



РОССИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЯДЕРНЫЙ ЦЕНТР  
всероссийский научно-исследовательский  
институт экспериментальной физики

## **XIII ЗАБАБАХИНСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ**

# **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СВОБОДНО ВСПЛЫВАЮЩЕГО ПУЗЫРЯ ВОЗДУХА**

*Власов К.О.*

**ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» , г. Саров**

## *Цель работы*

- Провести численное моделирование процесса всплытия пузырьков воздуха в воде для диаметров: **1, 3, 5, 10 мм**
- Определить параметры периодической траектории (период, амплитуду)
- Проанализировать течение в следе за пузырьком
- Сравнить полученные результаты с экспериментальными данными

# Постановка расчетного исследования (1)

Уравнения Навье-Стокса в приближении несжимаемости с учетом многофазности:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{U}) + \nabla \cdot (\rho \vec{U} \cdot \vec{U}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}}) + \rho \vec{g} + \vec{F}_{vol}$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_i \rho_i) + \nabla \cdot (c_i \rho_i \vec{U}) = 0$$

$$\rho = \rho_i \cdot c_i + \rho_j (1 - c_i)$$

где  $\rho$  – плотность,  $U$  – скорость,  $P$  – давление,  $\bar{\bar{\tau}} = \mu(\nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T)$  – тензор вязких напряжений,

$\mu$  – динамическая вязкость,  $g$  – гравитационное ускорение,  $F_{vol}$  – внешние объемные силы,

$\rho_i$  – плотность  $i$ -ой фазы,  $c_i$  – концентрация  $i$ -ой фазы

- Уравнений Навье-Стокса решались методом SIMPLE
- Свободная поверхность между фазами определялась методом CLSVOF (Coupled Level-Set VOF)

## Постановка расчетного исследования (2)

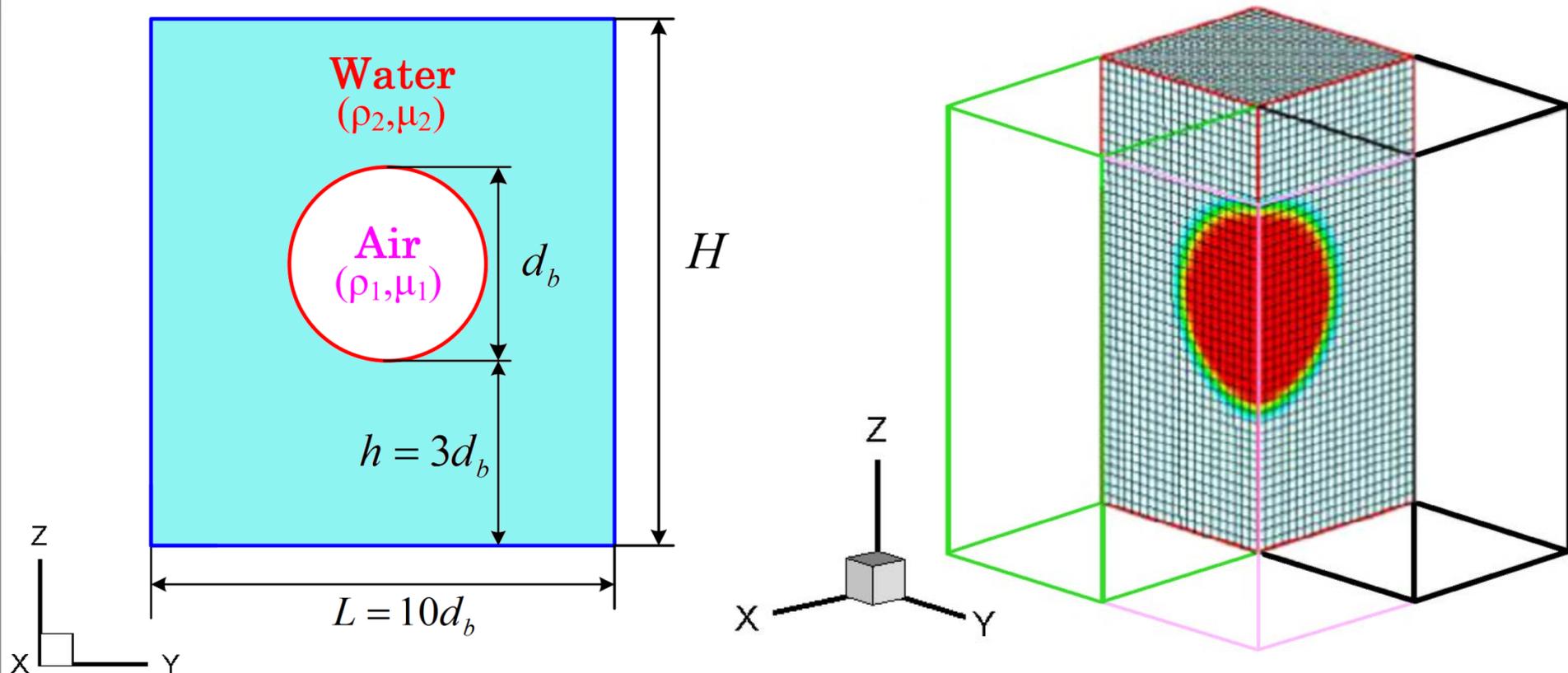
Сила поверхностного натяжения описывалась как непрерывная объемная сила:

$$\vec{F}_{vol} = \sigma_{ij} \frac{\rho \cdot (\nabla \cdot \vec{n} / |n|) \cdot \nabla c_i}{\frac{1}{2} \cdot (\rho_i + \rho_j)}$$

где  $\sigma_{ij}$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\vec{n}$  – нормаль к поверхности раздела

(метод Continuum Surface Force Model)

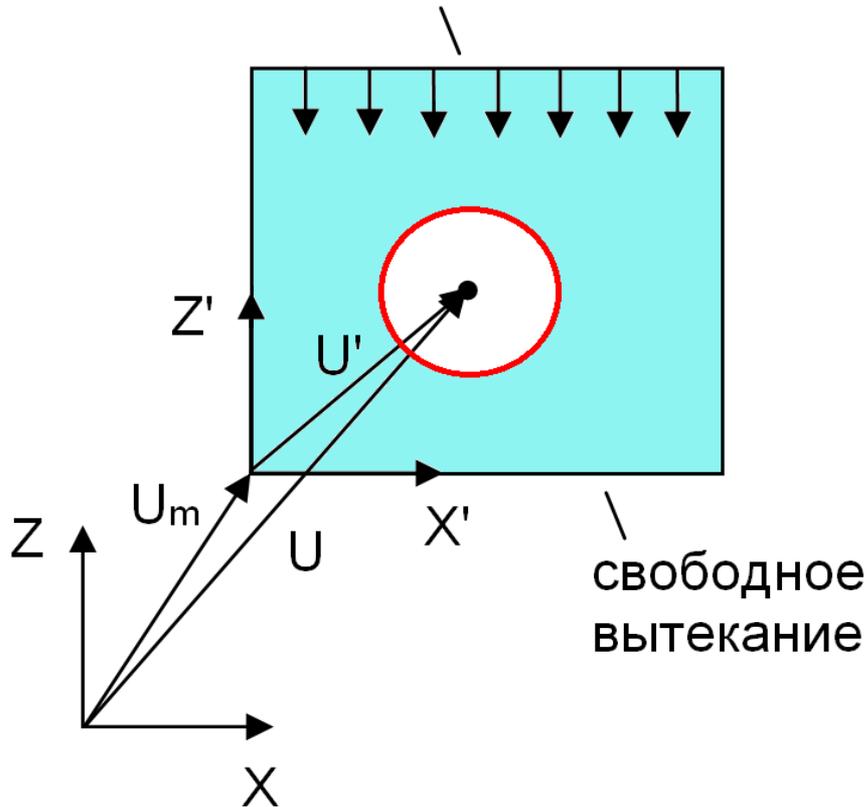
## Геометрическая постановка задачи



$d_b$  – диаметр пузырька,  $h$  – высота инициализации пузырька,  $H$  – высота области,  
 $L$  – сторона основания области,  $\rho_1, \mu_1$  – параметры воздуха,  $\rho_2, \mu_2$  – параметры воды

## Движущаяся система координат (1)

вытекание со скоростью  $-U_b(t)$



- Повышение точности
- Ускорение расчета

$XYZ$  – неподвижная система координат

$X'Y'Z'$  – движущаяся система координат

$U$  – скорость в системе координат  $XYZ$

$U'$  – скорость в системе координат  $X'Y'Z'$

$U_b$  – скорость всплытия пузырька

$U_m$  – скорость движения  $X'Y'Z'$

$$\vec{U}_m(t) = -\vec{U}_b(t)$$

Так как система координат  $X'Y'Z'$  – неинерциальная:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{U}') + \nabla \cdot (\rho \vec{U}' \cdot \vec{U}') = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}_{vol} - \rho \frac{d}{dt} \vec{U}_m(t)$$

## Движущаяся система координат (2)

Движущаяся система координат реализована с помощью написания дополнительных модулей к основному алгоритму решателя.

Особенности реализации и введенные параметры:

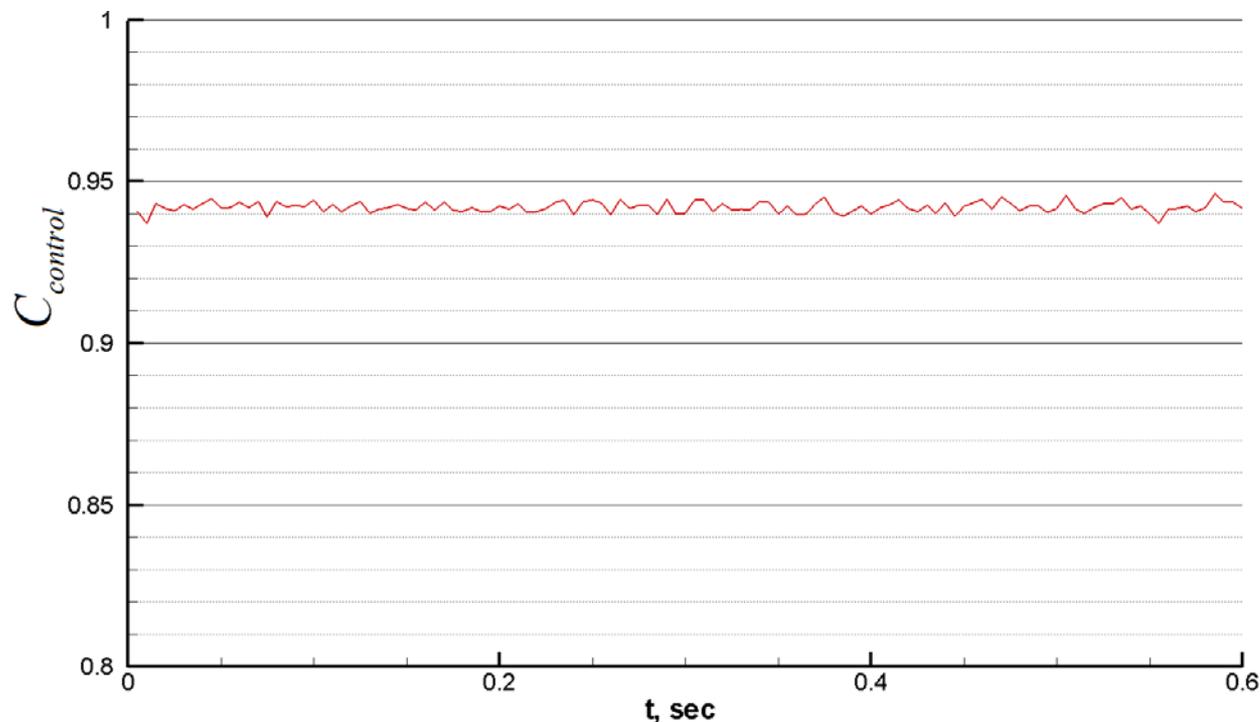
- Параметр **D\_Um** определяет **изменение**  $U_m$  по сравнению с предыдущим значением
- Параметр **S\_Um** определяет скорость  $U_b$ , по достижении которой  $U_m \neq 0$
- Параметр **N\_Um** определяет **частоту корректировки**  $U_m$
- Все модули работали в параллельном режиме

## Выбор оптимальной сетки

В качестве критерия выбора оптимальной сетки введена величина:

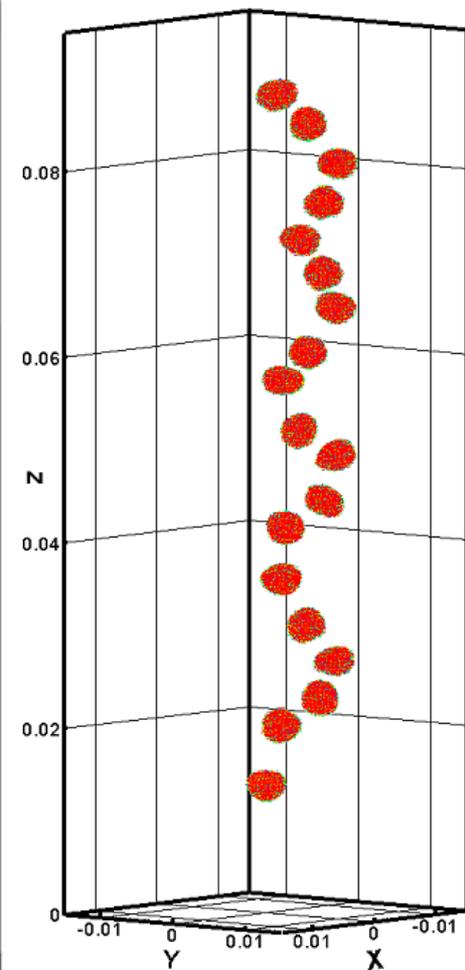
$$C_{control} = \frac{1}{V_0} \cdot \sum_{i=1}^N c_i V_i, \text{ где } c_i = \begin{cases} c_i, & c_i \geq 0.8 \\ 0, & c_i < 0.8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} V_0 = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 - \text{объем идеального сферического пузыря,} \\ V_i - \text{объем элементарной ячейки,} \\ c_i - \text{концентрация воздуха в } i - \text{ой ячейке} \end{array}$$

- **Оптимальный размер сетки: 20 ячеек на диаметр пузыря**

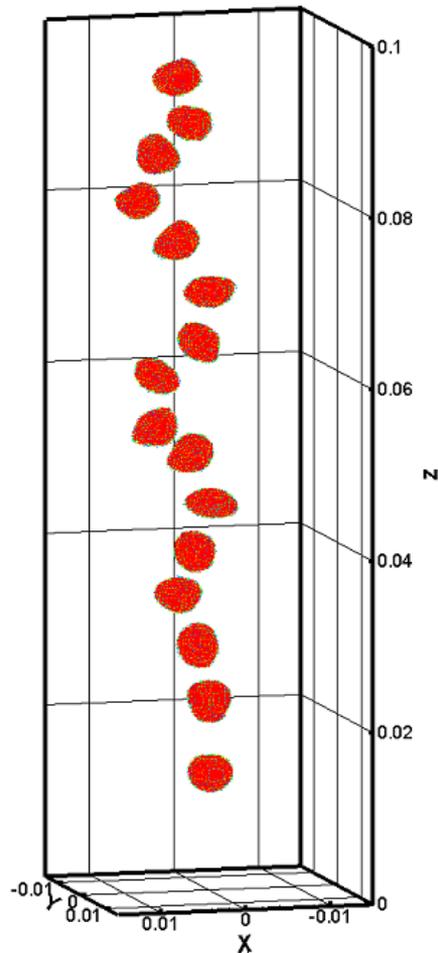


Для пузыря  $d_b = 3\text{мм}$ :  
Размер ячейки  $0.15\text{мм}$   
Количество ячеек  $5\text{млн}$ .

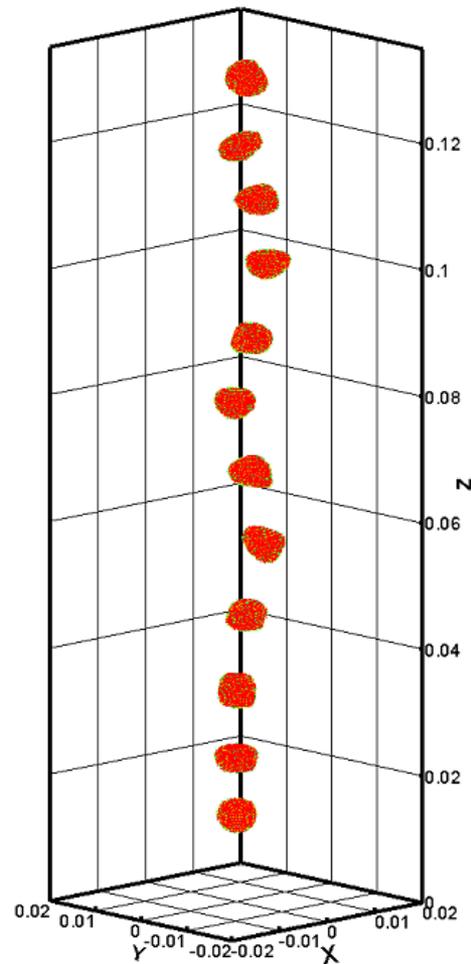
# Результаты расчетов. Форма пузырьков



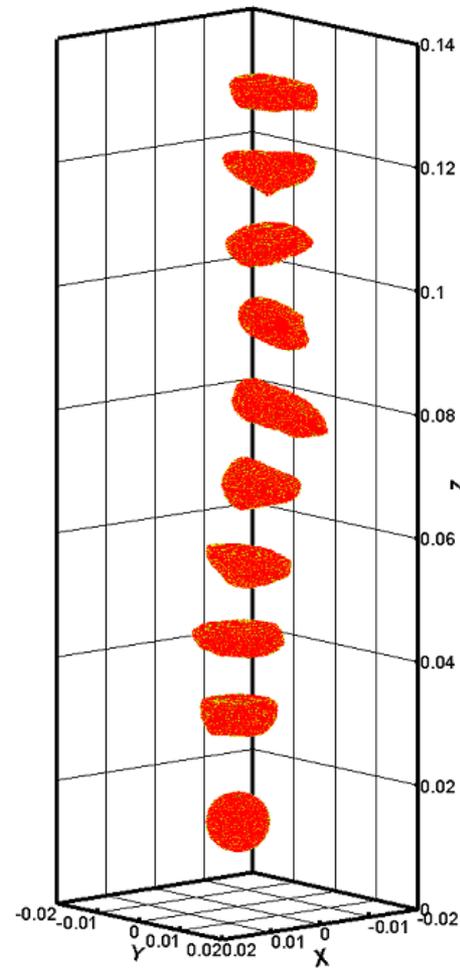
а)  $d_b = 4$  мм



б)  $d_b = 5$  мм



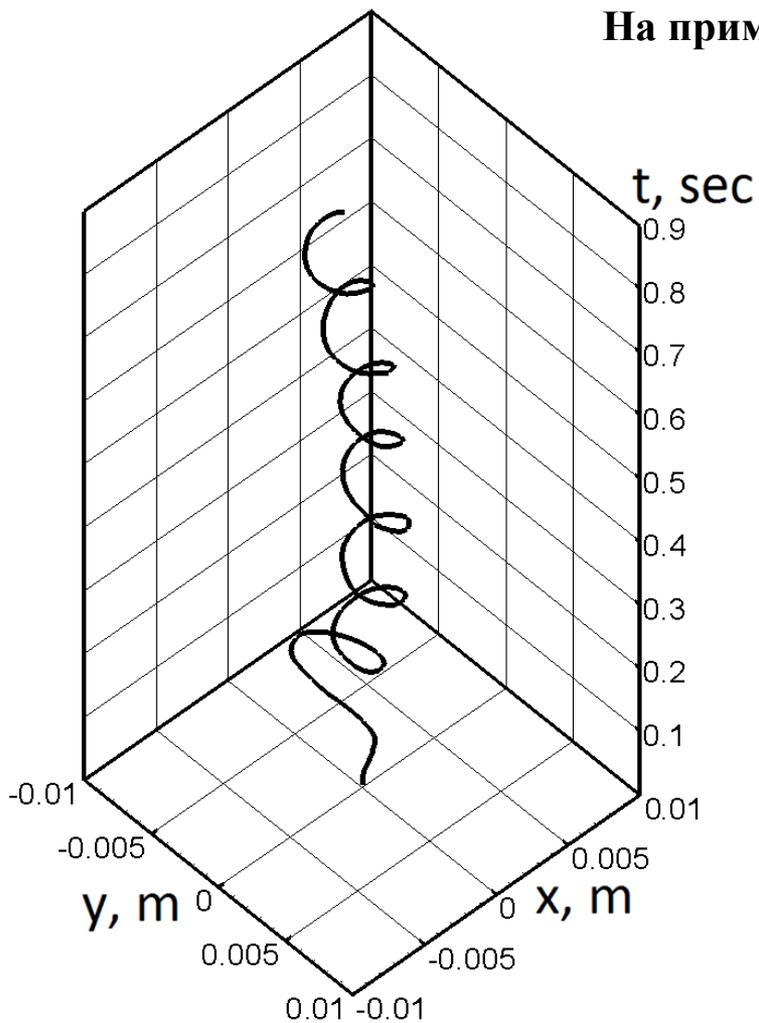
в)  $d_b = 6$  мм



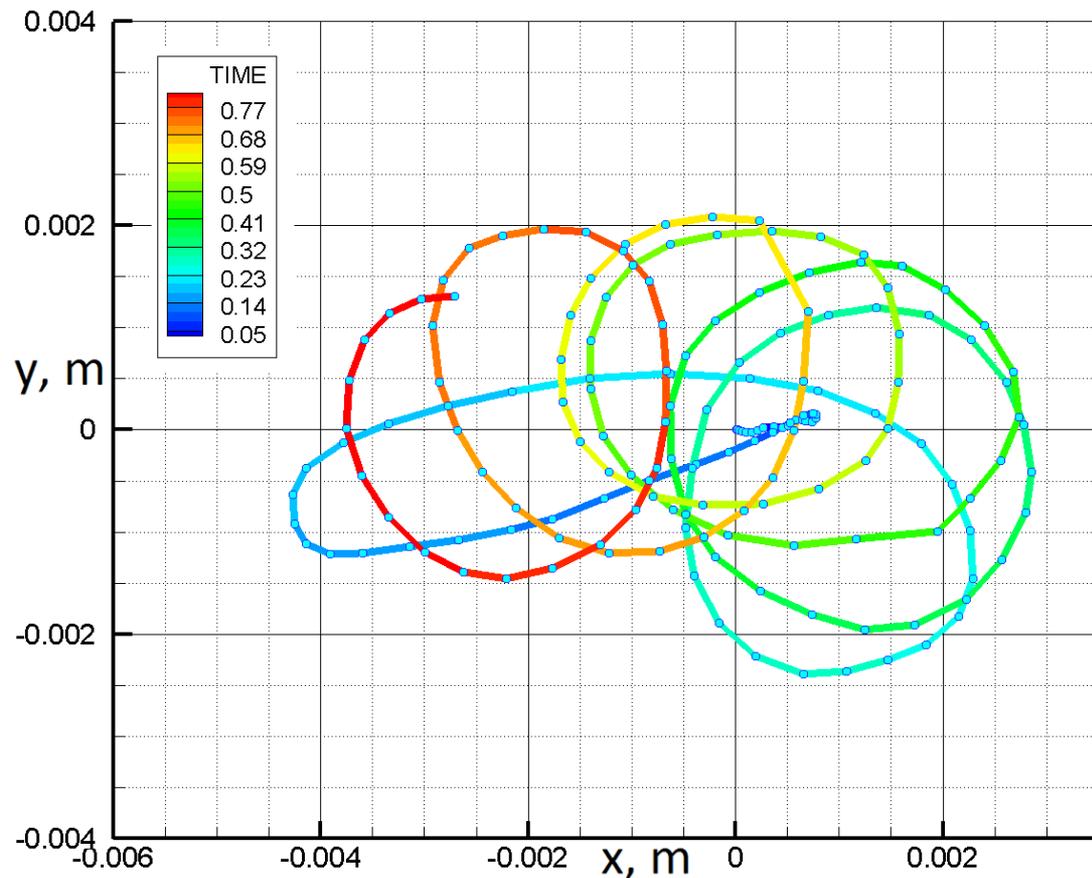
г)  $d_b = 10$  мм

# Анализ траектории всплывания (1)

На примере пузырька:  $d_b = 5$  мм

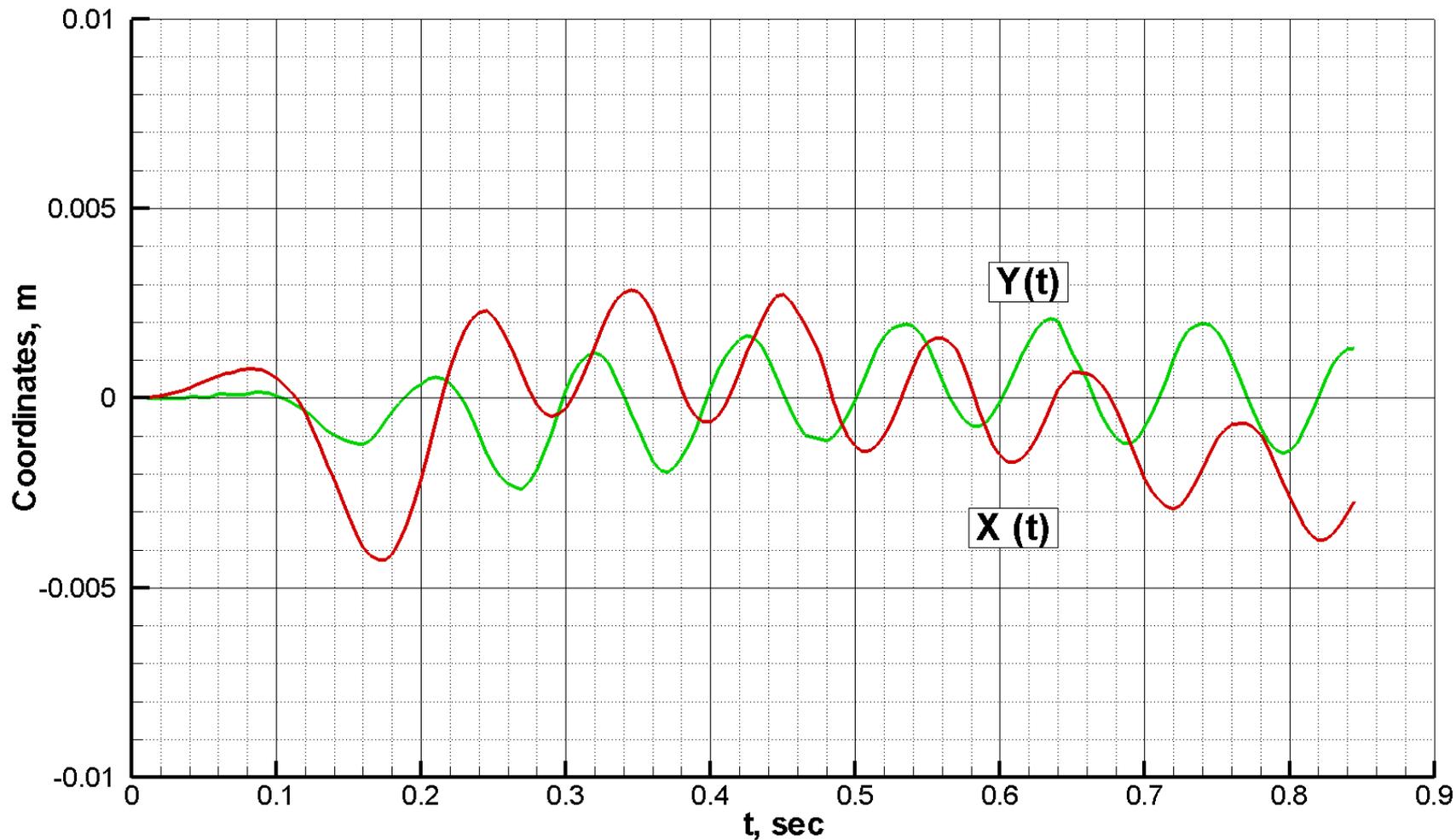


Траектория центра масс  
пузырька в координатах XYT



Проекция траектории центра масс  
пузырька на плоскость XY

## Анализ траектории всплывания (2)



Графики зависимости X- и Y-координат центра масс пузырька от времени

## Анализ траектории всплытия (3)

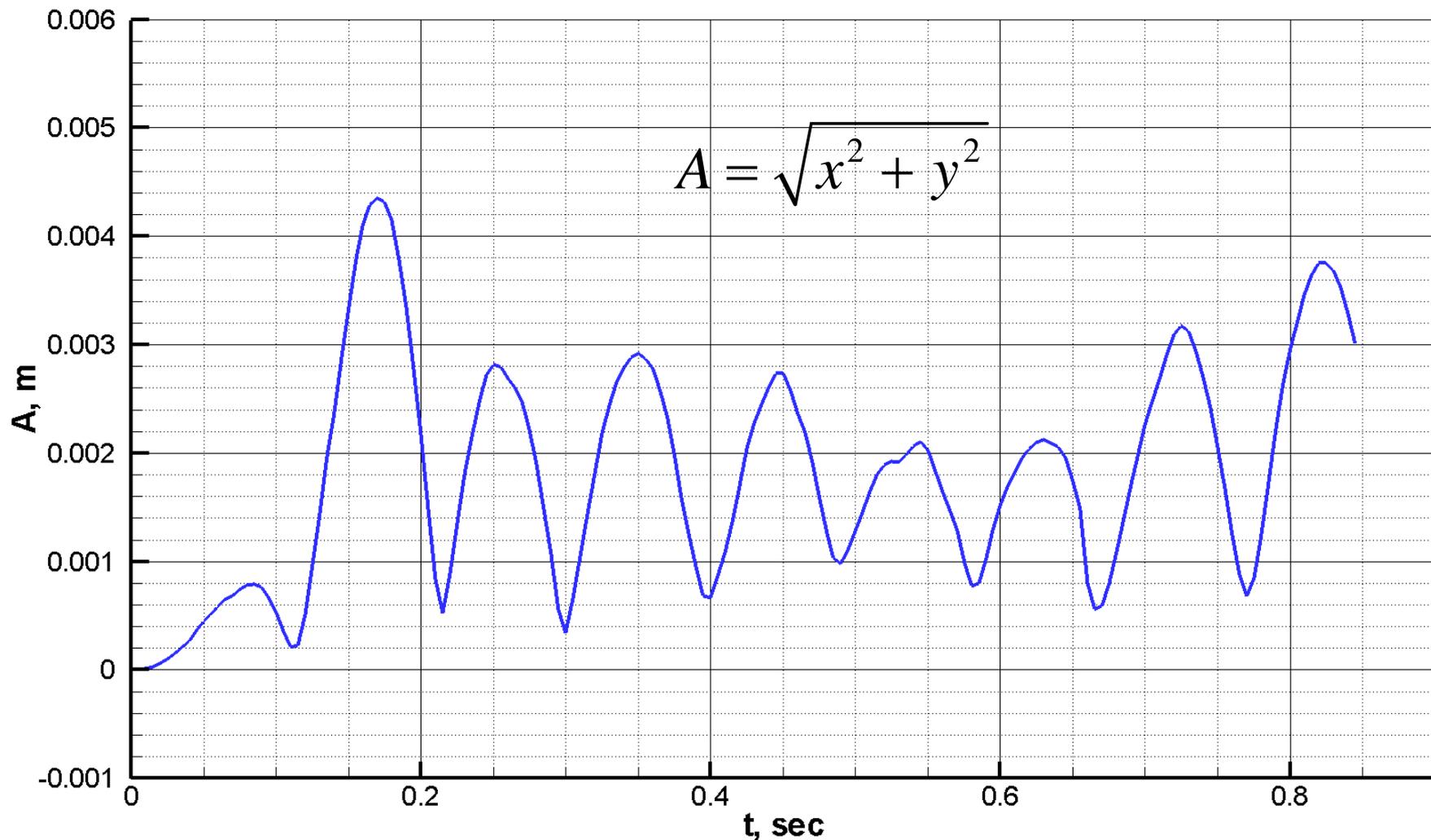
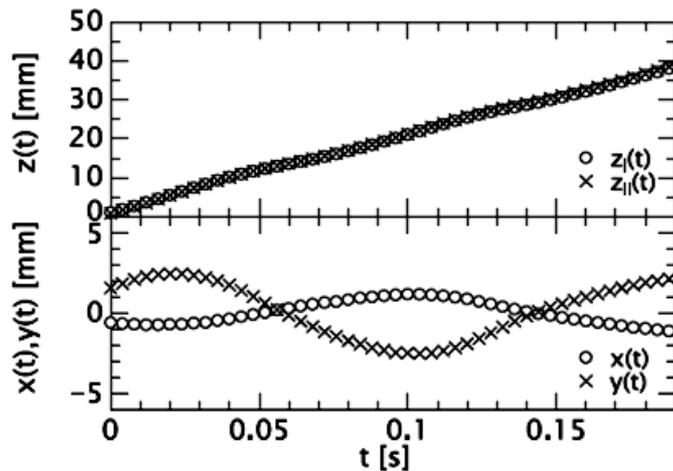


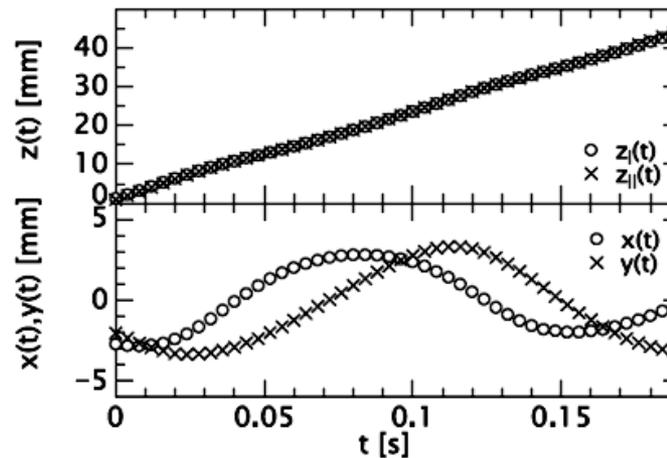
График зависимости амплитуды колебаний центра масс пузырька от времени

# Расчетные значения амплитуды и периода

$d_b$ , мм	Амплитуда колебаний X, мм	Амплитуда колебаний Y, мм	$A = \sqrt{x^2 + y^2}$ , мм	Период, сек
3.0	2.0	1.5	2.0	0.12
4.0	2.5	1.8	3.1	0.16
5.0	1.75	1.75	2.5	0.18
6.0	1.65	1.65	2.3	0.20
10.0	1.43	1.41	2.0	0.14

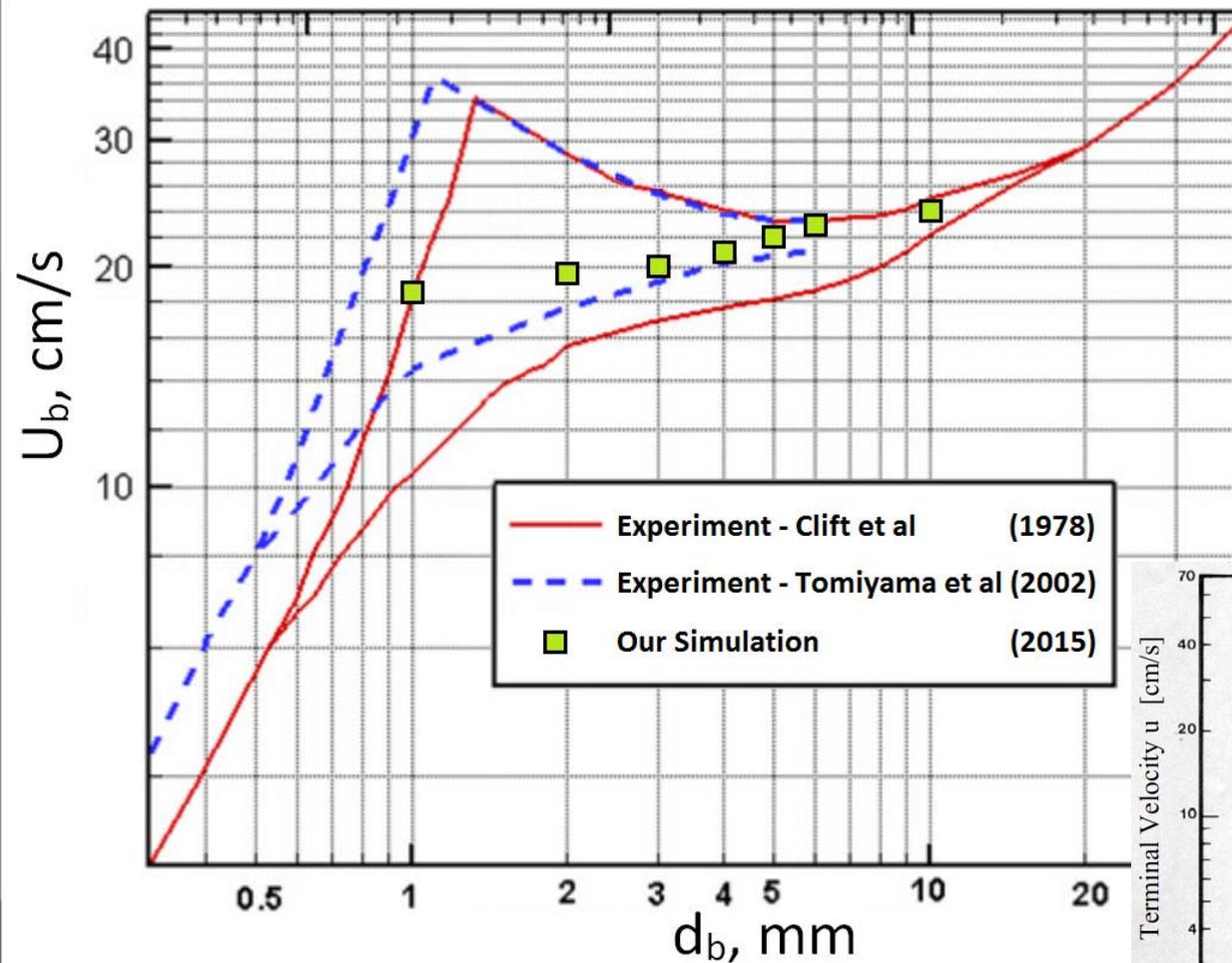


(a) 3.0 mm bubble with zigzag motion

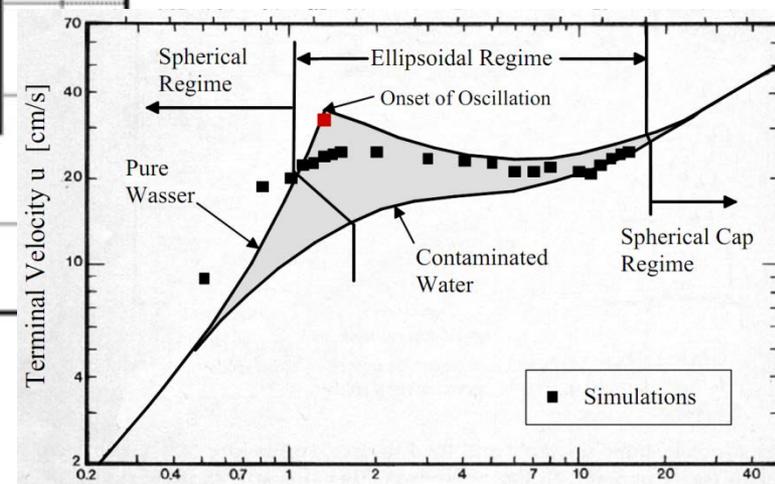


(b) 3.0 mm bubble with helical motion

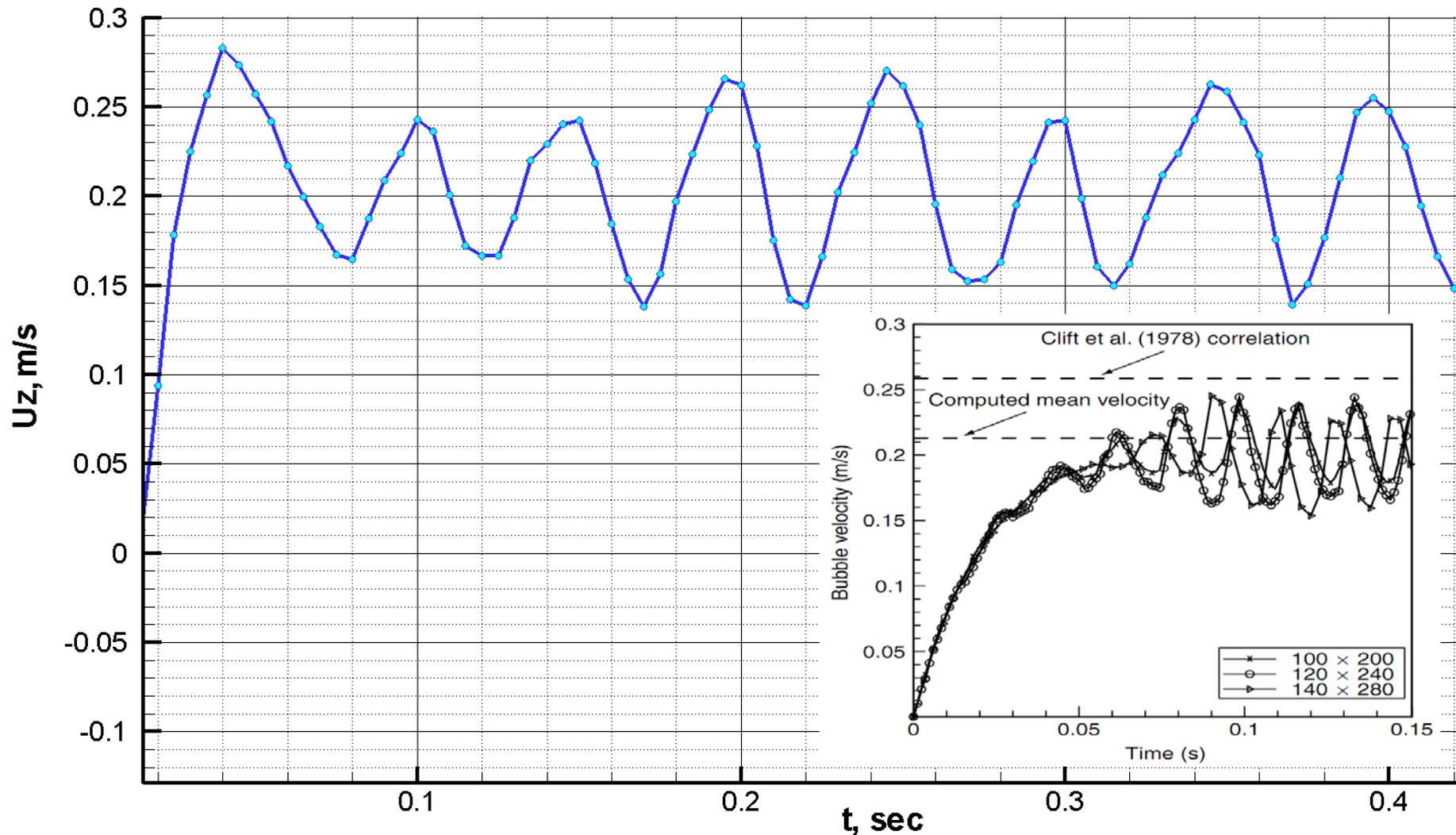
# Сравнение с экспериментами по средней скорости всплывания пузырька



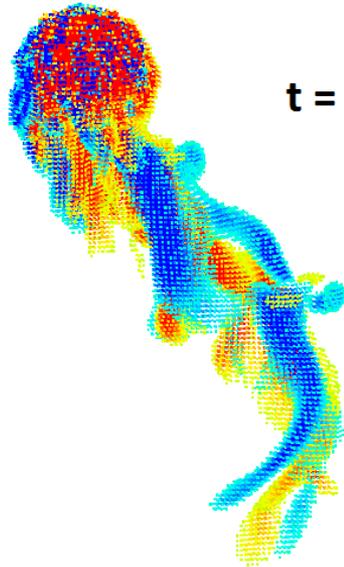
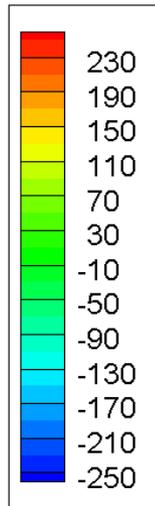
$d_b$ , mm	$U_b$ , cm/c
1.0	18.3
2.0	19.5
3.0	20.2
4.0	21.1
5.0	22.1
6.0	23.0
10.0	24.0



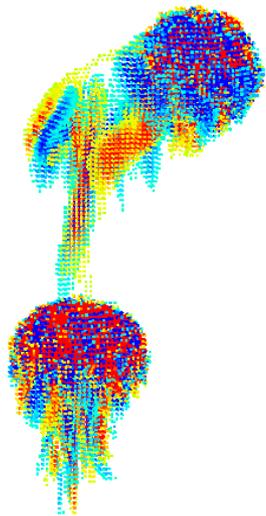
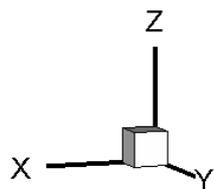
# Зависимость скорости всплывания от времени



# Анализ вихревого течения за пузырьком (1)

 $(rot\vec{V})_z$  $t = 0.175 \text{ sec}$ 

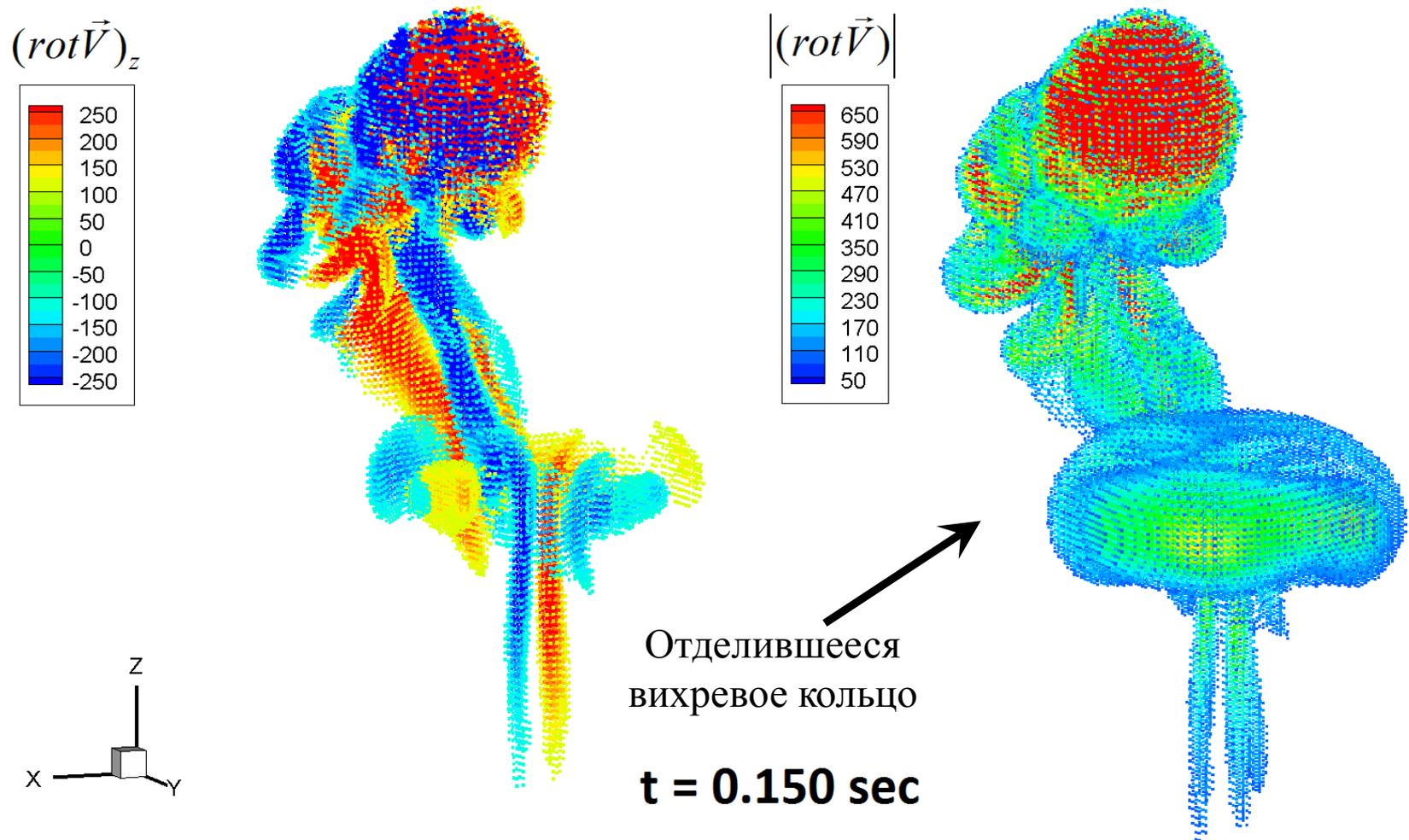
- $rot\vec{V}$  - завихренность (вектор вихря)
- Величина  $(rot\vec{V})_z$  показывает частоту и направление вращения потока в плоскости **X<sub>Y</sub>**

 $t = 0.075 \text{ sec}$  $t = 0.025 \text{ sec}$ 

Визуализация для пузырька

 $d_b = 3 \text{ мм}$

## Анализ вихревого течения за пузырьком (2)



- Процесс отделения колец сопровождается падением скорости всплытия

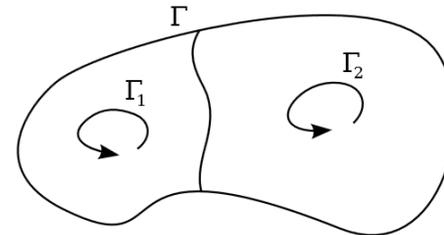
# Циркуляции для различных контуров (1)

Теорема Стокса:

$$C = \int_{\Gamma} \vec{V} dl = \iint_S \text{rot} \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

Свойство аддитивности циркуляции:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i$$

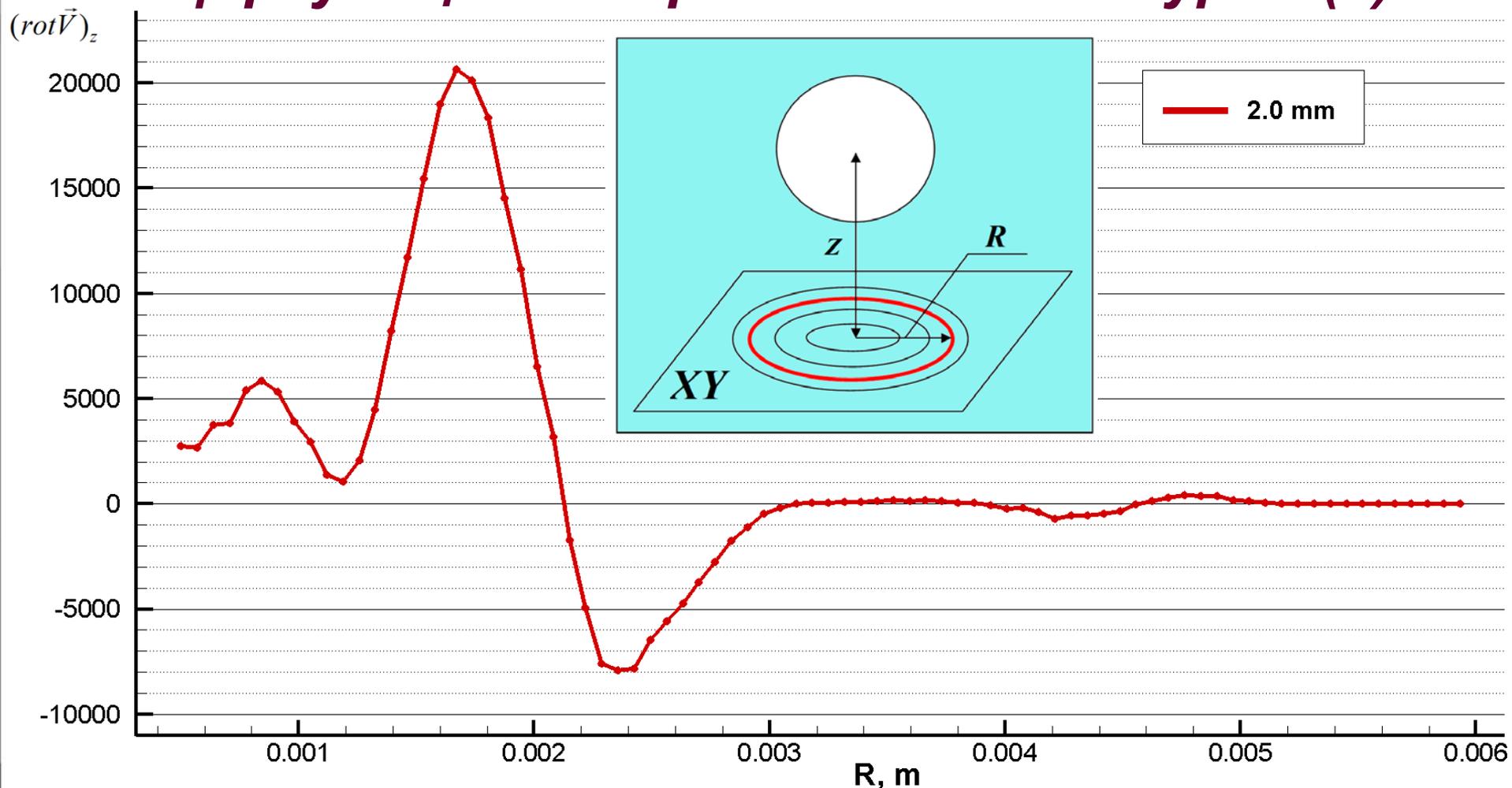


Циркуляция вектора скорости по замкнутому контуру, описывающему некоторую поверхность, разбитую на  $N$  ячеек:

$$C_{\vec{V}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^4 \vec{V}_{ij}^{\tau} \cdot \vec{a}_{ij} = \sum_{i=1}^N \text{rot} \vec{V}_i^n \cdot S_i$$

$\vec{a}_{ij}$  –  $j$ -ая сторона  $i$ -ой четырехугольной ячейки,  $\vec{V}_{ij}^{\tau}$  – проекция вектора скорости на  $j$ -ую сторону  $i$ -ой ячейки (тангенциальная составляющая),  $S_i$  – площадь поверхности  $i$ -ой ячейки,  $\text{rot} \vec{V}_i^n$  – нормальная составляющая  $\text{rot} \vec{V}$  в  $i$ -ой ячейке

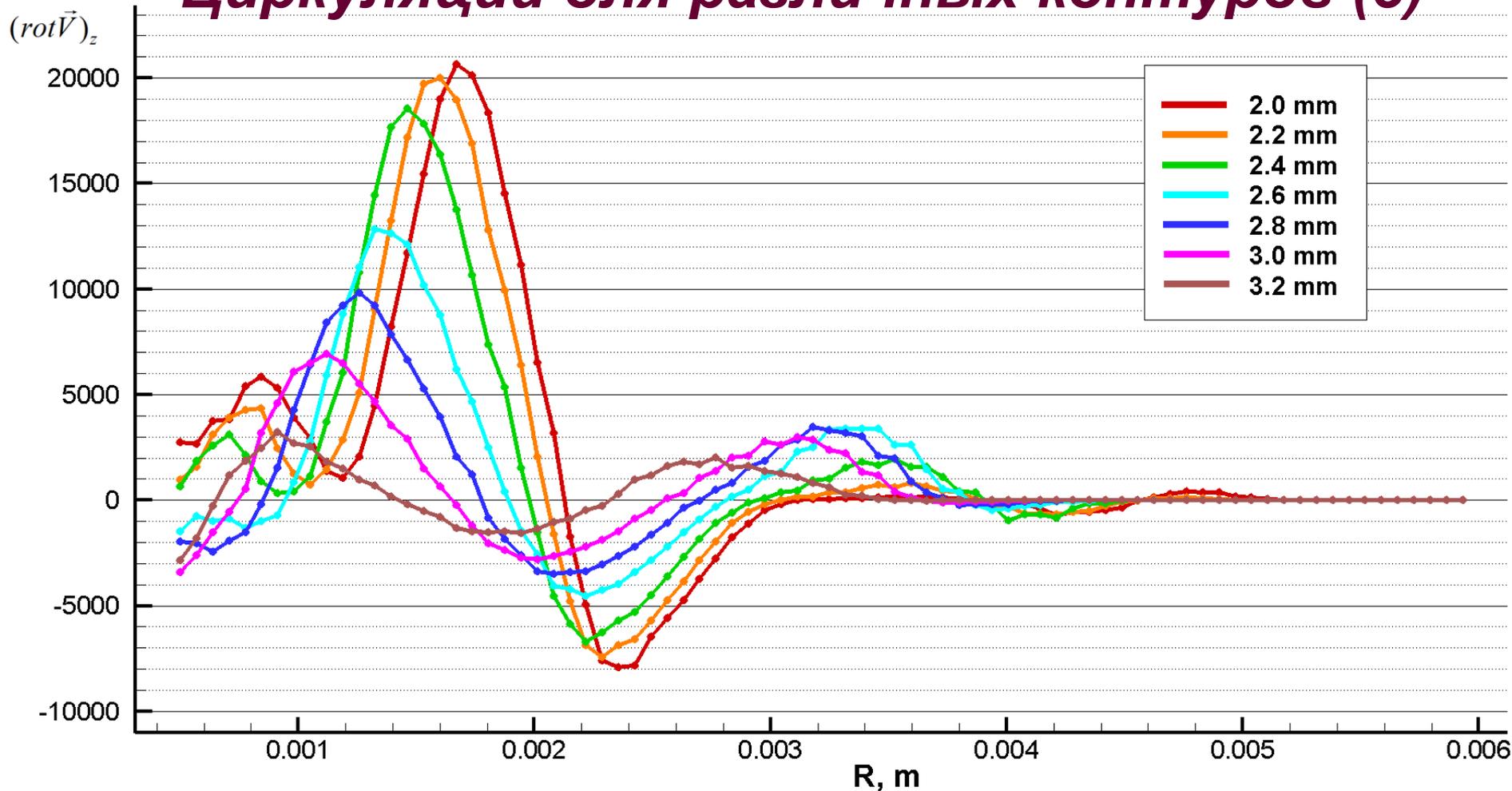
## Циркуляции для различных контуров (2)



Радиус контуров в пределах: **от 0.5 до 6.0mm**

Расстояние от оси пузыря: **2.0mm**

## Циркуляции для различных контуров (3)



Радиус контуров в пределах: **от 0.5 до 6.0 мм**

Расстояние от оси пузыря в пределах: **от 2.0 до 3.2 мм**

# Проблема обработки больших данных

**ЗАДАЧА О ВСПЛЫВАЮЩЕМ ПУЗЫРЕ**

ПАРАМЕТРЫ ВЕЩЕСТВ

Введите параметры веществ (по умолчанию вода-воздух):

Плотность среды, [кг/м<sup>3</sup>]  Плотность пузыря, [кг/м<sup>3</sup>]  Коэф. пов. натяжения, [Н/м]

Вязкость среды, [мПа\*с]  Вязкость пузыря, [мПа\*с]  Уск. свободного падения, [м/с<sup>2</sup>]

ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТА

3D РАСЧЕТ

Диаметр пузыря, [мм]  Стартовое положение по Z, [см]

Шаг сетки, [см]

Скорость сетки, [м/с]

Порог по концентрации:

НИЖЕ ВЫБЕРИТЕ ВИДЫ АНАЛИЗА  
ДЛЯ ТЕКУЩЕГО РАСЧЕТА

АНАЛИЗ ФОРМЫ ПУЗЫРЯ

Диапазон концентраций:

От  до

Частота вывода формы:

АНАЛИЗ ТЕЧЕНИЯ ЗА ПУЗЫРЕМ

Параметры сечений:

МАХ расстояние от центра, [мм]

Число сечений:

МИН расстояние от центра, [мм]

АНАЛИЗ ОДНОГО СЕЧЕНИЯ

МАХ радиус круга, [мм]

Число кругов:

МИН радиус круга, [мм]

ВВЕДИТЕ СКОРОСТЬ ВСПЛЫТИЯ  
ДЛЯ ДАННОГО ДИАМЕТРА:

Vt, [см/с]

Число Re

Число Eo

Число Mo

Число We

Число Ga

РАСЧЕТ КОНСТАНТ

ТОЛЬКО ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СЛЕДА:

ОТКРЫТЬ ПАПКУ

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ, ФОРМЫ И ТЕЧЕНИЯ:

ОТКРЫТЬ ПАПКУ

## Преимущества программы:

- Быстрота обработки
- Универсальность
- Информативность

Интерфейс программы-обработчика

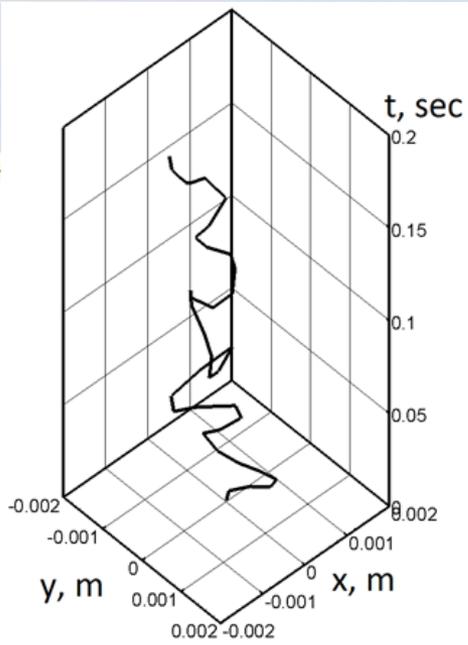
## Заключение

- Расчетные значения периода и амплитуды траекторий, а также средняя скорость всплытия для всех приведенных размеров пузырьков согласуются с экспериментальными данными [1,2]
- Показано возникновение циркуляций в горизонтальной плоскости и изменение направления вращения на разных расстояния от оси пузыря
- Качественно возникновение периодической траектории объясняется наличием разнонаправленных циркуляций в плоскости XY
- Обнаружены устойчивые колебания скорости всплытия пузырьков, а также их корреляция с колебаниями формы пузырька
- Создана программа-обработчик больших массивов данных с графическим интерфейсом

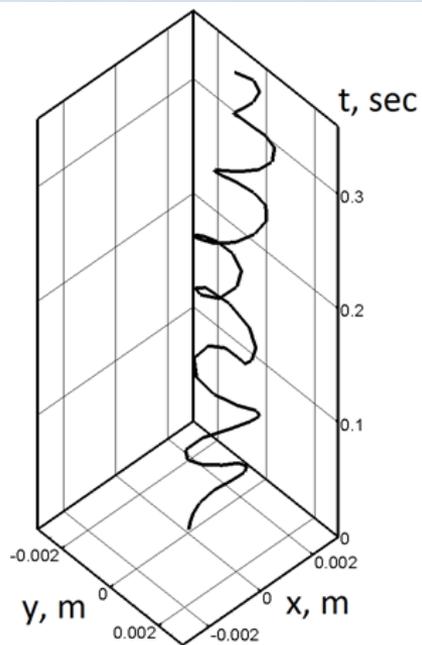
[1] R.C. Clift, J.R. Grace and M.E. Weber, *Bubbles, Drops, and Particles*, Academic, New York, 1978.

[2] A. Tomiyama, G.P. Celata, S. Hosokawa and S. Yoshida, Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime // *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 28. 2002. P. 1497–1519.

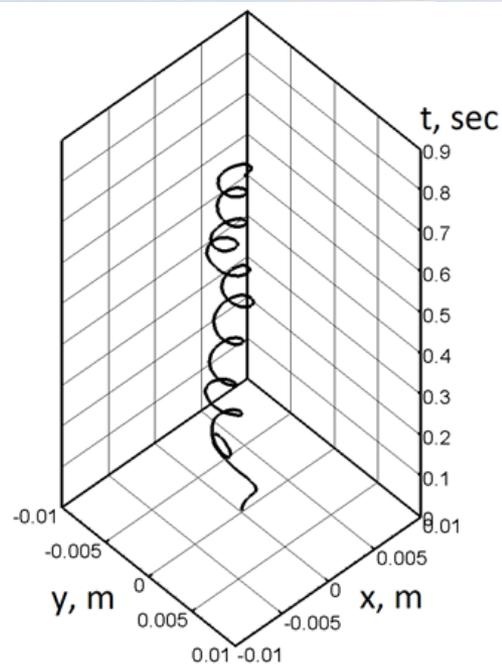
**Спасибо за внимание!**



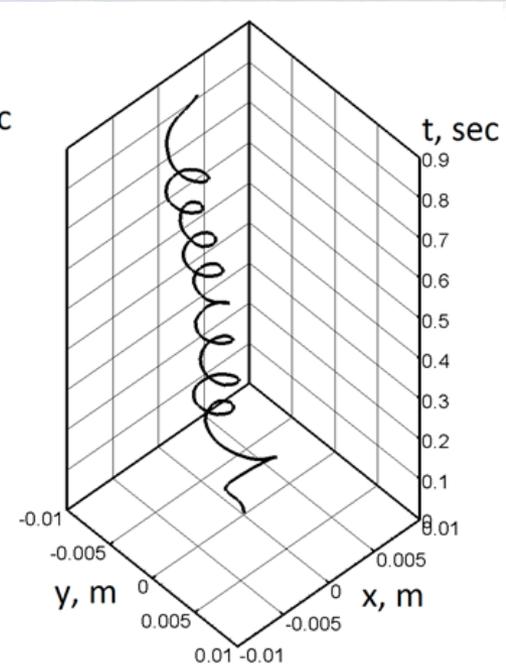
а)  $d_b = 1 \text{ мм}$



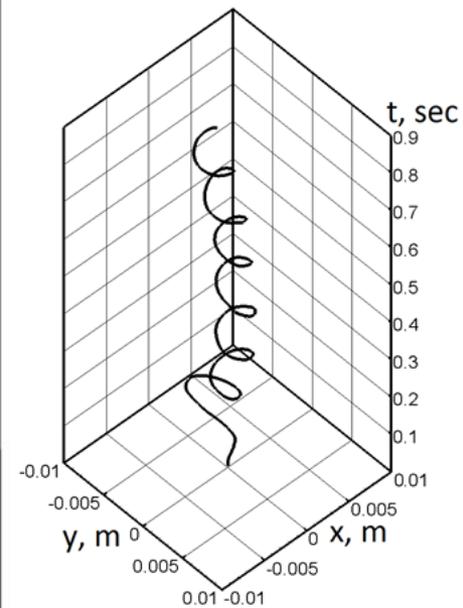
б)  $d_b = 2 \text{ мм}$



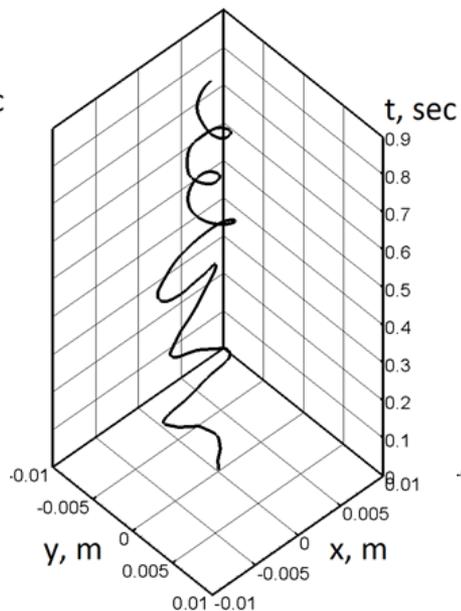
в)  $d_b = 3 \text{ мм}$



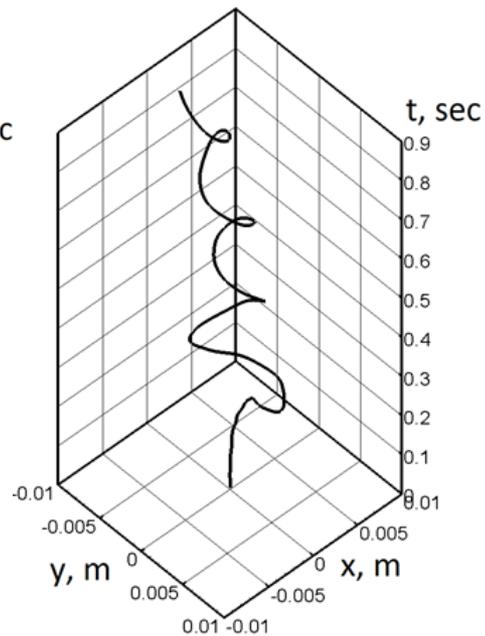
г)  $d_b = 4 \text{ мм}$



д)  $d_b = 5 \text{ мм}$



е)  $d_b = 6 \text{ мм}$



ж)  $d_b = 10 \text{ мм}$