Математическая модель трансформации плоского вихревого течения в пространственное

22 марта 2017

Исполнитель и докладчик:

Соискатель кафедры Летательных Аппаратов

Кривоногов А. А.

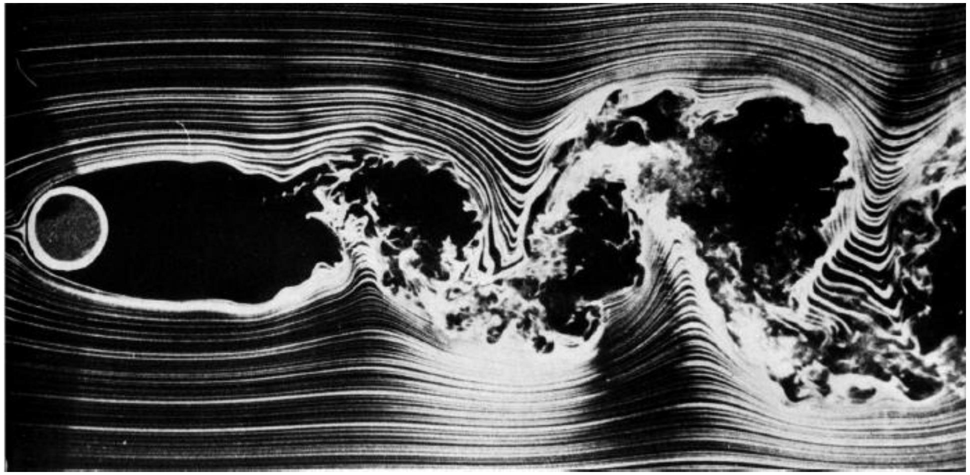
Научный руководитель:

Д.т.н. профессор кафедры Летательных Аппаратов

Карташев А. Л.

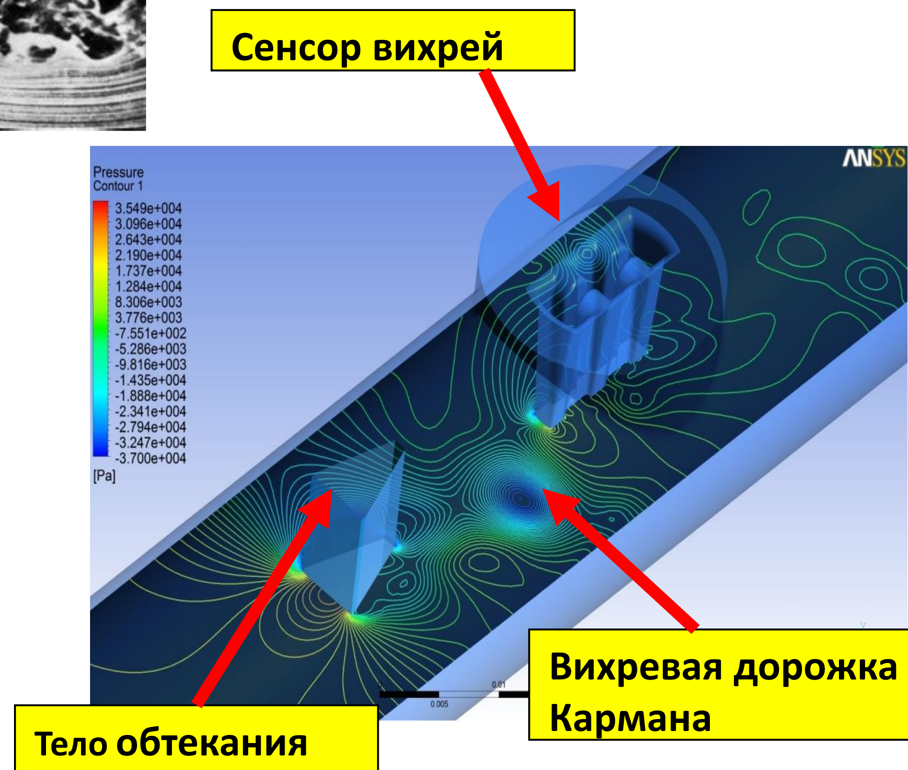
ЮУрГУ, Аэрокосмический факультет

Принцип работы Вихревого расходомера



Вихревая дорожка Кармана за круглым цилиндром

Проточная часть вихревого расходомера

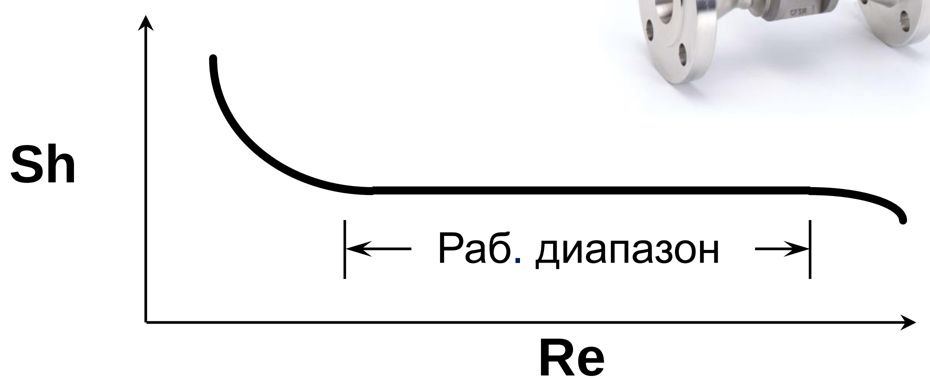


Основные рабочие параметры

Sh

Число Струхаля – критерий подобия колебательных течений жидкостей и газов

$$Sh = \frac{f_v * L}{V}$$



Re

Число Рейнольдса характеризует параметры потока

$$Re = \frac{\rho \times V \times D}{\eta}$$

K_F

Коэффициент характеризует зависимость числа импульсов от Измеренного расхода

$$Q = \frac{N_{puls}}{K_F}$$

Расчет параметров вихревого расходомера и определение его оптимальных геометрических, и рабочих характеристик представляет собой одну из важнейших задач, решаемых при проектировании расходомерного устройства

Проблема моделирования

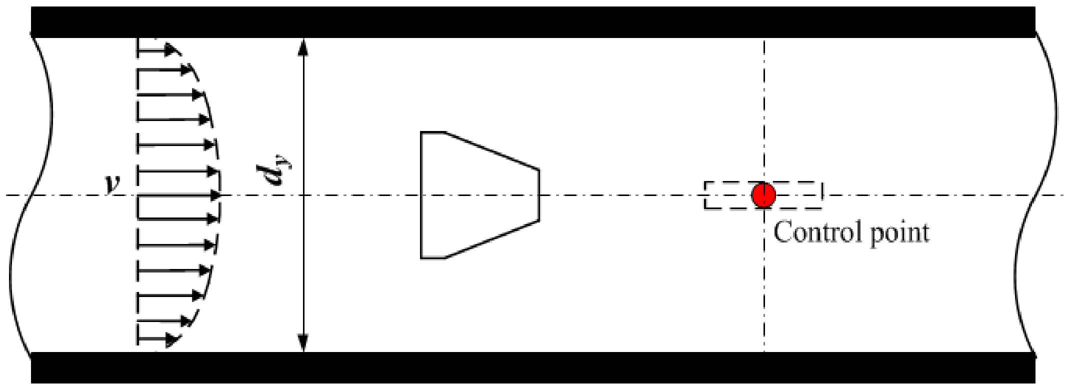
Основная цель моделирования – определение оптимальной формы проточной части в соответствии с оптимизационными критериями.

Основная проблема при моделировании – БОЛЬШИЕ ВРЕМЕННЫЕ ЗАТРАТЫ

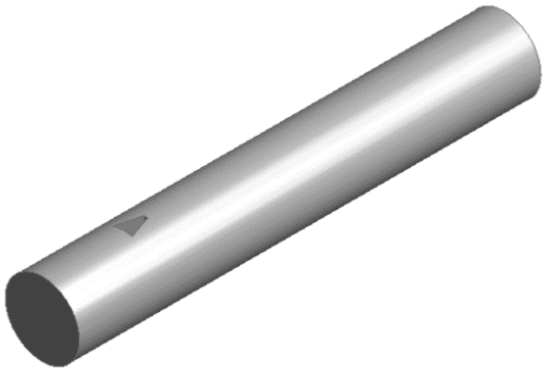
Пути решения:

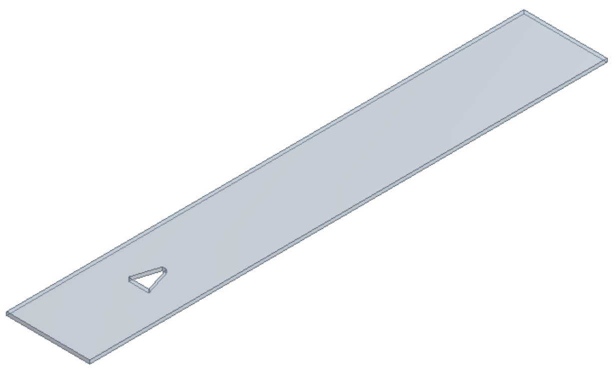
- **Упрощение конечно - элементной модели**
- **Использование алгоритмов ускоряющих процесс оптимизации**
- **Сокращение времени моделирования за счет применения новых алгоритмов обработки периодического сигнала**

Описание численной модели



Проточная часть Rosemount 8600 без чувствительного элемента





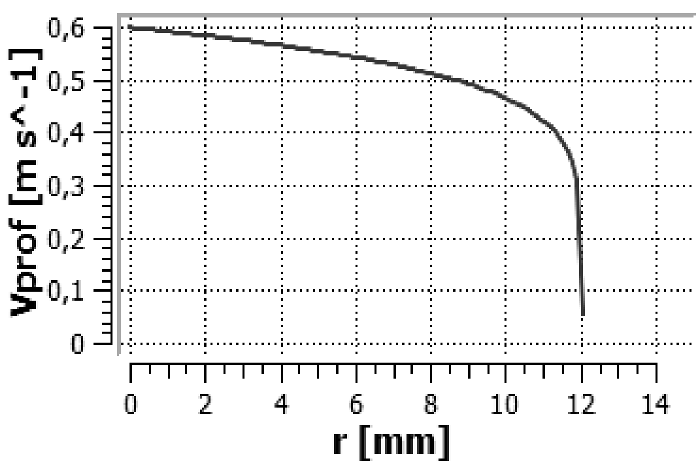
Плоская и трехмерная КЭ модели

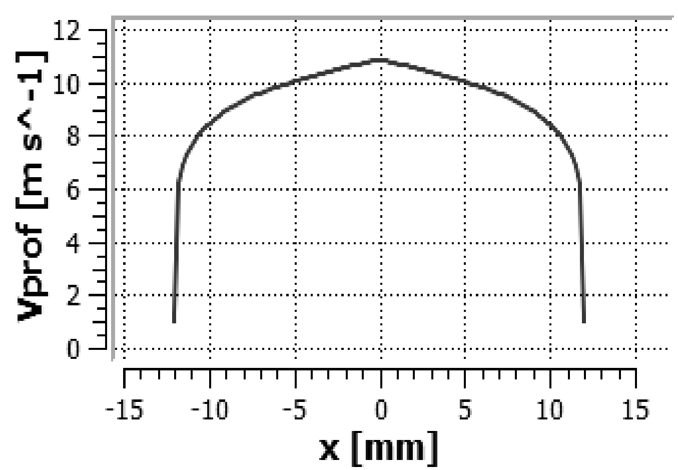
Описание расчетной модели в ANSYS CFX

- Шаг по времени задавался по числу Куранта =1
- Режим нестационарный.
- Рабочая среда – вода, воздух (температура 25°С, давление 1 атм).
- Модель турбулентности k-e, модель теплопередачи изотермическая
- Профиль скорости описывается при помощи логарифмической функции от радиуса для 3D и от оси для плоского :

$$V_{prof} = V_{max} \cdot \left|1 - \frac{r}{R\,max}\right|^{0.143}$$

$$V_{prof} = V_{\max} \cdot \left(1 - \left|\frac{x}{X\max}\right|\right)^{0.143}$$





Вычислительный алгоритм связывающий плоскую и трехмерную математические модели

Существо вычислительного алгоритма заключается в следующем:

Даны значения временного ряда *P(t)*, имеющего периодические составляющие, в равноотстоящих узлах $t_1 \dots t_n$. Данный ряд описывает изменение статического давления в точке мониторинга, ряд рассматривается, начиная с некоторого момента времени расчета, после завершения переходного процесса от начальных условий расчета и установления периодических колебаний в точках мониторинга.

Далее выполняется аппроксимация временного ряда *P(t)* непрерывной функцией *p(t)* вида:

$$p(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{k} A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$$

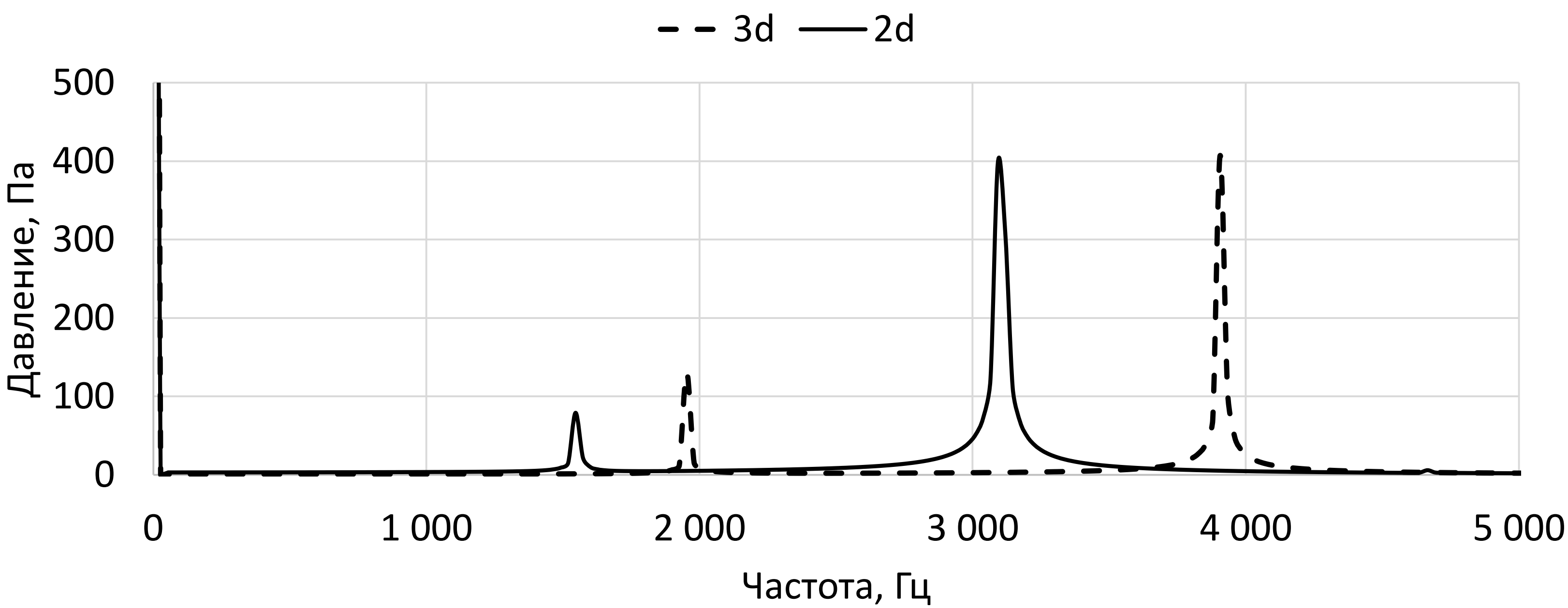
Где A_0 – постоянная составляющая сигнала; A_i ,f_i ,φ_i – амплитуда, частота и фаза i – ой гармоники, k – число гармонических составляющих.

Аппроксимация проводится в 2 этапа

Вычислительный алгоритм связывающий плоскую и трехмерную математические модели

Первый Этап

Ограничивается число гармоник *к*, отбрасываются гармонические составляющие, амплитуда которых не превышает заданного порога от максимальной амплитуды имеющихся гармоник.

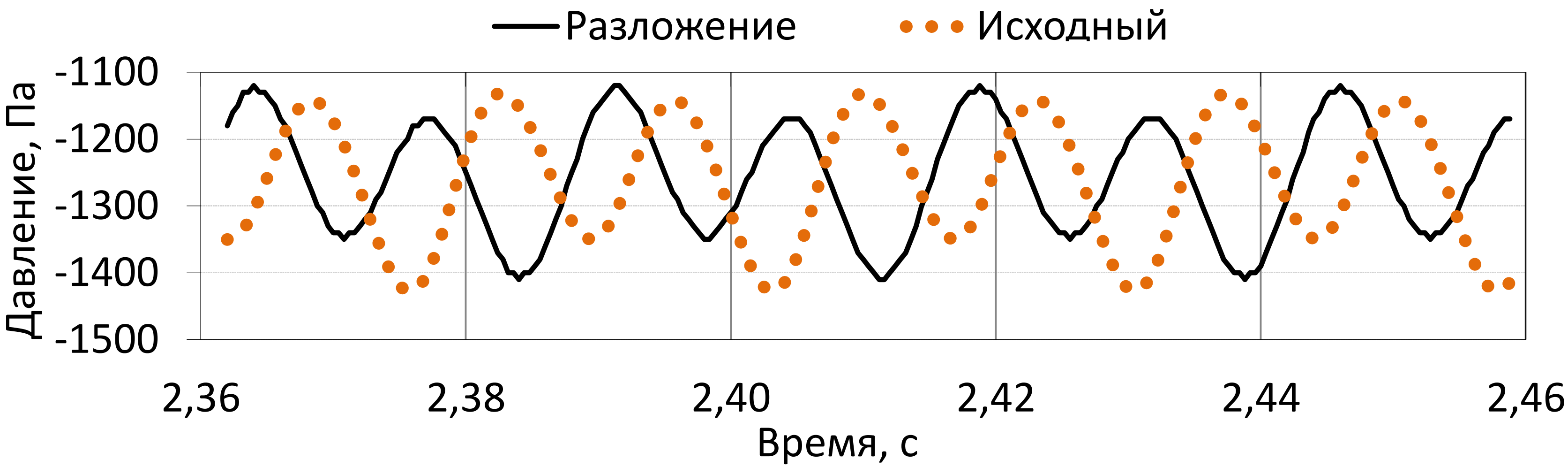


Спектр пульсаций давления вихрей в точке

Вычислительный алгоритм связывающий плоскую и трехмерную математические модели

Второй этап

При восстановлении по оставшимся гармоникам сигнал отличается от исходного, так как рассматривается не полный диапазон



Результат восстановления сигнала по двум гармоникам после БПФ

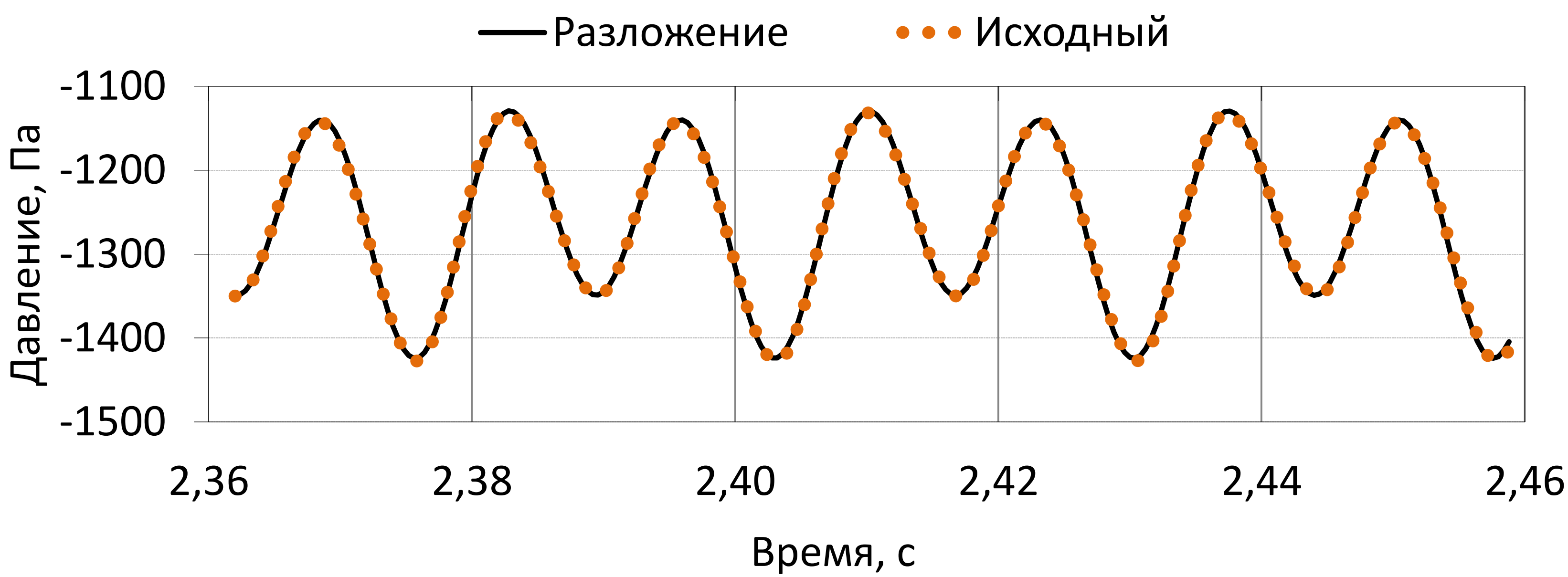
Коэффициенты A_i, f_i, φ_i принимаются за параметры регрессии и вычисляются методом наименьших квадратов. Будем считать, что *p(t)* построена при условии наилучшего квадратичного приближения, для чего найдем минимум функции:

$$\sum_{j=1}^{n}(P(t_j)-p(t_j,A_i,f_i,\varphi_i))^2 \to \min_{A_i,f_i,\varphi_i}$$

Вычислительный алгоритм связывающий плоскую и трехмерную математические модели

Задача минимизации решается методом Ньютона, с использованием значений A_i, f_i, φ_i, полученных методом БПФ на первом этапе работы математической модели в качестве начального приближения.

В результате работы математической модели определяем значения амплитуды, частоты и фазы зависимости (сигнала) давления от времени $(A_i,\ f_i,\ \varphi_i)_{2D}$, полученные в результате 2D моделирования.



Результат после обработки методом минимизации Ньютона

Вычислительный алгоритм связывающий плоскую и трехмерную математические модели

Третий этап. Переход от величин $(A_i, f_i, \varphi_i)_{2D}$, полученных в результате 2D моделирования, к величинам $(A_i, f_i, \varphi_i)_{3D}$, соответствующим «эквивалентному» сигналу, моделирующему сигнал, получающийся в результате 3D моделирования.

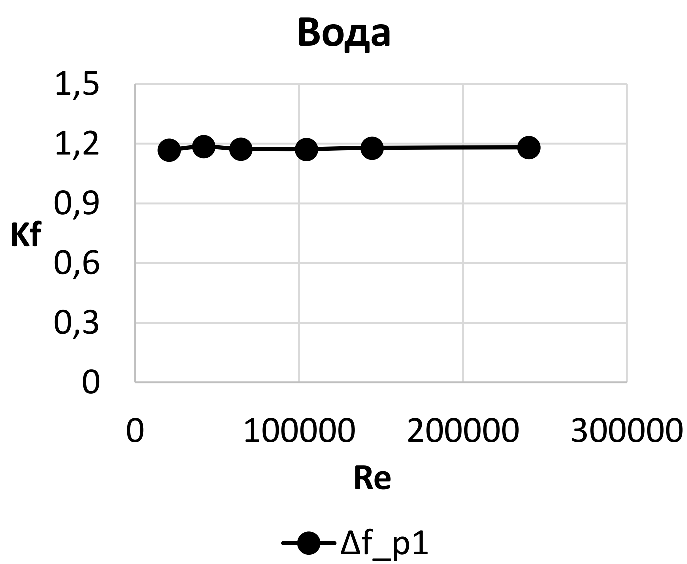
Четвертый этап. Вычисление расхода по значениям частоты либо полное восстановление эквивалентного сигнала по формуле.

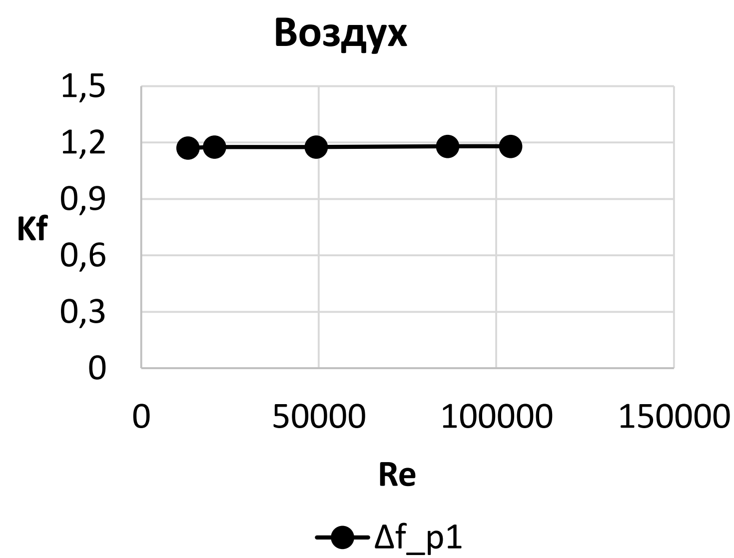
Пятый этап. Вывод результатов, полученных по математической модели, передача их в математическую модель оптимизации проточной части вихревого расходомера.

Определение функциональных зависимостей и коэффициентов математической модели

Переход от величин $(A_i, f_i, \varphi_i)_{2D}$, полученных в результате 2D моделирования, к величинам $(A_i, f_i, \varphi_i)_{3D}$, соответствующим «эквивалентному» сигналу, производится с помощью функциональных зависимостей и коэффициентов математической модели, связывающей 3D и 2D модели проточного тракта.

$$K_f = \frac{f_{3D}}{f_{2D}}; K_A = \frac{f_{3D}}{f_{2D}}; K_\varphi = \frac{f_{3D}}{f_{2D}}$$

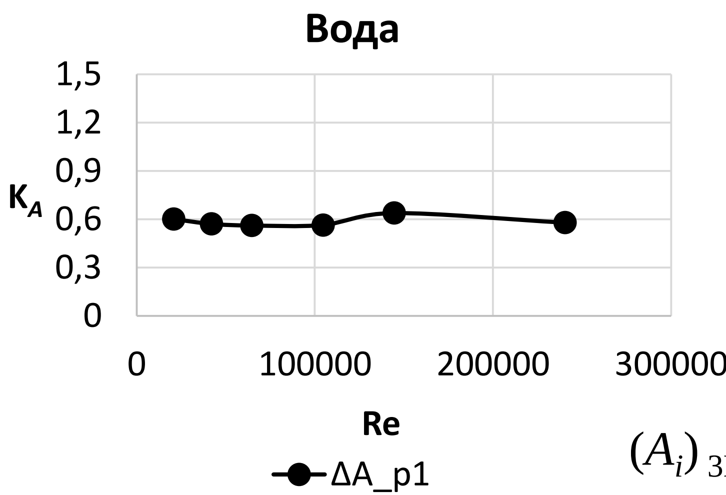


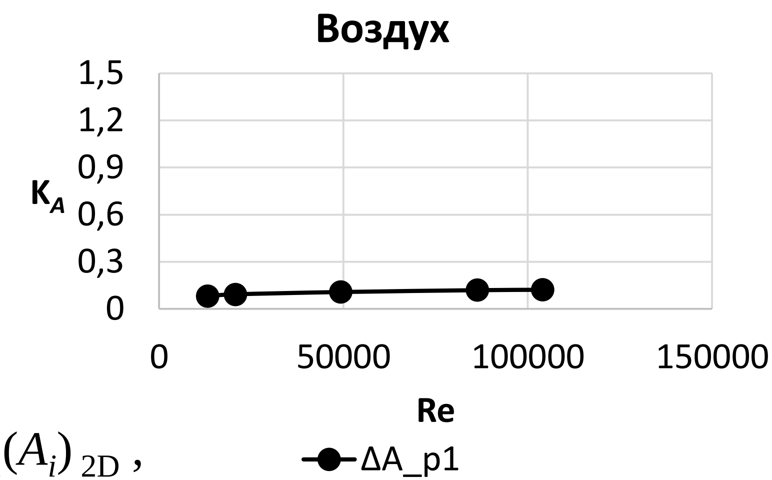


$$(f_i)_{3D} = K_{\backslash f}(f_i)_{2D}$$

Зависимость частоты вихреобразования

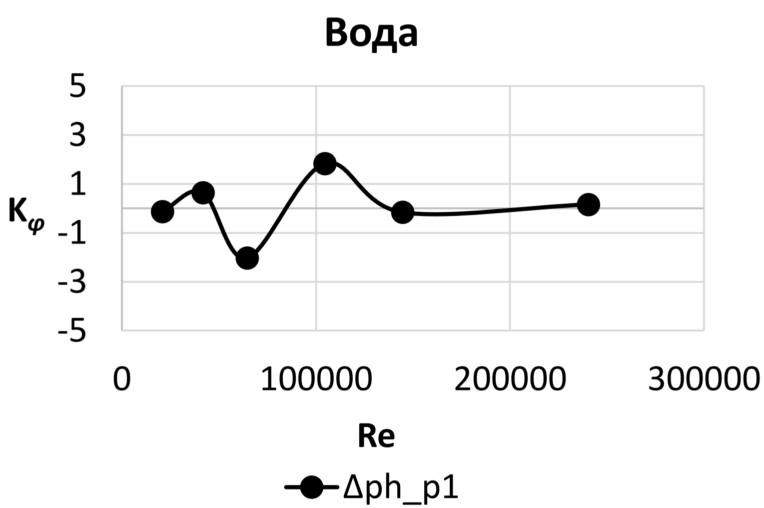
Определение функциональных зависимостей и коэффициентов математической модели

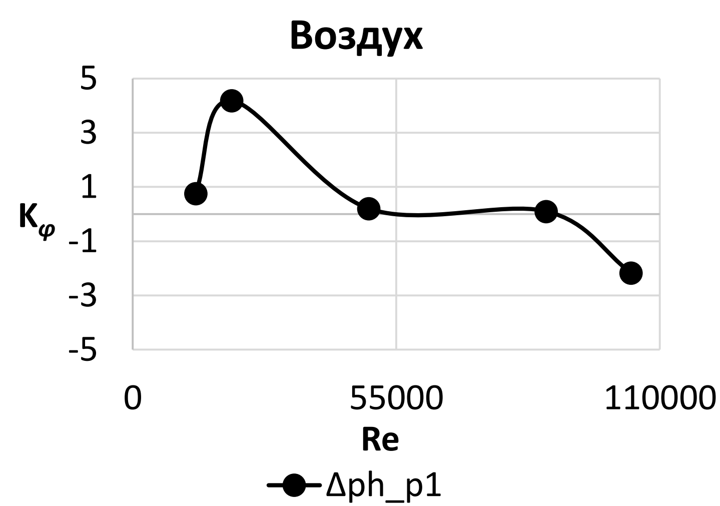




$$(A_i)_{3D} = K_A (A_i)_{2D} \,,$$

Зависимость амплитуды вихреобразования

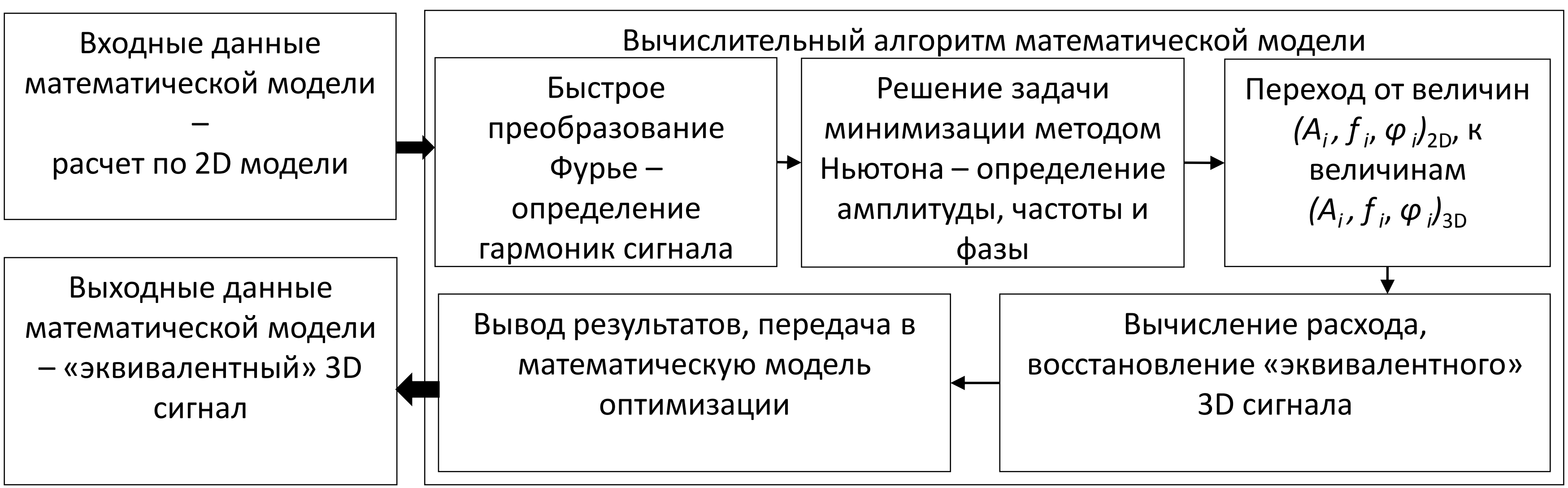




Зависимость фазы вихреобразования

Выводы

Благодаря использованию метода трансформации возможно, с высокой точностью восстановить частоту из двумерного сигнала в эквивалентный трехмерный при помощи линейной функциональной зависимости. Так как частота является определяющим параметром при измерении расхода, то это является достаточным условием для применимости данного алгоритма при оптимизации.



Вопросы