Успешно найденная тогда схема ударно-волнового воздействия до сих пор является идейной основой всех последующих экспериментов в области мощных ударных волн и динамической физики высоких плотностей энергии.”



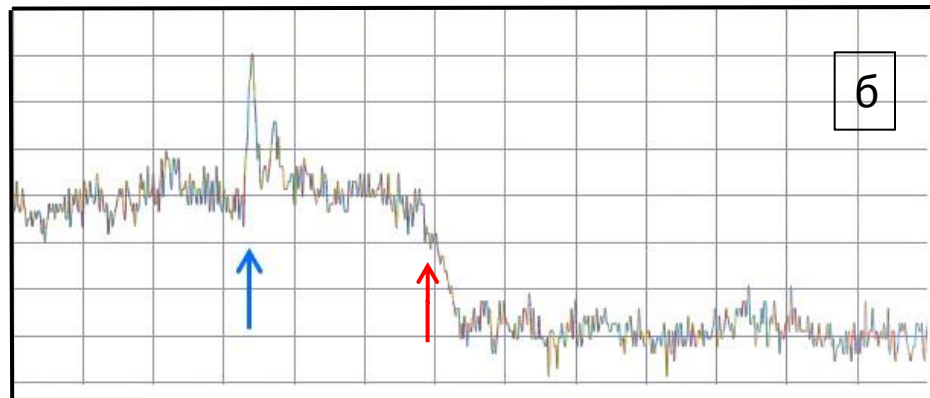
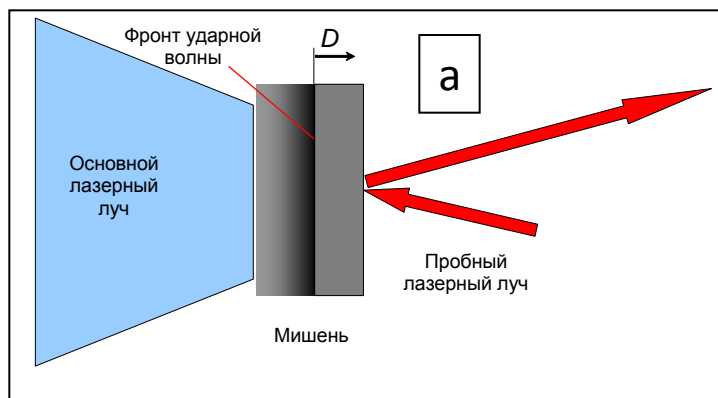
**В.Е. Фортов. Мощные ударные волны на земле и в космосе. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2019.**

# Содержание

1. В докладе представлены результаты экспериментальных и теоретических (численных и аналитических) исследований характеристик распространения ударной волны, генерируемой под воздействием лазерного импульса длительностью 70 пс в металлах (*Al, Pb, Cu, Pd, W, Ta, Mo*).
2. Предложен метод извлечения ударной адиабаты металлов, включая тепловую часть давления, по измерению характеристик затухания сильной ударной волны, образованной при воздействии мощного лазерного импульса на плоскую мишень.
3. Представлены результаты измерения времени выхода гидродинамического возмущения, инициированного воздействием лазерного импульса с длительностью 70 пс и интенсивностью ( $1 - 10^2$ ) ТВт/см<sup>2</sup>, на тыльную поверхность фольг из алюминия различной толщины.
4. Развита теория затухания плоской ударной волны в металлах для диапазона давлений (0.1 – 10) ТПа.
5. Для верификации теоретических выводов выполнено численное моделирование изучаемых ударно-волновых процессов с использованием широкодиапазонных уравнений состояния вещества.

Результаты экспериментов по определению времени выхода ударно-волнового возмущения на тыльную сторону мишени. В дальнейшем, полученные величины сравниваются с данными численных расчетов и выводами разработанной аналитической модели. Они также могут быть использованы при конструировании альтернативной ударной адиабаты .

Эксперименты выполнены на лазерной установке «Камертон-Т» с активными элементами из неодимового фосфатного стекла. Основное излучение преобразовано во вторую гармонику с длиной волны 0.527 мкм. Толщины мишеней из алюминия  $L$  изменялись от 50 до 200 мкм. Лазерное излучение фокусировалось в пятна, диаметр которых превышал толщины мишеней в несколько раз для обеспечения одномерности гидродинамических течений. Для фиксации времени выхода гидродинамического возмущения на тыльную сторону мишени направлялось пробное квазинепрерывное лазерное излучение (а).



В момент выхода возмущения на тыльную сторону мишени происходило резкое снижение величины коэффициента отражения пробного луча (б). Осциллограммы основного лазерного импульса и пробного излучения регистрировались с помощью фотоприемника THOR LABS High-Speed Photodetector в сочетании с осциллографом LeCroy Waverunnig 44xi с полосой пропускания 400 МГц. Условия экспериментов и **величины измеренных времён выхода волны гидродинамического возмущения на тыльную сторону мишеней  $t_{arr}$**  приведены в разделе «Эксперимент» таблицы 1. Во всех экспериментах волна представляет собой затухающую УВ, поскольку время  $t_{arr}$  значительно меньше времени распространения через мишень звуковой волны, объёмная скорость которой в алюминии составляет 5.2 км/с.

**Таблица 1. Условия и результаты экспериментов с мишенями из алюминия**

№	Мишень			Лазер			Измерения	
	Металл	$\rho_0$ г/см <sup>3</sup>	$c_0$ км/с	L мкм	$E_l$ , Дж	$2R_l$ , мкм		$I_l$ , ТВт/см <sup>2</sup>
	Al	2.71	5.2	200	2.1	630	8.7	29.3±0.3
	Al	2.71	5.2	100	1.06	583	5.1	14.6 ±0.4
	Al	2.71	5.2	50	0.145	450	1.2	7.8±0.3

**Примечания:**  $\rho_0$  и  $c_0$  – начальная плотность и объёмная скорость звука;  $L$  - толщина мишени;  $E_l$  – энергия лазерного импульса;  $2R_l$  – диаметр лазерного пучка на мишени;  $I_l$  – интенсивность лазерного импульса;  $t_{ar}$  – измеренная величина времени выхода фронта гидродинамического возмущения на тыльную поверхность мишени.

# Численное моделирование распространения ударной волны (УВ) в металлах

Численные моделирование проводилось с использованием математического кода, обеспечивающего решение уравнений газовой динамики по схеме Куранта–Изаксона–Риса методом характеристик [1]. Код оперирует широкодиапазонными полуэмпирическими уравнениями состояния (по модели KEOS\_9 [2]), в которых давление включает холодную и тепловую составляющие. Нелинейная конвекция и физическая вязкость не учитываются.

В расчетах предполагалось, что форма импульса давления на лицевой поверхности мишени идентична форме лазерного импульса и определяется формулой: .

$$\frac{P}{P_0} = \frac{I}{I_0} = 16 \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{\tau^2}\right) \quad \tau = 70 \text{ ps} \quad t_0 = 100 \text{ ps}$$

1. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. *Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений* (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012).
2. Ломоносов И.В., Фортон В.Е., Хищенко К.В. *Хим. физика*, **14** (1), 47 (1995).

Давление  $P_0$  определялось согласно формулам для зависимости абляционного давления от интенсивности лазерного импульса [3]:

$$P_0 = \begin{cases} 1.62 \times (10^{-2} \times I_0)^{7/9} \lambda^{-3/4} & , 0.8 \leq I_{las} \leq 4.3 & (1a) \\ 1.2 \times (10^{-2} \times I_0)^{2/3} \lambda^{-2/3} [A/(2Z)]^{3/16} & , 4.3 \leq I_{las} \leq 10^3 & (1b) \end{cases}$$

$P_0$  измеряется в ТПа,  $I_0$  – в ТВт/см<sup>2</sup>;  $\lambda$  – длина волны лазерного излучения (мкм),  
 $A$  – атомный вес,  $Z$  – атомный номер вещества мишени.

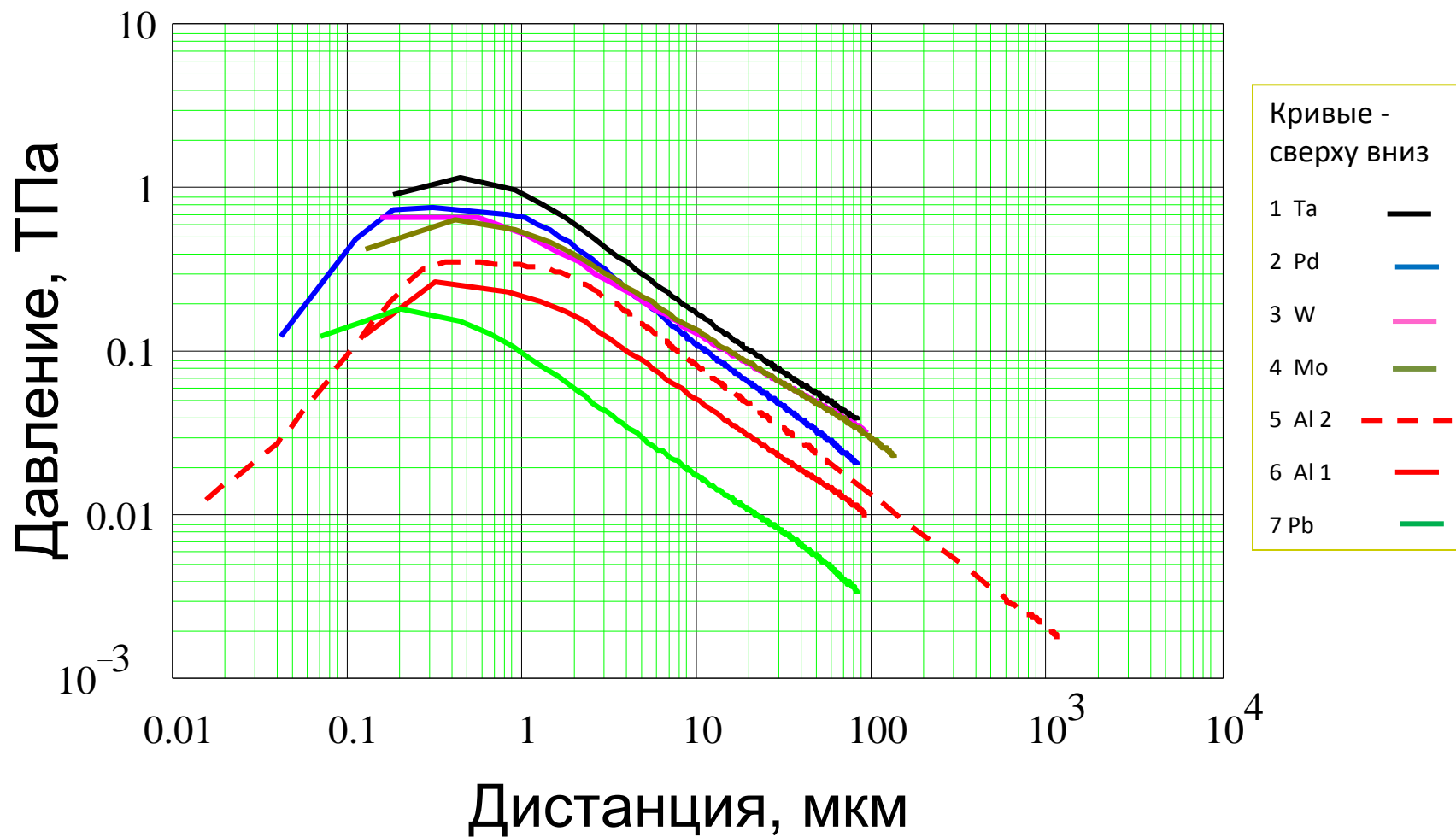
Достоверность использования этих формул в условиях проведенных экспериментов подтверждена в [4].

3. Вовченко В.И., Красюк И.К., Пашинин П.П., Семенов А.Ю. Докл. АН, **338** (3), 322 (1994).

4. Krasyyuk I.K., Semenov A.Yu., Stuchebryukhov I.A., Khishchenko K.V. // Journal of Physics: Conference Series **774** (2016) 012110.



# Расчетные графики, иллюстрирующие динамику распространения УВ по мишени



Из графиков видно, что, начиная с расстояния  $\cong 2$  мкм, затухание амплитуды ударной волны для всех металлов носит степенной характер, описываемый формулой  $P(x) = a \cdot x^b$

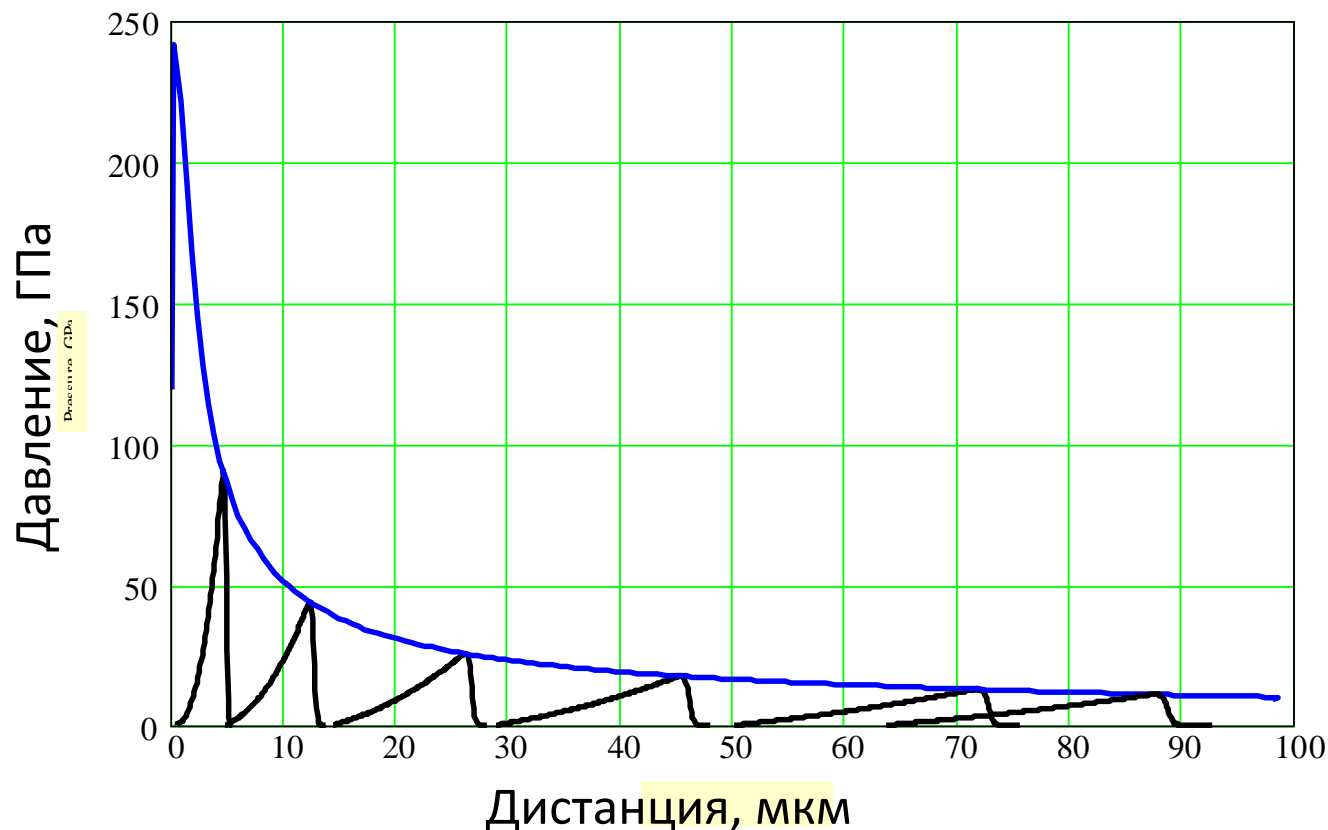
Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  приведены в таблице 2.

№	мишень	$H$ , мкм	$P_0$ , ТПа	$a$	$b$	$t_{exp}$ нс	$t_{calc}$ нс
1	Al	100	0.253	2.707E+3	-0.718	13.8 ± 0.4	13.5
2	Al	1200	0.346	5.098E+3	-0.800	-	208
3	Pd	90	0.743	7.400E+3	-0.810	-	17.0
4	Pb	90	0.187	0.980E+3	-0.737	-	35.5
5	W	100	0.790	5.440E+3	-0.630	-	19.3
6	Ta	90	1.200	9.311E+3	-0.744	-	19.1
7	Mo	150	0.683	6.89E+3	-0.706	-	23.7
Среднее значение коэффициента $b$ составляет $-0.735 \pm 0.105$							

$H$  – толщина мишени,  $P_0$  – амплитуда давления на лицевой поверхности мишени,  $a$  и  $b$  – коэффициенты в формуле (1),  $t_{calc}$  – расчетные величины моментов времени выхода ударной волны на тыльную поверхность мишени,  $t_{exp}$  – экспериментальная величина момента времени выхода ударной волны на тыльную поверхность мишени. 7(15)

Результаты более детального рассмотрения характеристик распространения импульса давления в мишени из алюминия толщиной 100 мкм. Амплитуда давления на лицевой поверхности мишени 0.253 ТПа.

# Расчетные графики положения и формы импульсов давления в моменты времени 0.6, 1.4, 3.2, 6.0, 10.2 и 12.1 нс.



Расчеты показывают, что формирование ударной волны с крутым передним фронтом происходит на расстоянии до 1.2 мкм, приблизительно за время действия импульса. В промежутке времени от 0.12 до 0.17 нс распределение давления сохраняет свою первоначальную форму с уменьшением амплитуды на 8 %. Затем начинается распространение ударной волны с начальной амплитудой 230 ГПа. При этом энергия в области локализации давления за фронтом волны сохраняется (о чём свидетельствует сохранение площади под кривыми), а сама эта область уширяется.

# Мотивация для разработки аналитической модели

Традиционный подход в нахождении ударной адиабаты состоит в измерении скорости плоской стационарной ударной волны (УВ), которая сохраняет свои свойства на временах и расстояниях, превышающих разрешение применяемых методов диагностики. При этом извлечение адиабаты сжатия основано на использовании полуэмпирической модели линейной зависимости скорости УВ от скорости течения вещества за её фронтом. Для генерации и поддержания незатухающей УВ в лазерных экспериментах, как правило, используется ударно-волновое воздействие наносекундной длительности.

В данной работе предлагается прямо противоположный подход, основанный на измерении характеристик затухания УВ. В этом случае для генерации УВ в режиме «мгновенного взрыва» может использоваться лазерный импульс с длительностью значительно меньшей, чем в описанном выше традиционном подходе, а именно – с длительностью в несколько десятков пикосекунд. Извлечение ударной адиабаты в этом случае основывается на использовании более сложной модели, описывающей затухание УВ. С другой стороны, меньшая длительность импульса при той же интенсивности, которая определяет давление УВ, позволяет использовать лазер с меньшей энергией и в значительной степени «миниатюризировать» ударно-волновой эксперимент по исследованию УРС.

# Аналитическая модель генерации и затухания ударных волн в металлах

Модель основана на использовании УРС, в явной форме выделяющего тепловую составляющую давления. Будем считать, что полное давление  $P$  пропорционально его упругой составляющей  $P_c$ .

$$P \equiv gP_c = \frac{g\rho_0 c_0^2}{4} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^4 - 1 \right] \quad (2)$$

В этом выражении  $g$  постоянный коэффициент, а холодное давление  $P_c$  описывается известной аппроксимацией [5], в которой  $c_0$  – объемная скорость звука, а  $\rho_0$  и  $\rho$  плотности вещества в нормальном и сжатом состояниях.

Из уравнений сохранения потоков массы и импульса на фронте УВ

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{D-u}{D} \quad (3a)$$

$$P = \rho_0 D u \quad (3b)$$

для скорости УВ получаем:

$$D = \frac{c_0}{2} \left[ \frac{g \beta (1+\beta)^{1/4}}{\left( (1+\beta)^{1/4} - 1 \right)} \right]^{1/2} \quad (4)$$

здесь  $D$  и  $u$  – скорость УВ и скорость вещества за фронтом волны;

$$\beta = \frac{4P}{g \rho_0 c_0^2} \quad (5)$$

Функция параметра  $\beta$  представляет собой медленно меняющуюся функцию: при изменении  $\beta$  в диапазоне давлений от 5 до 20 ТПа ее значение изменяется от 1.168 до 1.113. Отсюда следует, что зависимость скорости УВ от массовой скорости  $u$  в рассматриваемом диапазоне давлений близка к линейной зависимости

$$D \approx c_0 + au, \quad a = \text{const}. \quad (7)$$

Решение, описывающее затухание УВ за счёт теплового уширения с использованием изложенной выше модели УРС строится следующим образом. Скорость уширения определяется скоростью звука, которая отвечает тепловой составляющей давления. Из условия сохранения импульса на фронте УВ (3b) с учётом (7) давление за фронтом УВ записывается в виде  $P = \rho_0 D(D - c_0)/a$ . Тогда, считая, что изменение давления пропорционально ширине области его локализации, для скорости затухающей УВ получаем

$$D^2 - c_0 D - D_0 (D_0 - c_0) \frac{\Delta_0}{\Delta} = 0 \quad (8)$$

где  $D_0$  и  $\Delta_0 \approx D_0 \tau$  есть, соответственно, скорость ударной волны и область локализации давления на момент окончания лазерного импульса с длительностью  $\tau$ ;  $\Delta$  - ширина области локализации давления в текущий момент времени.



Решение уравнения (8) для зависимости скорости затухающей УВ от координаты положения её фронта  $x \geq \Delta_0$  имеет вид

$$D \equiv \frac{dx}{dt} = \frac{c_0}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{b}{1 + \eta \left( \frac{x}{\Delta_0} - 1 \right)} \right)^{1/2} \right] \quad (10)$$

$$b = 4 \frac{D_0}{c_0} \left( \frac{D_0}{c_0} - 1 \right)$$

где

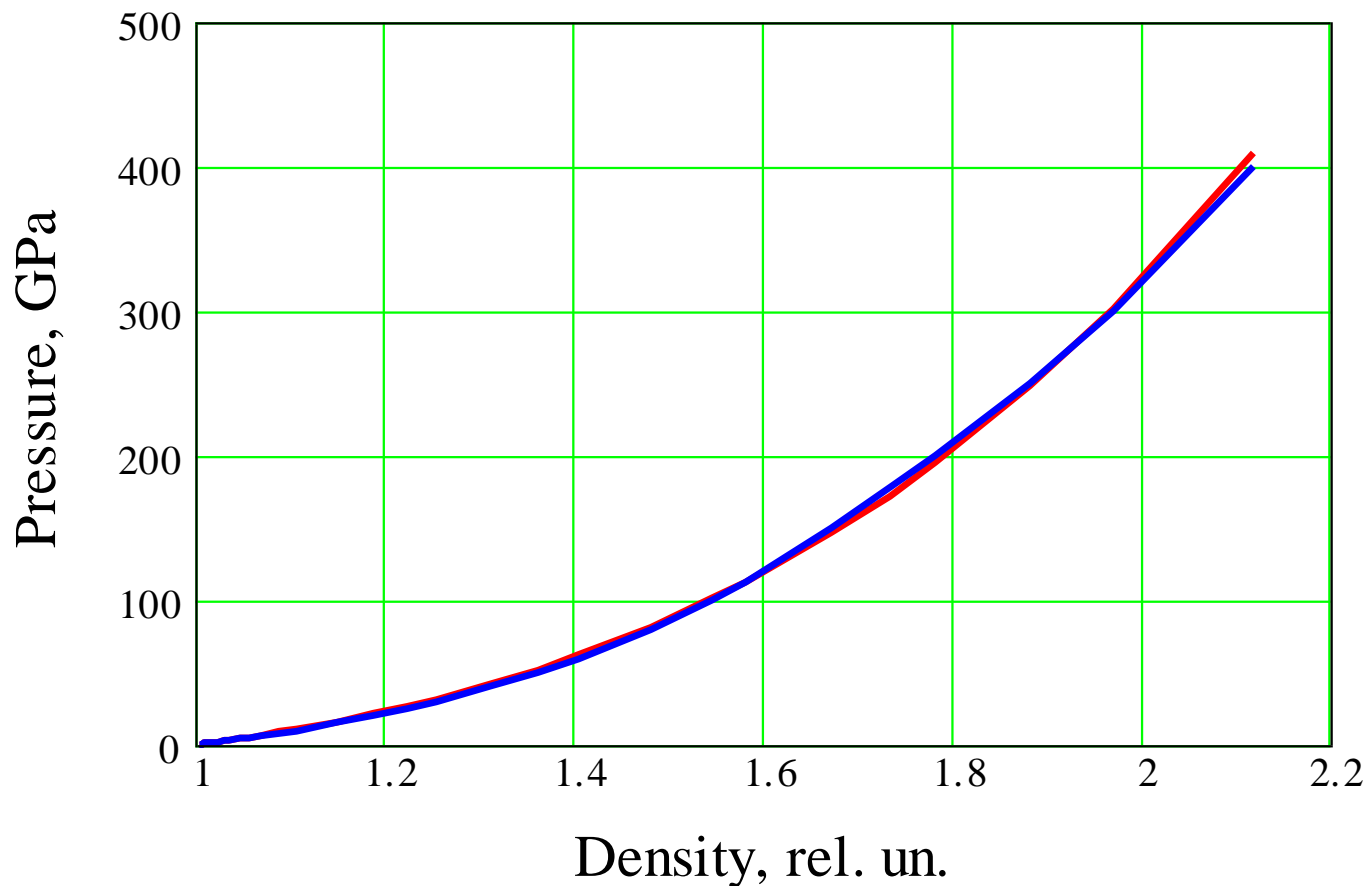
Интегрирование (10) даёт возможность определить зависимость координаты фронта затухающей УВ от времени и определить время выхода волны на тыльную поверхность мишени  $t_{arr}$ :

$$t_{arr} = \frac{L}{2c_0} \frac{(\xi_r + 1)}{\xi_r^2} \left[ \frac{2\xi_r^3 - \xi_r^2 - 6\xi_r - 4 - (\xi_r + 1)^2 \ln(\xi_r + 1)^2}{(\xi_r + 1)^2} - const \right]$$

$$\xi_0 = \frac{2}{(1+b)^{1/2} - 1} \quad \xi_r = \frac{2}{\left(1 + \frac{b\Delta_0}{\eta L}\right)^{1/2} - 1}$$

$$const = \frac{2\xi_0^3 - \xi_0^2 - 6\xi_0 - 4 - (\xi_0 + 1)^2 \ln(\xi_0 + 1)^2}{(\xi_0 + 1)^2}$$

Коэффициент  $g$ , связывающий полное давление с холодным давлением, выбирался равным 1.17 на основании сравнения аналитической формулы (2) (**красная линия**) с базой данных УРС (**синяя линия**), использованной в численных расчётах. Расхождение данных не превышает 2.5 %.



Результаты расчёта по изложенной выше модели характеристик затухания УВ в условиях рассматриваемых экспериментов представлены в разделе «Модель» таблицы 1.



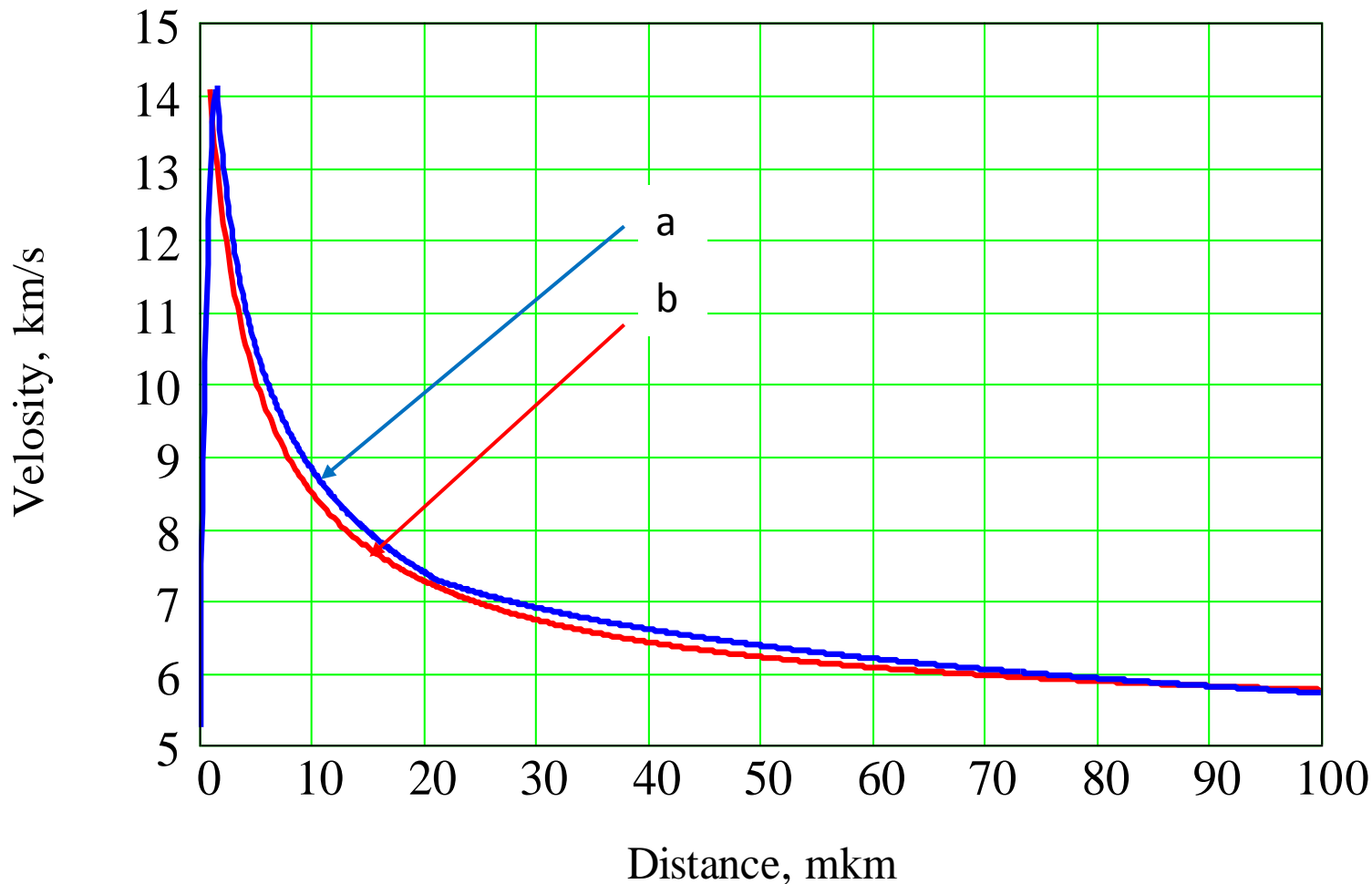
**Таблица 3. Условия и результаты экспериментов, результаты численных расчётов и расчётов по аналитической модели.**

L мкм	$I_0$ , ТВт/см <sup>2</sup>	$t_{arr}$ нс	$P_0$ ТПа	$D_0$ , км/с	$\rho/\rho_0$	$t_{arr}$ нс	$g$	$\Delta_0$ , мкм	$D_0$ км/с	$\rho/\rho_0$	$t_{arr}$ нс	$\lambda_D$ , мкм
Эксперимент			Численный расчёт				Аналитическое решение					
200	8.7	29.3±0.3	0.36	16.1	2.06	30.1	1.17	1.13	16.1	2.05	30.8	23.1
100	5.1	14.6±0.4	0.25	14.1	1.89	14.5	1.17	0.98	14.1	1.87	14.9	16.5
50	1.2	7.8±0.3	0.082	9.6	1.49	7.9	1.17	0.67	9.6	1.48	8.2	5.5

Примечания:  $L$  - толщина мишени;  $I_l$  – интенсивность лазерного импульса;  $P_0$  – абляционное давление, рассчитанное по скейлингу (10);  $D_0$  – скорость ударной волны;  $\rho/\rho_0$  – относительное сжатие вещества при начальном давлении;  $t_{arr}$  – время выхода фронта гидродинамического возмущения на тыльную поверхность мишени,  $g$  – коэффициент, учитывающий тепловую составляющую в уравнении состояния (2);  $\Delta_0$  – начальная ширина области локализации давления за фронтом УВ;  $\lambda_D$  - длина затухания сильной ударной волны

Расчетные графики зависимости скорости гидродинамической волны от пройденного расстояния в алюминиевой мишени:

(a) – численный расчёт, (b) – аналитическая модель.



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Экспериментальное измерение времени прохождения ударной волной плоской мишени заданной толщины, при известном значении воздействующего давления, с использованием предложенной аналитической модели даёт возможность построить простой функциональный вид ударной адиабаты металлов с разделением вкладов тепловой и холодной составляющих давления, которое определяется коэффициентом  $g$  в формуле (2). Совпадение измеренных времён прохождения УВ с аналитическим решением для каждого из трёх обсуждавшихся экспериментов имеет место в диапазоне значений  $g = 1.13 \pm 0.05$ , которые близки к значению коэффициента  $g$  аналитической модели УРС.
2. Новым, важным с практической точки зрения, результатом модели является аналитическое решение для глубины затухания сильной УВ в металлах. Предлагаемый метод нахождения ударной адиабаты имеет важное значение не только для исследования УРС, но и для моделирования ударно-волнового воздействия на конструкционные материалы в высокоэнергетических установках.

Спасибо за внимание!