

Международная конференция XIV Забабахинские научные чтения проводится Российским Федеральным Ядерным Центром – Всероссийским НИИ технической физики имени академика Е. И. Забабахина 18-20 марта 2019 г.



Сон Э.Е., Сон К.Э., Куликов Ю.М. Турбулентность высокотемпературных сред с объемными силами



Турбулентность высокотемпературных сред с объемными силами (аннотация)

Рассмотрены методы описания и модели турбулентности в средах с объемными силами, к которым относятся гравитационные, электромагнитные силы, а также центробежные силы инерции, которые существенны во вращающихся и потоках, за ударными волнами, в высокоскоростных потоках и турбулентность, возникающая при неустойчивостях Релея-Тейлора и Рихтмайера–Мешкова. Приведены обзор и анализ методов описания структуры турбулентного потока и поведения при различных внешних воздействиях, поведение корреляционных одно- и двухточечных моментов разного порядка, интегральных и микромасштабов, спектральных распределений в потоке в условиях, когда корреляционные масштабы сравнимы с характерным размером потока или областью воздействия внешних сил на поток. Анализируются подходы, основанные на методах функции плотности вероятности, для задач турбулентного смешения, пассивного смешения и горения. В докладе представлены результаты, изложенные в монографии Сон К. Э., Сон Э. Е. «Турбулентность сред с объемными силами», Изд.Янус-К, 2019 по гранту РФФИ № 19-11-0000419.

Введение

- Примеры турбулентности с объемными силами
- Нерешенные проблемы:
 - Спектры турбулентности с объемными силами
 - Методы численного решения задач с об. силами
 - Различные типы объемных сил:
 - Гравитационные
 - Инерционные нормальные (сжатие)
 - Центробежные силы инерции
 - Магнитные силы
 - Электрические силы
 - Вибрационные силы
 - Силы объемного сжатия и расширения (дилатация)
 - Ударно-волновые процессы и турбулентность

Вязкость – фундаментальное свойство материи Двоякая роль вязкости в турбулентности From Newton to Quark-Gluon Plasma Re=ul/v, v=10(-5) СИ

- Представления Ньютона
- Парадокс Эйлера-Даламбера
- Пограничный слой Прандтля
- Формулы Кубо-Гринвуда- Латтинжера,
 ФДТ для вязкости.
- Неньютоновская гидродинамика, вязкопластические среды
- Роль вязкости в гидродинамической неустойчивости
- Плазма термовязкая жидкость: гидродинамика, устойчивость, турбулентность
- Молекулярная динамика
- Супервязкость, субвязкость.
- Объемная вязкость.
- Турбулентность и вихревая вязкость
- RANS, RSM, LES и DNS модели турбулентности с вязкостью.

- Вязкость газов, жидкостей и плазмы.
- Вязкость полимерных систем, эффект Томса.
- Вязкость нефти, модификация и управление вязкостью нефти.
- Вязкость гелей, вязкостный фазовый переход.
- Вязкость кулоновских систем, пылевой плазмы, плазменный кристалл.
- Вязкость в релятивистской гидродинамике.
- Вязкость в астрофизических задачах
- Квантовый предел отношения энтропии к вязкости (теория струн и голография).
- Кварк-глюонная плазма самая идеальная среда
- Нановязкость
- Пиковязкость (экстремальные состояния)
- Приложения: взрыв ТМ и многое др,

История турбулентности

Origin of Turbulence – Gottingen 1920-1938



HISTORY OF TURBULENCE IS REMARCABLE, SOME PEOPLE THINK FLUID MECHANICS IS OLD SCIENCE. THAT IS TRUE AND NOT TRUE. **IT STARTS FROM LEONARDO, BUT BECOME REAL SCIENCE IN 20TH** SENTURY, THE SAME TIME AS ATOM, QUANTUM THEORY AND **QUANTUM ELECTRODYNAMICS**

Lessons from Gottingen 1920 - 1938

History remarks: Gottingen University

Mathematics at Göttingen

- Carl Friedrich Gauss (1777–1855)
- Felix Klein (1849–1925)
- David Hilbert (1862–1943)
- Hermann Minkowski (1864–1909)

Fluid and Gas Mechanics at Göttingen

1905 Felix Klein established Institute for Applied Mathematics and Mechanics with participation of

- Ludwig Prandtl (1875–1953) (BL concept, Prandtl Theory of TBL)
- Carl Runge (1856–1927) (Runge-Kutta Numerical Scheme)
- Julius C. Rotta (Semiempirical Theory of Turbulence)
- Heinrich Blasius (Laminar Boundary Layer)
- Theodore von Kármán (Logarithmic Turbulence velocity profile)
- Johann Nikuradse(1894-1979) (Turbulent pipe friction experiments)
- Walter Tollmien (Tollmin-Schlichting waves in BL)
- Hermann Schlichting (Theory and Experiments of Turbulent BL)
- Gustav Eiffel (1832-1921)(Supersonic chamber, drug measurments)

Turbulence in USSR (Russia)

- A.N.Kolmogorov
- E.E. Meshkov
- M.D.Millionshikov
- A.S.Monin
- A.M.Obuhov
- A.M.Yaglom
- V.M.levlev
- S.A.Christianovich
- G.I.Barenblatt

- S.S.Kutateladze
- A.I.Leontiev
- V. Zimont
- V. Sabelnikov
- O. Belotserkovsky
- N.V.Nikitin
- L.I.Zaichik
- A. G.Prudnikov

Turbulence Corner Stone Steps (1890-1930)

- Hydrodynamic Instability as the onset of turbulence: William McFadden Orr, Sommerfeld, Ludwig Hopf, Fritz Noether
- Boussinesq (1897) the effect of turbulence is an additional viscous term in the Navier-Stokes equation.
- Prandtl (1905) The Boundary Layer Concept (Lminar)
- Blasius (1908) Friction Coefficient for laminar BL at flat plate
- Prandtl (1910) BL concept to heat conduction
- Gustave Eiffel (1912) supersonic drug coefficient study
- Prandtl (1927) The mixing length approach
- Dryden, Kuethe (1929) invented the compensated hotwire measurement, which revolutionized the field of turbulence
- Von Karman (1930) logarithmic velocity distribution and a logarithmic formula for the turbulent friction coefficient

Fully Developed Turbulence I - 1933 to 1938

- Reichardt (1933) built an electrodynamometer with which he can observe pulsations and Reynolds stress
- Taylor (1935) submitted his results of turbulence study in four consecutive papers "On the Statistics of Turbulence"
- Dryden (1937) measured the decay of the longitudinal correlations behind grids and measurements of the energy spectrum. The relative integral scale L/M increased with the relative distance x=M from the grid independently of M (mesh size)
- Prandtl (1938) distinguished four types of turbulence:
 - wall turbulence,
 - free turbulence,
 - turbulence in stratified flows,
 - decaying isotropic turbulence.

Fully Developed Turbulence II - 1938 to 1940

- Von Kármán and Howard (1938) equation for isotropic homogeneous turbulence
- Millionshikov M.D. (1939) Decay of Homogeneous Isotropic Turbulence in a viscous noncompressible fluid
- Kolmogorov (1941) Revolutionizing work on universal behavior turbulence spectra of isotropic homogeneous turbulence
- The Göttingen results (1938) for correlations show beautifully the universal behavior from Kolmogorov theory.
- Conte-Bellot and Corrsin (1966) hot-wires measurements turbulence after grid gave confirmation of the Millionshikov's theory

Колмогорова однородной локально – изоторопной турбулентности

Теория



- 1. Statistical properties in inertial and dissipative intervals depend only on dissipation rate, viscosity and scale.
- 2. Statistical properties in inertial interval depend only on dissipation rate and scale.
- **3. Dissipation rate constant in all intervals**
- **Comment.** The last one is not true, but all consequences of K41a are true

Spectra and Fluxes of Turbulence

• Turbulence: Flux from Left to Right

Flux is constant

Numerical simulation



- Mathematically separation of length scales accomplished by filtering transport equations
- Combustion occurs at smallest of length scales thus combustion events must be entirely modeled

Колмогорровский спектр турбулентности, измеренный в различных потоках



- Champagne, hom. Shear 130

- K&V 1966, grid turb. 540
- K&A 1991, channel 53
- CHAI 1991, Return channel 3180
- Grant 1962, tidal channel 2000
- Gibson 1963, round jet 780
- CBC 1971, grid turb. 37

Асимптотическая теория турбулентности (развитие идей Колмогорова)

Что происходит в энергетическом, инерционном и дисипативном интервалах

- 1. Диссипация сосредоточена в вязком интервале
- 2. В энергетическом и инерционном интервалах формируется поток по спектру без диссипации
- 3. Величина потока определяется «узким горлом» в вязком интервале
- 4. В численном моделировании при больших Re вязкий интервал не описывается
- 5. Возможна замена вязкого интервала граничным условием
- 6. Спектр определяется граничным условием



Следствия асимптотической теории турбулентности (Re>>>>1, порядка Re = 1 000 000 и более - многомасштабность

1.Турбулентность в энергетическом и инерционном интервалах (реально доступных для моделирования) описывается уравнениями идеальной жидкости.

2. Диссипация есть только в вязком (диссипативном) интервале.

3. Кинетическая энергия турбулентности в основной части (энергетическом и инерционном интервалах) сохранятся.

4. Поток по спектру сохраняется. Величина и скейлинг потока определяется диссипацией (граничным условием для потока).

5. В энергетическом интервале различные процессы – каскады, перезамыкание, развитие концентрированных вихрей, перемежаемость и др. процессы формируют спектр, закон которого определяется диссипацией и размерностью пространства.

6. Отличие 2D от 3D турбулентности только в формировании структур и предельном законе спектра.

7. Отсюда следуют важные результаты для неоднородной турбулентности – многомасштабность – молекулярная диссипация и крупномасштабная динамика вихрей, возможность построения диссипативных замыкающих соотношений.

8. Отсюда следует теорема Иевлева о независимости первых моментов от диссипации, т.е. крупномасштабных структур от мелкомасштабной турбулентности.

9. Условия применимости 1-8 определяются порядком числа Рейнольдса.

Turbulence simulation at very high Re

$$\begin{split} \frac{\partial < u^{'2} > /2}{\partial t} + U_k \frac{\partial < u^{'2} > /2}{\partial x_k} &= -\frac{\partial U_i < u_i' u_k' >}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(U_k \frac{< u^{'2} >}{2} + \left\langle u_k' \frac{u^{'2}}{2} \right\rangle \right) \\ &- \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left\langle u_i' p' \right\rangle + \frac{\partial \left\langle u_i' \sigma_{ik}' \right\rangle}{\partial x_k} + \rho \nu < S'^2 > \end{split}$$

$$E = \frac{\langle u'^2 \rangle}{2} \qquad \frac{dE}{dt} = \nabla \cdot \mathbf{P} + \nabla \cdot \mathbf{T} - \varepsilon.$$

$$\varepsilon = \nu < S'^2 > \mathbf{P} = -\mathbf{U} \cdot \sigma^R$$

$$E_{tot} = \int E(\mathbf{x}, t) dV \quad \frac{dE_{tot}(t)}{dt} = -\int \varepsilon(\mathbf{x}, t) dV \le 0.$$

$$\mathbf{T} = -\mathbf{U}E - \langle E'\mathbf{u}' \rangle - \frac{1}{o} \langle \mathbf{u}'p' \rangle + \langle \mathbf{u}' \cdot \sigma^{'R} \rangle$$

We simulate only Energy and partially Inertial Intervals, Viscous Interval substituted by the Boundary Condition which define the spectrum of the Inertial Interval



Какие числа Рейнольдса нужны в важных прикладных и фундаментальных исследованиях?

Ракетно – космическая техника



Reynolds and Mach Numbers Range for Aerospace Атомная и термоядерная физика - аналогично АСТРОФИЗИКА Крабовидная туманность HUBBLE SPACE TELESCOPE IMAGE OF THE CRAB NEBULA

$$\operatorname{Re} = \frac{U_{Space} L_{Space}}{v} \approx 1.86 \bullet 10^{25}$$
$$L = 3,4 \, n\kappa \, \Omega = 301 / c$$



Плазма в сильном магнитном поле Сильно замагниченные электроны в магнитном поле нейтронной звезды в центре пульсара N=1300 1/cc концентрация частиц Развивается PTH c филаментами Т=11-18 кК Не тор 22

19.03.2019

Турбулентное перемешивание в инерциальных системах



Fig. 1.5b. Exothermic flame sheet in the TNT–air fireball ($t = 100 \ \mu$ s). Source: Fig. 3 of Kuhl et al. (2013), with permission from Shock Waves. Coh \Im .E. \Im aбабахинские чтения

23 19.03.2019

Инерционное сжатие:

в шероховатых мишенях развиваются

тысячи мод



Fig. 1.11. Shown is an example of the effect of polishing on the outer surface power spectra. *Source:* From, Fig. 2, (Cook et al., 2008), *Laser and Particle Beams*, with permission.

Turbulent Heat and Mass Transfer Нужны неклассические модели турбулентности DNS невозможен

Enthalpy (MJ/kg)



Полуэмпирические модели турбулентности RANS - LES

1

Nature of Turbulence K-e, SST, SA, RANS, URANS, LES methods

Moment equations

 $M_i = \langle v_i \rangle, \quad M_{ii} = \langle v_i v_i \rangle, \quad M_{ijk} = \langle v_i v_j v_k \rangle,$ $\boldsymbol{M}_{ijkl} = < \boldsymbol{V}_i \boldsymbol{V}_j \boldsymbol{V}_k \boldsymbol{V}_l >,$ $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_k \frac{\partial}{\partial x_k}$ $\tau_1 = \tau_h: \quad \frac{dM_i}{dt} = P_i - \frac{\partial M_{ij}}{\partial x_i} + v\Delta M_i$ $\tau_2 \ll \tau_1: \quad \frac{dM_{ij}}{dt} = P_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Phi_{ij} - \frac{\partial M_{ijk}}{\partial x_k} - \frac{\partial q_{ijk}}{\partial x_k} + v\Delta M_{ij}$ $\tau_3 << \tau_2: \quad \frac{dM_{ijk}}{dt} = P_{ijk} - \varepsilon_{ijk} + \Phi_{ijk} - \frac{\partial M_{ijkl}}{\partial x_1} - \frac{\partial q_{ijkl}}{\partial x_1} + 3\nu\Delta M_{ijk}$

Statistical stability is defined by time and space hierarchy (levlev's Theorem)

Closure example Millionshikov's hypothesis

$$M_{ijkl} = M_{ij}M_{kl} + M_{ik}M_{jl} + M_{il}M_{jk}$$

Turbulent Models

- Wide range of turbulence models
 - One-equation KE1E
 - Two-equation (k- ε , k- ω , SST ..)
 - RSM (LRR, SSG, SMC-ω,...)
 - LES, DES, SAS
- Interphase friction prediction based on models:
 - Reliable friction prediction capability
 - accuracy near walls (automatic wall treatment)
 - Robustness

$\rho_{a}\left(\frac{\partial U_{i}}{\partial t} + \frac{\partial U_{j}U_{i}}{\partial x_{j}}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[\rho_{a}\left(\nu + \nu_{t-LES}\right)\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}}\right]$

Automatic Wall Treatment



Molecular and Turbulent Stresses

• Stress:
$$\mathbf{\sigma}_a = 2\alpha_a \rho_a \left(v_a^m + v_a^t \right) \mathbf{S}_a$$

 $\mathbf{S}_a = \frac{1}{2} \left[\left(\nabla \mathbf{u}_a \right) + \left(\nabla \mathbf{u}_a \right)^T \right]$

• LES:
$$\rho_a \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho_a \left(v + v_{t-LES} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]$$

 $v_a^t = C_s^2 \Delta x^2 \left[\mathbf{S_a} : \mathbf{S_a} \right]^{\frac{1}{2}} \qquad C_s \approx 0.1 - 0.2$

Spalart-Almaras Model – equation for eddy viscosity

$$\frac{\partial(\rho v_{t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_{j} v_{t})}{\partial x_{j}} = c_{b} \mu_{t} S - c_{w} \rho \left(\frac{v_{t}}{\widetilde{L}_{wall}}\right)^{2} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\frac{\mu_{t}}{\partial x_{j}} \frac{\partial v_{t}}{\partial x_{j}}\right) + c_{c} \frac{\partial v_{t}}{\partial x_{j}} \frac{\partial v_{t}}{\partial x_{j}} + c_{c}$$

$$\widetilde{L}_{wall} = \min(L_{wall}; C_{DES}\Delta)$$

• Equilibrium (no convection no diffusion):

$$\nu_t = \frac{c_b}{c_w} \widetilde{L}_{wall}^2 \cdot S \quad \rightarrow \quad \nu_t = \frac{c_b}{c_w} C_{DES}^2 \Delta^2 \cdot S$$



LES SIMULATION (wall Nu number, first 4 pins)



C.Hanyalich, 2012

Direct Numerical Simulation of Decay Homogeneous Isotropic Turbulence



Что мы моделируем в RANS, LES?

Проблема: мы моделируем не те уравнения Что же мы тогда получаем? Ответ: теорема Иевлева

$$\frac{du_{i}}{dt} = F_{i} \quad (1), \quad \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{k}} = 0 \quad (2), \quad F_{i} = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + v \frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial x_{k} \partial x_{k}} \quad (3)$$

$$\frac{\partial f_{n}}{\partial t} = \sum_{\gamma=1}^{n} \left\{ -u_{k}^{(\gamma)} \frac{\partial f_{n}}{\partial x_{k}^{(\gamma)}} - \frac{\partial}{\partial u_{k}^{(\gamma)}} \left[f_{n} < F_{i}^{(\gamma)} >_{A_{n}} \right] \right\} \quad (4)$$

From the motion equation (1) with the force (3) and discontinuity equation (2), the equation for the probability function (4) follows. If to solve the equation (1) with the averaged force instead of samultanious, the velocity field will be different but with the same statistical characteristics, i.e. the same f_{in}

levlev's Theorem gives the basis for Numerical Simulations in Turbulent Flows. If you have rough mesh, you can not find out the exact solution of the, problem, but the solution you found will have the same statistical Characteristics as the exact solution (if exists).

At the same time, if you get good coincedance simulated and experimental results, it does not mean, you solve the turbulence problem, but simulated and experimental results defines by the same order moments.

Мифы о численном моделировании турбулентности на суперкомпьютерах $\underbrace{L}_{l} \approx \operatorname{Re}^{3/4}, \left(\frac{L}{l}\right)^{3} \approx \operatorname{Re}^{9/4}, \frac{T}{\tau} \approx \operatorname{Re}^{1/2}$ wave number

В настоящее время рекорд по числу Re-30000 Увеличение числа Re на 1 порядок требует увеличения мощности суперкомпьютера в 10000 раз Это относится к классическим задачам турбулентности, для неклассических (горение, ICF, астрофизика) – практически никогда решены не будут, турбулентность в обозримом будущем останется «Искусством моделей»
Двумерная турбулентность

2D Turbulence: Enstrophy and Palinstrophy (How it works in 2D, possible Re=10^6)

$$\mathcal{E}(\mathbf{x},t) = \left\langle \omega'^2(\mathbf{x},t) \right\rangle,$$

Завихренность – интеграл движения, убывает вследствие вязкости

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \equiv \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathcal{E} = \nabla \cdot \mathcal{P}\varepsilon + \nabla \cdot \mathcal{T}\varepsilon - \mathcal{D}\varepsilon + \nu \triangle \mathcal{E}$$

 $\mathbf{P}_{\mathcal{E}}(\mathbf{x},t) = -2\Omega \langle \mathbf{u}' \omega' \rangle$ В 2D –турбулентности двух каскадов нет – кинетическая энергия и энстрофии – имеют $\mathbf{T}_{\mathcal{E}}(\mathbf{x},t) = - \langle \mathbf{u}' \omega'^2 \rangle$ различные спектры \uparrow

Палинстрофия

$$\mathcal{D}_{\mathcal{E}}(\mathbf{x},t) = 2\nu \left\langle (\nabla \omega')^2 \right\rangle.$$



$$\frac{d}{dt}\frac{1}{V}\int \mathcal{E}(\mathbf{x},t)dV_2 = -\frac{1}{V}\int \mathcal{D}_{\mathcal{E}}(\mathbf{x},t)dV_2,$$

Lesieur model: Forced Injection of Dissipation Mistake (2008)



Double Vortex Layer Re=400000 Kinetic Energy



Фурье-спектр кинетической энергии, рассчитанный на последовательности сеток при t=2.109, Re=400000, основная гармоника возмущения I=1.

Double Vortex Layer Re=400000 Enstrophy Spectrum



Фурье-спектр энстрофии, рассчитанный на последовательности сеток при t=2.109, Re=400000, основная гармоника возмущения I=1.

2D Reconnection - vorticity



2D reconnection - Enstrophy



Турбулентность термовязкой жидкости

Стационарный профиль скоростей в течении ТВЖ



экспоненциальная зависимость вязкости в узком диапазоне температур



стационарные профили температуры и скорости

$$T = \Delta T y + T_1$$

$$U(y) = -\frac{ce^{-\alpha y}}{\alpha(-1+e^{\alpha})}(1-e^{\alpha y}-y+e^{\alpha}y),$$

$$C = \frac{L_Y^2}{\rho_0 \nu_0 U_0} \frac{\Delta p}{L_X} e^{\frac{-\beta(T_1 - T_0)}{T_0}}, y \in [0, 1]$$





Устойчивость термовязкой жидкости





[1] Wall D., Wilson S. // The linear stability of channel flow of fluid with temperature-dependent viscosity // J. Fluid Mech., 1996, 323, 107-132

Неустойчивость стационарного течения термовязкой жидкости в плоском канале



Где происходит наиболее интенсивное крупномасштабное перемешивание?

Перемешивание в ТВЖ: расчетная область - прямоугольный канал



 T_1

нижняя холодная стенка

Перемешивание в ТВЖ: форма профиля и распределение безразмерных параметров

Профиль скорости

$$U(y) = -\frac{Ce^{-\alpha y}}{\alpha(-1+e^{\alpha})}(1-e^{\alpha y}-y+e^{\alpha}y),$$

$$C = \frac{L_Y^2}{\rho_0 \nu_0 U_0} \frac{\Delta p}{L_X} e^{\frac{-\beta(T_1-T_0)}{T_0}}, y \in [0,1]$$

$$V(t) = -\delta U_{max} \sin(2\pi \nu t)$$

Параметры

$$Re_{1} = \frac{U^{*}L_{Y}\rho_{0}}{\mu^{*}} \qquad Re_{2} = \frac{UL_{Y}\rho_{0}}{\mu^{*}}$$
$$Re_{3} = \frac{U^{*}y^{*}\rho_{0}}{\mu^{*}} \qquad |y^{*}| \cup |L_{Y} - y^{*}| < 0.15$$
$$Pr = \frac{\mu^{*}}{\lambda} \qquad Pe = Re_{1}Pr$$



50

Перемешивание в ТВЖ: сеточная сходимость

t = 134.5



Перемешивание в ТВЖ: спектры завихренности и энстрофии



однородная изотропная турбулентность: $E{\sim}k^{-3}$, $\omega^2{\sim}k^{-1}$

когерентные структуры:

 $\omega^2 \sim k^{-2}$

Перемешивание в ТВЖ: метод Окубо-Вейса

$$\frac{D^2}{Dt^2} [\nabla \omega] + \left(\frac{1}{4}\omega^2 - S_1^2 - S_2^2\right) \nabla \omega \approx 0$$
$$\lambda_{OW}^2 = \frac{1}{4}\omega^2 - S_1^2 - S_2^2$$
$$\lambda_{OW}^2 \le 0 \implies \lambda_{OW}^2 = -1$$
$$\lambda_{OW}^2 > 0 \implies \lambda_{OW}^2 = 1$$







Эксперимент ТВЖ – цилиндрический канал





Неустойчивость и турбулентность вихрей Тейлора-Грина

Taylor-Green Vortex



Турбулентность в полях объемных сил

Турбулентность в полях объемных сил



- Гравитационные силы
 - консервативны, недиссипативны
 - нелинейности не содержат
 - вызывают анизотропию в энергетическом интерваде
 - уравнения для моментов не содержат гравитации
 - в инерционном интервале роль гравитации падает
 - вихри становятся сферическими
 - спектр асимптотически при Re>> 1 колмогоровский
- Инерционные силы при сжатии
 - аналогичны гравитационным,
 - существенно зависят от масштабов и числа Ричардсона в инерционном интервале,
 - спектр близок к колмогоровскому

Турбулентность в полях объемных сил

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i v_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho_e^* E_i^* + \frac{1}{c} (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_i + \rho g_i \mathbf{g}_i$$

- Центробежные силы инерции
 - Возникают в неинерциальных системах координат
 - Недиссипативны
 - Вызывают дополнительную завихренность, что приводит к более быстрому формированию потока по спектру в ЭИ и ИИ
 - содержат нелинейность в генерации завихренности
 - спектр асимптотически при Re>> 1 колмогоровский

• Магнитное поле

- При конечной проводимости (Re магнитное) является диссипативной,, приводит к потоку по спектру кинетической энергии турбулентности и энергии магнитного поля
- Преобразованием Эльзассера получены уравнения МГД RANS, MHD-LES
- Спектр может отличаться от колмогоровского

Турбулентность в полях объемных сил

- $\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i v_k)}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho_e^* E_i^* + \frac{1}{c} (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_i + \rho g_i \mathbf{g}_i^*$
- Турбулентность в электрическом поле
 - Возникает в слоях объемных зарядов
 - диссипативна
 - Вызывает дополнительную завихренность, при определенном направлении градиентов плотности электрического заряда и электрического поля
 - Вследствие большого числа неустойчивостей часто статистические моменты неустойчивы, существенными являются самосогласованные электрические поля
 - При комбинированном действии магнитных полей для замагниченных частиц (электроны) возникают магнитные барьеры, спектры как правило, распадные с различными типами нелинейностей.
 - В зависимости от типов нелинейностей формируются каскады различных типов.
 - Особенность аномальный транспорт

Турбулентность проводящей среды в магнитном поле

MHD Turbulence at high Re_m



At high magnetic Reynolds numbers the set of equations consists of hydrodynamic equations and equations for inductive magnetic field. Using von Alven velocities or Elzasser variables the equations can be written in the form of hydrodynamic equations. Finally we get the set of 6 equations similar to hydrodynamics. The approach leads to Kolmogorov spectra, RANS, LES and DNS approaches are formulated.

Applications to Astrophysics and High Temperature Plasma in a magnetic field

MHD - equations

$$\rho \frac{\partial v_{i}}{\partial t} + \rho v_{k} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_{k}} + \frac{H_{k}}{4\pi} \left(\frac{\partial H_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial H_{k}}{\partial x_{i}}\right); \quad (15.9)$$

$$i = 1, 2, 3.$$

$$\rho \frac{\partial I}{\partial t} + \rho v_{k} \frac{\partial I}{\partial x_{k}} = \frac{\partial p}{\partial t} + v_{k} \frac{\partial p}{\partial x_{k}} + \sigma_{ik} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial q_{k}}{\partial x_{k}} -$$

$$- \frac{\partial q_{xyyyk}}{\partial x_{k}} + \frac{v_{yk}}{8\pi} \left(\frac{\partial H_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial H_{k}}{\partial x_{i}}\right) \left(\frac{\partial H_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial H_{k}}{\partial x_{i}}\right); \quad (15.10)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_{k}}{\partial x_{k}} = 0; \quad (15.11)$$

$$\frac{\partial H_{i}}{\partial t} + v_{k} \frac{\partial H_{i}}{\partial x_{k}} = H_{k} \frac{\partial v_{i}}{\partial x_{k}} - H_{i} \frac{\partial v_{k}}{\partial x_{k}} + v_{M} \frac{\partial^{2} H_{i}}{\partial x_{k} \partial x_{k}} +$$

$$+ \frac{\partial v_{M}}{\partial x_{k}} \left(\frac{\partial H_{i}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial H_{k}}{\partial x_{i}}\right); \quad i = 1, 2, 3. \quad (15.12)$$

$$\frac{\partial H_{k}}{\partial x_{k}} = 0. \quad (15.13)$$

$$v_{\rm M} = c^2/4\pi\sigma$$
 (15.14)

n Å Å -----

Low magnetic Re



 $\tau \sim 4\pi L \rho v / H_0 h.$

 $h/\tau \sim H_0 h^2/4\pi L \rho v \ll v_{\rm M} h/L^2$.

 $\frac{1}{4\pi} \frac{vL}{v_{\mathrm{M}}} \frac{H_0^2 L}{\rho v_{\mathrm{M}}} = \mathrm{Re}_{\mathrm{M}} \mathrm{S} \ll 1.$ $\left(\frac{L}{v_{-}}\frac{H_0}{\sqrt{4\pi o}}\right)^2 \ll 1.$



Experimental drug reduction and velocity profiles in the pipe in H-field



Homogeneous MHD turbulence (levlev 1970)



Inhomogeneous MHD-turbulence - BL



0.5

1

Theoretical and experimental drug reduction (a) and heat transfer of liquid metal pipe flow in a longitudinal magnetic filed

MHD-RANS at any Re_m

1. Elsasser variables
The MHD equations

$$\frac{\partial Z_{i}^{\pm}}{\partial t} + Z_{k}^{\pm} \frac{\partial Z_{i}^{\pm}}{\partial x_{k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left(p + \frac{H^{2}}{8\pi} \right) + \left(v \pm v_{m} \right) \frac{\partial^{2} Z_{i}^{+}}{\partial x_{k}^{2}} + \left(v \pm v_{m} \right) \frac{\partial^{2} Z_{i}^{-}}{\partial x_{k}^{2}}$$

 $v_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$ - magnetic viscosity (diffusivity)

2. Alven velocities formulation of turbulent MHD flows

2nd moment eq-s in MHD-RANS

$$\begin{split} M_{ij} = &\langle \mathbf{v}'_{i}\mathbf{v}'_{j} \rangle = -\sigma_{ij}^{R} \qquad B_{ij} = \langle a'_{i}a'_{j} \rangle \qquad R_{ij} = \langle \mathbf{v}'_{i}a'_{j} \rangle, \\ &\frac{dM_{ij}}{dt} = \sigma_{jk}^{R} \frac{\partial V_{i}}{\partial x_{k}} + \sigma_{ik}^{R} \frac{\partial V_{j}}{\partial x_{k}} - \frac{\partial}{\partial x_{k}} (\langle \rho'\mathbf{v}_{j} \rangle \delta_{ik} + \langle \rho'\mathbf{v}_{i} \rangle \delta_{jk} + M_{ijk}) + \nu\Delta M_{ij} - \\ &-2\varepsilon_{ij} + A_{k} \left(\left\langle \mathbf{v}'_{j} \frac{\partial a'_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \left\langle \mathbf{v}'_{i} \frac{\partial a'_{j}}{\partial x_{k}} \right\rangle \right) + R_{ik} \frac{\partial A_{j}}{\partial x_{k}} + R_{jk} \frac{\partial A_{i}}{\partial x_{k}} + \left(\left\langle \mathbf{v}'_{j} \frac{\partial}{\partial x_{k}} a'_{i}a'_{k} \right\rangle + \left\langle \mathbf{v}'_{i} \frac{\partial}{\partial x_{k}} a'_{j}a'_{k} \right\rangle \right) \\ &\frac{dB_{ij}}{dt} = A_{k} \left(\left\langle a'_{i} \frac{\partial \mathbf{v}'_{j}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \left\langle a'_{j} \frac{\partial \mathbf{v}'_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle \right) - \left(R_{ij} \frac{\partial A_{i}}{\partial x_{k}} + R_{ik} \frac{\partial A_{j}}{\partial x_{k}} \right) + B_{jk} \frac{\partial V_{i}}{\partial x_{k}} + B_{ik} \frac{\partial V_{j}}{\partial x_{k}} + \\ &+ \left\langle a'_{j}a'_{k} \frac{\partial \mathbf{v}'_{i}}{\partial x_{k}} \right\rangle + \left\langle a'_{i}a'_{k} \frac{\partial \mathbf{v}'_{j}}{\partial x_{k}} \right\rangle - \frac{\partial}{\partial x_{k}} \langle \mathbf{v}'_{k}a'_{i}a'_{j} \rangle + \nu_{m}\Delta B_{ij} - 2\varepsilon_{ij}^{R} \end{split}$$

Turbulent Plasma Equations

Joint moments and K-energy equation in MHD-RANS (base for SA, k-e models)

$$\frac{d}{dt}(M_y + B_y) = -M_{ik}\frac{\partial V_j}{\partial x_k} - M_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + B_{ik}\frac{\partial V_j}{\partial x_k} + B_{jk}\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + C_{jk}\frac{\partial V_j}{\partial x_k} + C_{jk$$

$$+\nu\Delta M_{ij} - 2\varepsilon_{ij} + \nu_m\Delta B_{ij} - 2\varepsilon_{ij}^B + \left(R_{jk} - R_{kj}\right)\frac{\partial A_i}{\partial x_k} + \left(R_{ik} - R_{ki}\right)\frac{\partial A_j i}{\partial x_k} - \frac{\partial A_j i}{\partial x_k} + \frac{\partial A_j i}{\partial x_k} - \frac{\partial A_j i}{\partial x_k} + \frac{\partial A_j i}{\partial x_k} - \frac{\partial A_j i}{\partial x_k} -$$

$$\begin{split} -\frac{\partial}{\partial x_{k}} \Big\{ &< p'v'_{j} > \delta_{ik} + < p'v'_{i} > \delta_{jk} + M_{ijk} - A_{k} \Big(R_{ji} - R_{ij} \Big) - \big(< v'_{j}a'_{i}a'_{k} > + < v'_{i}a'_{j}a'k > - < v'_{k}a'_{i}a'_{j} > \big) \Big\} \\ & \frac{d(M+B)_{ij}}{dt} = P_{ij}^{tot} - \frac{\partial q_{ijk}^{tot}}{\partial x_{k}} - 2\varepsilon_{ij}^{B} + v\Delta M_{ij} + v_{m}\Delta B_{ij} \\ & \frac{dK}{dt} = \sigma_{ik}^{R} \frac{\partial V_{i}}{\partial x_{k}} + B_{ik} \frac{\partial V_{i}}{\partial x_{k}} + R_{\Delta} + v \frac{\partial^{2}K}{\partial x_{k}\partial x_{k}} + v_{m} \frac{\partial^{2}K_{m}}{\partial x_{k}\partial x_{k}} - \varepsilon - \varepsilon^{m} , \\ & R_{\Delta} = \big(R_{ik} - R_{ki} \big) \frac{\partial A_{i}}{\partial x_{k}} \end{split}$$

Conclusions:

- 1. The set of equations for RANS simulation in MHD flows is very similar to ordinary RANS equations, it just increase the number of equations of the same nature.
- 2. The equations could be implemented into any commercial or own SW.
- **3.** There are different cases between viscous dissipation and resistance dissipation giving different turbulent spectra.
- 4. In the case of very high Re and Re_m the spectra are defined by both dissipations giving Kolmogorov spectra and cascades.
- 5. Equations with hydrodynamic and magnetic dissipation rates3. The derived equations could be base of 1 model equations (SA),2 model equations (modified k-e, RANS) and LES, DNS simulation

Турбулентность плазмы в электрческом поле

Characteristic times in air flow and DBD


Плазменные эффекты на гиперзвуке



Ионизация и плазменная аэродинамика

Исследование плазмы зондовыми и радиационными методами в условиях, моделирующих приповерхностные слои головной части гиперзвукового спускаемого летательного аппарата; исследование теплозащитных свойств перспективных материалов. Выявление методов и частот радиосвязи с плазменно-экранированным летательным аппаратом при движении в плотных слоях атмосферы.





MHD Plasma Flow Control for Inlet Hypersonic Vehicle (M=7)



- magnetic field does not affect to the entropy increase through shock wave
- because of Joule heating it can affect to the sound velocity and decrease local Mach number (before shock wave)
- Ampere force can accelerate, decelerate or incline the flow in the action field (before shock wave)

Moorehous - Suchomel - Son





Entropy production in a Turbulent Plasma w/o H

Turbulent flow ${\bf V} \equiv <{\bf v}>$, $p \equiv$, $h \equiv < h>$

$$\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} - \frac{\partial q_k^{tot}}{\partial x_k} + \sigma^S : \nabla \mathbf{V} + \varepsilon$$

Turbulence dissipation and total heat flux:

$$\varepsilon = \nu \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_k} \frac{\partial v_i'}{\partial x_k} \right\rangle$$

$$q^{tot} = q_k + \langle v'_k h' \rangle - \langle p' v'_k \rangle - \nu \left\langle v'_i \frac{\partial v'_k}{\partial x_i} \right\rangle$$

Entropy generation in a turbulent flow

$$\begin{split} \rho \frac{ds}{dt} &= \frac{1}{T} \left[-\left\langle T' \rho \frac{ds'}{dt} \right\rangle - \nabla \cdot \mathbf{q}^{tot} + \sigma^S : \nabla \cdot \mathbf{V} + \right. \\ &+ < \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* > + \varepsilon + \sum_k' \left(\left\langle \frac{\mu_k}{m_k} \nabla \cdot \mathbf{i}_k \right\rangle + < \mathbf{v}' c_k' > + \end{split}$$

$$+
ho < \sum_{r=1}^{R} \nu_{kr} \dot{\xi}_r) > + \left\langle \frac{\mu_e}{e} \nabla \cdot \mathbf{j} \right\rangle$$

Exergy change between 2 control surfaces:

$$\Delta E = -\int \frac{1}{T} \left\langle T' \rho \frac{dS'}{dt} \right\rangle dV + \int \frac{\langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* \rangle}{T} dV + \int \frac{\sigma^S : \nabla \mathbf{V} + \varepsilon}{T} dV + \int \frac{\sigma^S : \nabla \mathbf{V} + \varepsilon}{T} dV + \sum_k \int \frac{1}{T} \left\langle \frac{\mu_k}{m_k} (\nabla \cdot \mathbf{i}_k + \langle \mathbf{v}' c_k' \rangle) \right\rangle dV + \int \frac{1}{T} \left\langle \frac{\mu_e}{e} \nabla \cdot \mathbf{j} \right\rangle dV$$





M=10

Холловская турбулентность разреженной плазмы в магнитном и электрическом полях

Plasma Effects in a Low Temperature Collisional Plasmas

1. Simulation LTP mainly uses packages on the base of RANS, URANS, RSM and sometimes LES.

2. Packages are based on the Moment Equations (Reynolds Stresses) with approximations for 3rd and 4th moments.

 Plasma is collisional, plasma effects are essential for Plasma Flow Control, LTT, SW, Mixing, mainly in MHD approximation.
 The Problem: is it possible to reformulate MHD equations for Turbulent Plasmas similar to Hydrodynamics to use Packages without dig changes?.

5. Answer – Yes, by using Elzasser variables.

Турбулентный транспорт в ХРД



Figure 1. Schematic view (cut) of the HET





Figure 3. Discharge and drift currents.

«Турбулентность» плазмы









«Аномальный транспорт в плазме



Figure 6. Axial distributions: steady-state (a) vs. strong oscillations (b, c), (averaged over 50 ns).



Figure 7. Gradient drift instability: plasma potential, electron streamlines and vorticity (averaged over 1 ns).



Figure 8. Distributions of azimuthal electric field (averaged over 50 ns).

Квантовая турбулентность

(памяти Е.Гордона – изобретателя метода получения нанопроволок в сверхтекучем гелии)

Проблема перезамыкания в турбулентности

- 1. Одна из основных проблем в турбулентности образовани каскадов в резултате дробления вихрей, происходящих при перезамыкании.
- 2. В литературе обсуждается вопрос о роли вяхкости при перезамыкании, в некоторых работах утверждается, что при перезамыкании проявляется влияние вязкости.
- 3. Ответ на этот вопрос могут дать эксперименты по вихрям, каскадам и перезамыканию в сверхтекучей жидкости.
- 4. Идея эксперимента с проволочками в сверхтекучем гелии состоит в получении частиц малых размеров и дальнейшему анализу гидродинамическому движению, используя ччастицы как маркеры движения.
- 5. Reconnection (connection) as a mechanism of energy transfer along the spectrum
- 6. Decomposition of displacement to the rotation and deformation (Euler and NS) (vortices and viscosity) (vector and tensor)
- 7. The hydrodynamics and magnetic hydrodynamics (Maxwell's equations), MHD Turb for small and large Re_m. Currents and reconnection
- 8. The equation for the vorticity and helicity. Keeps saved Impulse momentum.
- 9. Heterogeneous and homogeneous isotropic turbulence
- 10. External volume sources and universal reconnection in the inertial interval (Euler) Kolmogorov's 5/3 law

Квантованные вихри в сверхтекучем гелии

Квантованные вихри не играют заметной роли в явлении сверхтекучести и Л.Д.Ландау для его объяснения сверхтекучести наличием двух невзаимодействующих компонент они не потребовались.

Они стали нужны, когда Ларс Онзагер (Нобелевский лауреат по химии) задал «наивный» вопрос, а что произойдет, если начать вращать сосуд со сверхтекучим гелием.... Он же предложил выход из этого парадокса...



Внутри вихрей – нормальная компонента, и они берут на себя весь момент вращения

Квантовые вихри в сверхтекучем гелии

Р. Фейнман решил проквантовать эти вихри, чтобы заодно ввести постоянную Планка в теорию Ландау,

$$\oint \vec{v_s} \cdot \vec{\mathrm{d}s} = \frac{h}{m_4} n.$$

при *n=1* квант *k* равен

$$\kappa=\frac{h}{m_4}=1.0\times 10^{-7}m^2/s$$

то получил обескураживающий результат – вихри как бы реально не существуют: их диаметр оказался около 1Å, что заметно меньше предела справедливости самого понятия жидкости в механике сплошных сред.

Поэтому их стали достаточно пренебрежительно называть «топологическими дефектами».

Возникновение вихрей в гелии

Для возникновения вихрей не обязательно вращать криостат - от них, наоборот, трудно избавиться и в количестве 10⁵ на см² они существуют всегда, образуясь практически при любом возмущении.

В.Я. Покровский (лауреат премии Онзагера) посоветовал «обходиться» с квантованными вихрями как с классическим водоворотами, только очень тонкими.



Но если есть вращательное движение, то должна быть и сила Бернулли, направленная к оси вращения, – это следствие закона сохранения энергии. В квантовой теории сверхтекучести давно обнаружили сродство вихря к любым посторонним частицам, затем к нему стали добавлять член Бернулли. И только совсем недавно в своей, инспирированной нашими работами статье, Юсси Элоранта показал, что – или-или. Суммировать нельзя – члены квантовой теории просто тождественны члену Бернулли в теории Ландау.

Схема эксперимента по получению нанопроволок в He II



- To put a metal into He II
- To focus a laser to its surface
- The vortices should appear near focus, i.e. in the proper place at the proper moment

Experimental cell



- 1 metallic target
- 2 focus of low-power pulserepetition laser with 500 ps pulse duration
- 3 glass slide
- 4 the electrode array
- 5 TEM grids
- The nanowires grown between electrodes were subjected to electrical measurements in 1.6 – 300K temperature range.
- The nanowires deposited on TEM grids were investigated by electron microscopy at 300K





Экспериментальная установка

Квантованные вихри рождаются в фокусе лазера, т.е. в нужный момент в нужном месте

Иттриевый лазер, частота импульсов до 4 kHz, E_{pulse} = 10⁻⁴ Дж τ_{pulse} = 400 ps.

Фотообъектив создает дважды увеличенное изображение рабочей зоны реактора. В экспериментах с пространственным разрешением фотоумножитель с 1 мм-щелью двигался в плоскости изображения.

Метод Гордона получения нитей в сверхтекучем гелии (Смирнов, Сон ЖЭТФ 2019)

Мы поняли, что в результате должен возникнуть самоускоряющийся, каталитического типа процесс, в котором роль катализатора играют квантованные вихри. Несмотря на его кажущуюся очевидность, существования такого быстрого процесса в сверхтекучем гелии никто не предполагал. И самое главное - его продуктами должны были быть длинные тонкие нити, и он может быть использован для bottom-up синтеза нанопроволок.

Gordon E.B., Okuda Y., Low Temp. Phys. 35(3) P: 209-213 (2009).

Но «мусор из сверхтекучего гелия таким процессом действительно можно убрать быстро, но проволочки будут либо практически одноатомными нестабильными нитями, либо рыхлыми фрактальными образованиями» - *Бертан Гальперин, Гарвард, 2010.*

Дело в том, что, как уже говорилось, сверхтекучий гелий является абсолютным чемпионом мира по теплопроводности. Поэтому все локальные перегревы в жидкости должны оперативно устраняться и любые процессы в сверхтекучем гелии должны были быть строго изотермическими. В частности, куда атом пришел, в том месте конденсата он и должен остаться. Nanowires needs so small amount of material that the application of small power fiber laser is sufficient



Yitrrbium laser λ = 1.06 µ E = 10⁻⁴ J τ = 400 ps f = 0.5 - 4 kHz

Морфология и структура нанопроволок (примеры)



Ламинарный и турбулентный теплообмен в сверхтекучем гелии

Высокая теплопроводность сверхтекучего гелия обеспечивается ламинарным потоком нормальной компоненты. При слишком высоких потоках из-за интенсивного рождения вихрей развивается мощная турбулентность и тепло начинает распространяться обычным, диффузионно-подобным способом. Для объектов размером более 10 микрон этот пороговый поток, как известно, составляет около 3 Вт/см². Для физических экспериментов это действительно большой поток тепла, но вот для химии... Чтобы предотвратить плавление продукта слияния двух холодных металлических шариков размером в 1 нм, вызванное просто нагревом из-за уменьшения полной поверхности, требуется гигантская скорость отвода тепла, превышающая 10⁵ Вт/см².

Турбулентность сжимаемых сред

 Турбулентность слабосжимаемых сред
 Сверхзвуковая турбулентность в потоке с M=2

Acoustic Turbulence (weak compressibility) (Dilatation to Kinetic Energy effect, e.g. Hypersonic BL – 2nd Mak Mode)



Скорость диссипации кинетической энергии вследствие дилатации, расчет на последовательности сеток, Re=400000, основная гармоника возмущения I=1.

Compressible Gas Acoustic Turbulence



Общий вклад сжимаемости в процесс диссипации кинетической энергии, Re=400000, основная гармоники возмущения I=1.

Турбулентность в сверхзвуковом потоке за решеткой

Flow past the turbulized Grid



Experiment

CABARET (256x512) Goloviznin V.M.

$$\operatorname{Re} = \left(\frac{L}{l}\right) \sim 256^{4/3} = 4096$$

Сверхзвуковая турбулентность за решеткой МФТИ - 2017



Монография в плане РФФИ



К.Э. Сон, Э.Е. Сон

Турбулентность сред с объёмными силами

Поддержано грантом РФФИ № 19-11-0000419



[«]Янус-К» Москва 2019

Глава 1. Модели сплошной среды

- Глава 2. Кинетические модели среды
- Глава 3. Основные понятия и методы описания турбулентности
- Глава 4. Турбулентность однородных и изотропных олей
- Глава 5. Полуэмпирические мод турбулентности
- Глава 6. Плотность вероятности в теории турбулентного переноса
- Глава 7. Анизотропия турбулентного переноса
- Глава 8. Турбулентное движение в гравитацион-ом поле
- Глава 9. Явление <<отрицательной>> вязкости
- Глава 10. Перемежаемость, вязкий подслой, пристенные функции
- Глава 11. Турбулентное движение в поле центробежных сил инерции
- Глава 12. Численное моделирование турбулентных течений

Глава 13 Релей--тейлоровская турбулентность

- Глава 14. Турбулентность в магнитном поле
- Глава 15. Турбулентность в электрическом поле
- Глава 16. Спектральные модели турбулентности
- Глава 17. Турбулентность в инерциальных системах при сжатии мишеней

Глава 18. Турбулентность в многофазных потока Заключение.

Leonardo da Vinci





Vincent Van Gogh Starry night 1889



Spectra study Van Gogh Starry Night



Siqueiros 1930

Pattern created using then "accidental painting" technique developed by Siqueiros in the 1930s. It is the result of a RTI of a viscous layer. Source: From Fig. 1 of de la Calleja et al., Phys. Fluids, with the permission of AIP Publishing.



Hokusai 1830

Multiphase turbulence and Shock Waves



Hokusai 1830



