



В
НИ
И
А

ПРЕДПРИЯТИЕ ГОСКОРПОРАЦИИ "РОСАТОМ"

ФГУП "ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ им. Н.Л.Духова"

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ МНОГОМАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЫ С ГИДРОДИНАМИЧЕСКИМИ НЕУСТОЙЧИВОСТЯМИ

Городничев К.Е., Захаров П.П., Куратов С.Е., Меньшов И.С.
ФГУП «ВНИИА им.Н.Л. Духова»

XIII ЗАБАБАХИНСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ
СНЕЖИНСК, 2017

Введение

Классификация сеточных методов расчета многоматериальной среды

- Лагранжевы методы
- Эйлеровы методы
 - Методы с отслеживанием контактных границ
 - **Методы сквозного счета контактных границ (КГ)**
- Произвольные лагранжево-эйлеровы методы

Ключевые аспекты эйлеровых методов сквозного счета

- Термодинамическое замыкание для смешанных ячеек
- Восстановление КГ
- Аппроксимация численного потока вблизи КГ

Основные положения численного метода

Модель многофазной равновесной среды

Система уравнений движения многофазной среды с равновесием по скорости, давлению и температуры*:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{f}_3}{\partial z} = 0$$

Вектора консервативных переменных и потоков:

$$\mathbf{q} = (\rho, \rho v_1, \rho v_2, \rho v_3, \rho \beta_1, \dots)$$

$$\mathbf{f}_i = (\rho v_i, \rho v_1 v_i + p \delta_{1j}, \dots, v_i (\rho E + p), \rho v_i \beta_1, \dots, \rho v_i \beta_N)$$

$\rho = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i^o$ – плотность смеси; $\beta_i = \alpha_i \rho_i^o / \rho$ – масс. концентрация; $E = e + \mathbf{v}^2 / 2$ – уд. полная энергия

УРС смеси

$$e = \sum_{i=1}^N \beta_i e_i(p, T), \quad \rho \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i}{\rho_i^o(p, T)} = 1$$

*Nigmatulin RI. *Dynamics of Multiphase Media*, vol. 1,2, Hemisphere: New York, 1990.

Базовый численный метод конечного объема

Пространственно-временная дискретизация:

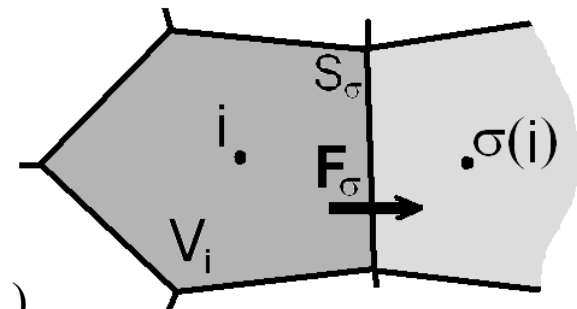
$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \sum_{\sigma} \mathbf{T}_{\sigma}^{-1} \mathbf{F}_{\sigma} S_{\sigma}$$

Вектор численного потока

$$\mathbf{F}_{\sigma} = \mathbf{F}(\mathbf{Q}), \quad \mathbf{Q} = \mathbf{T} \mathbf{q}$$

Метод С.К. Годунова**

$$\mathbf{F}_{\sigma} = \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{3P}), \quad \mathbf{Q}^{3P} = \mathbf{Q}^{3P}(\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_{\sigma(i)})$$

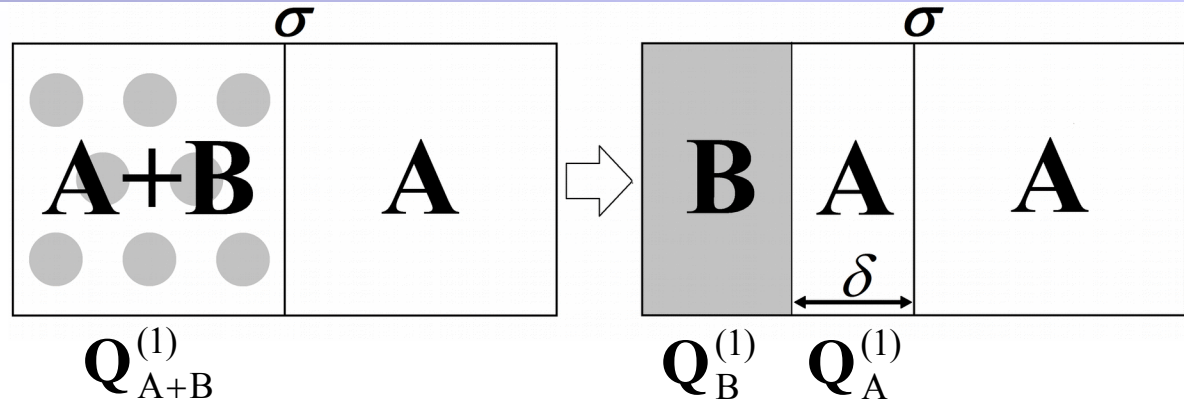


**Godunov SK. A difference scheme for numerical computation of discontinuous solution of hydrodynamic equations. *Math. Sb.* 1959; 47(271) [in Russian]; translation, U.S. Joint Publ. Res. Service, JPRS 7226 (1969).

Основные положения численного метода

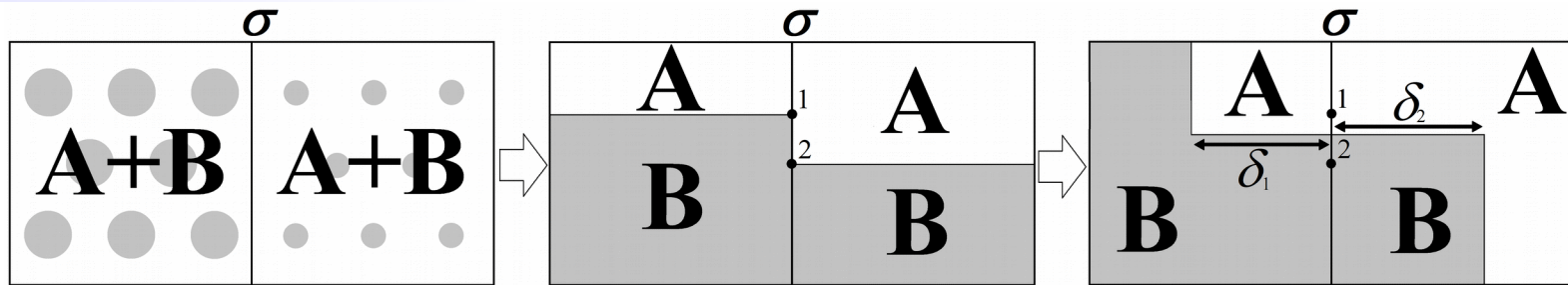
Восстановление КГ

«Чистая-смешанная»



$$F_{\sigma} = F^{C3P}(Q_B^{(1)}, Q_A^{(1)}, Q_A^{(2)}, \delta), \quad \delta = \alpha V / S_{\sigma}$$

«Смешанная-смешанная»



$$F_{\sigma} = \tilde{\alpha} F^{C3P}(Q_B^{(1)}, Q_A^{(1)}, Q_A^{(2)}, \delta_1) - (1 - \tilde{\alpha}) F^{C3P}(Q_A^{(2)}, Q_B^{(2)}, Q_B^{(1)}, \delta_2)$$

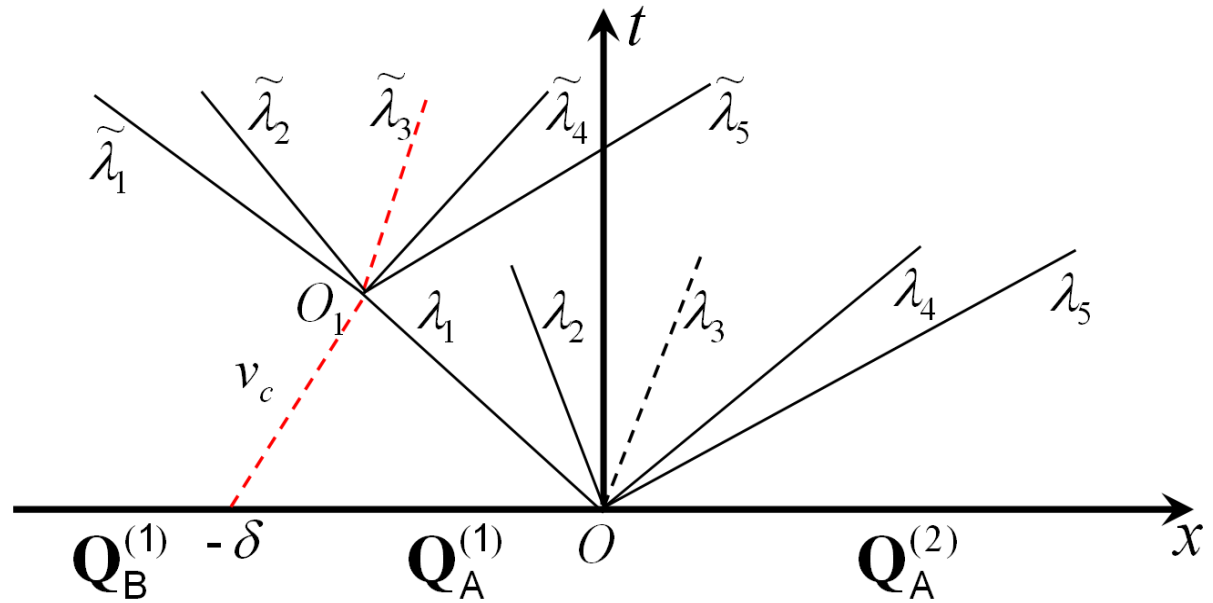
$$\tilde{\alpha} = w \alpha_A^{(1)} + (1 - w) \alpha_A^{(2)}, \quad w \in [0, 1]$$

Основные положения численного метода

Составная задача Римана (СЗР)

СЗР является задачей Коши для одномерной системы $\mathbf{Q}_t + \mathbf{F}(\mathbf{Q})_x = 0$ с начальными условиями вида:

$$\begin{cases} \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_B^{(1)}, & x < -\delta \\ \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_A^{(1)}, & -\delta \leq x < 0 \\ \mathbf{Q} = \mathbf{Q}_A^{(2)}, & x \geq 0 \end{cases}$$



Расщепление по направлениям (РПН)

Явная схема для декартовых 2D сеток

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} (\mathbf{F}_{1x}^n + \mathbf{F}_{2x}^n + \mathbf{F}_{1y}^n + \mathbf{F}_{2y}^n)$$

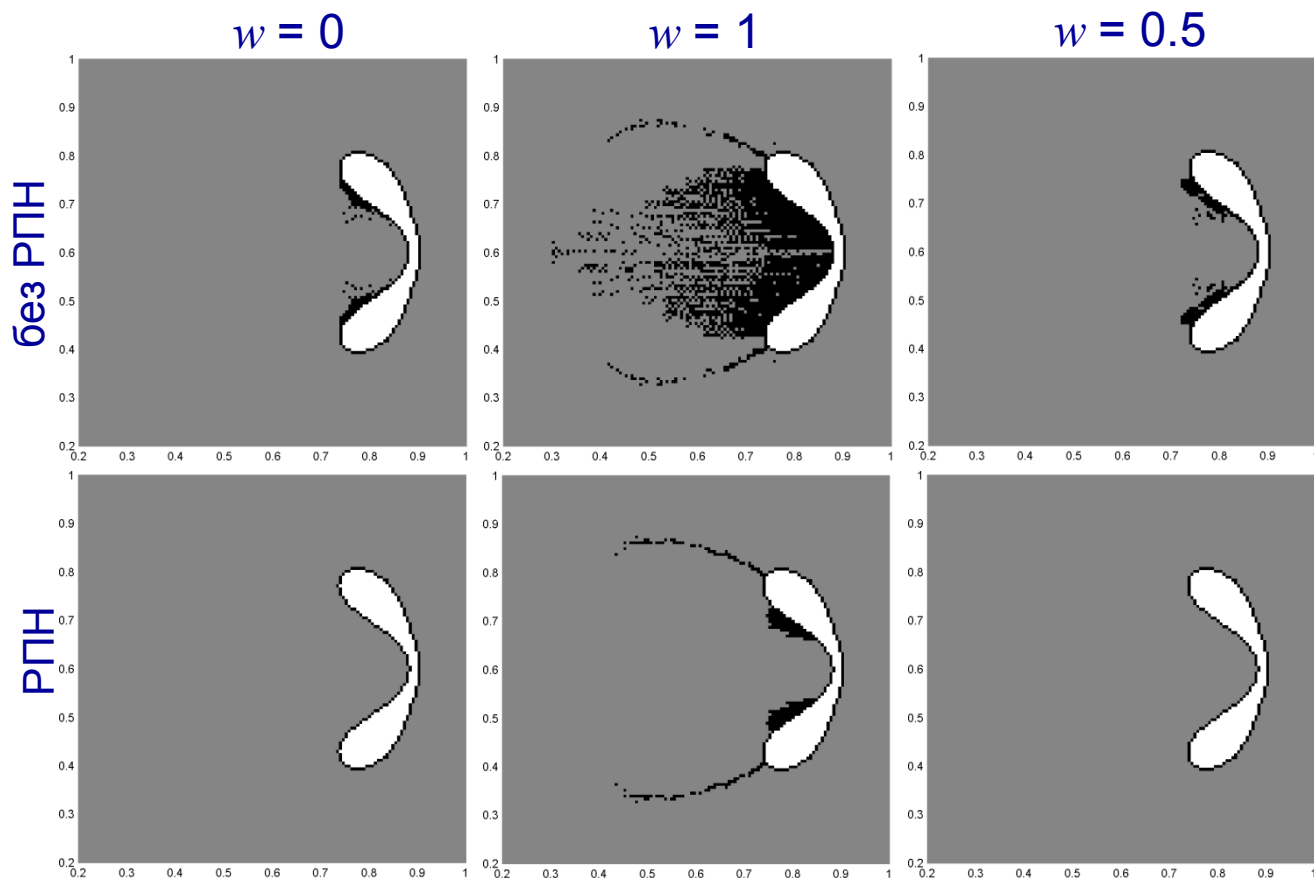
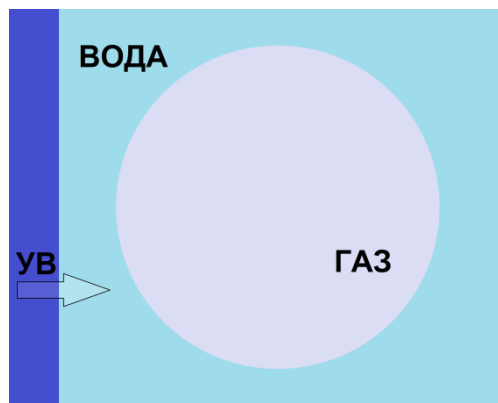
Расщепленная по направлениям схема

$$\mathbf{q}_i^{nx} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} (\mathbf{F}_{1x}^n + \mathbf{F}_{2x}^n); \quad \mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^{nx} - \frac{\Delta t}{V_i} (\mathbf{F}_{1y}^{nx} + \mathbf{F}_{2y}^{nx})$$

Влияние паттернов восстановления КГ и РПН

Задача о схлопывании газовой полости*

- двучленный УРС и УРС идеального газа
- $(N_x, N_y) = (350, 350)$; 175 ячеек на начальный диаметр

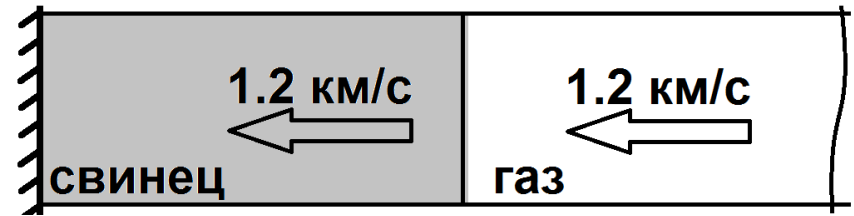


*Nourgaliev RR, Dinh TN, Theofanous TG. Adaptive characteristics-based matching for compressible multifluid dynamics. *Journal of Computational Physics* 2006; **213(2)**:500–529.

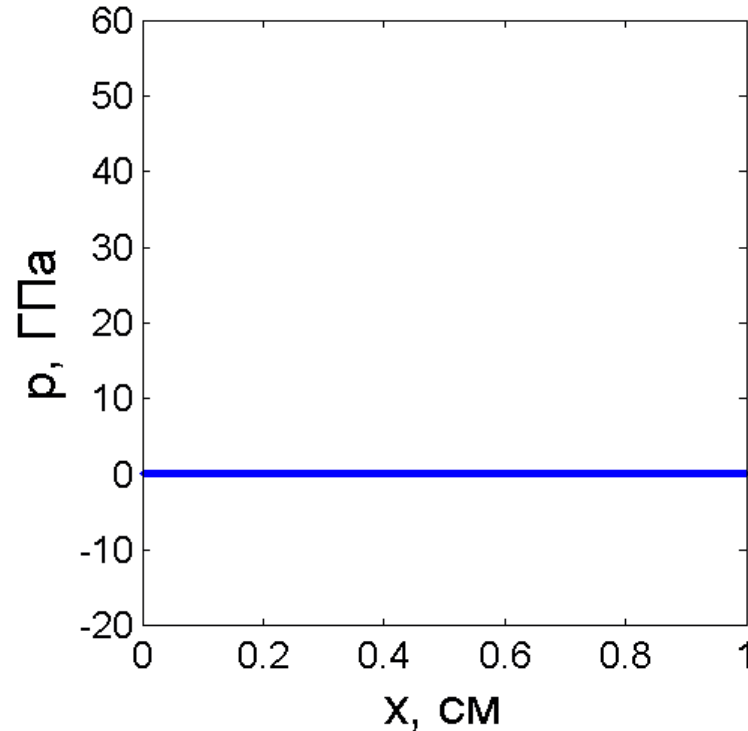
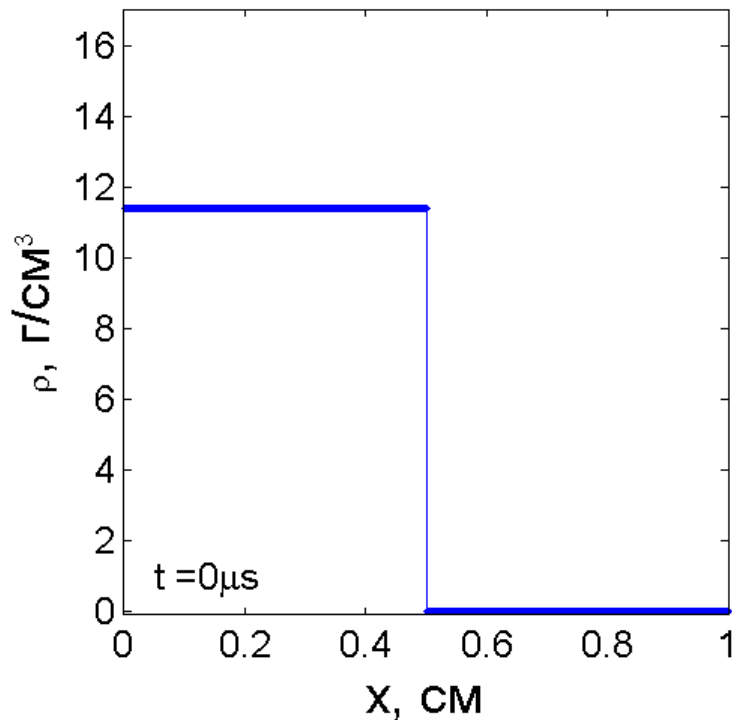
Влияние размазывания КГ на численное решение

Задача об ударе слоистой системы

- УРС Ми-Грюнайзена и идеального газа
- $N_x=1000$; первый п-к точности



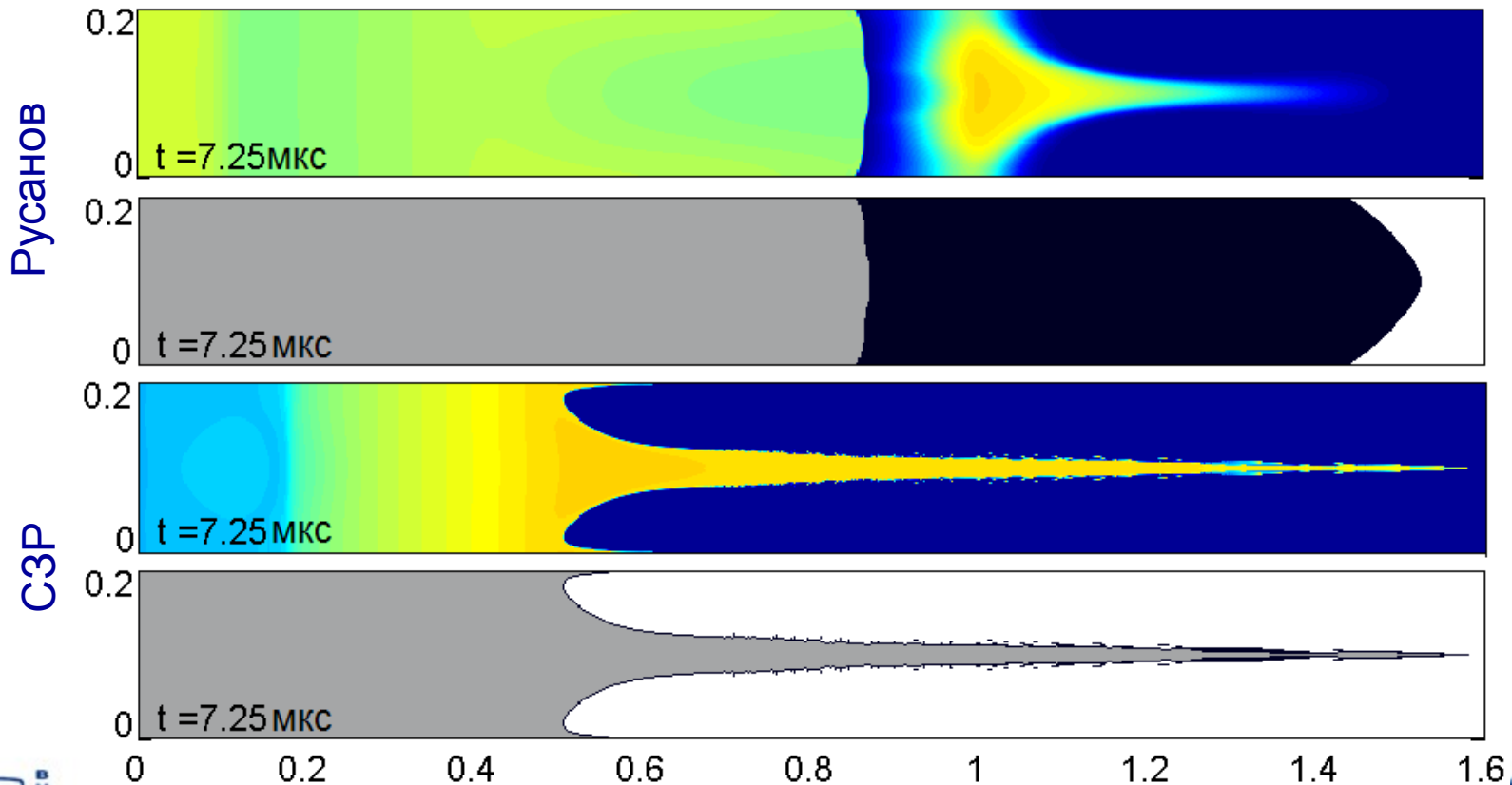
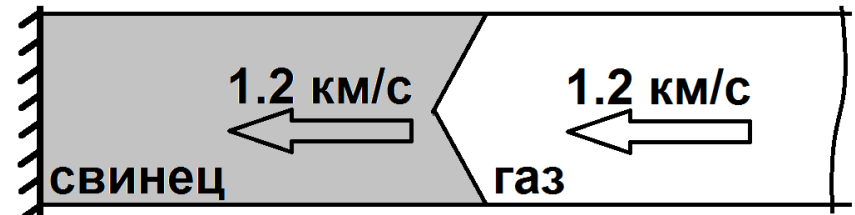
СЗР-аппроксимация



Влияние размазывания КГ на численное решение

Задача о пылении

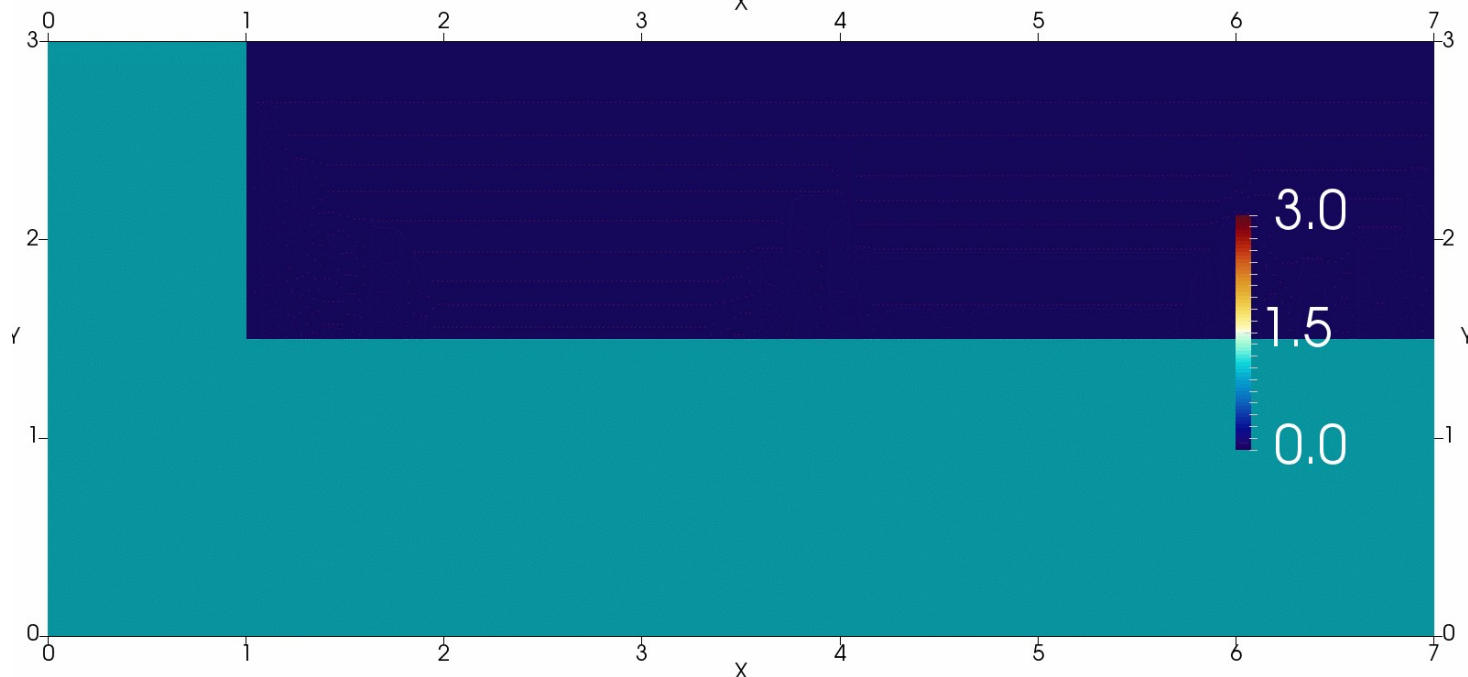
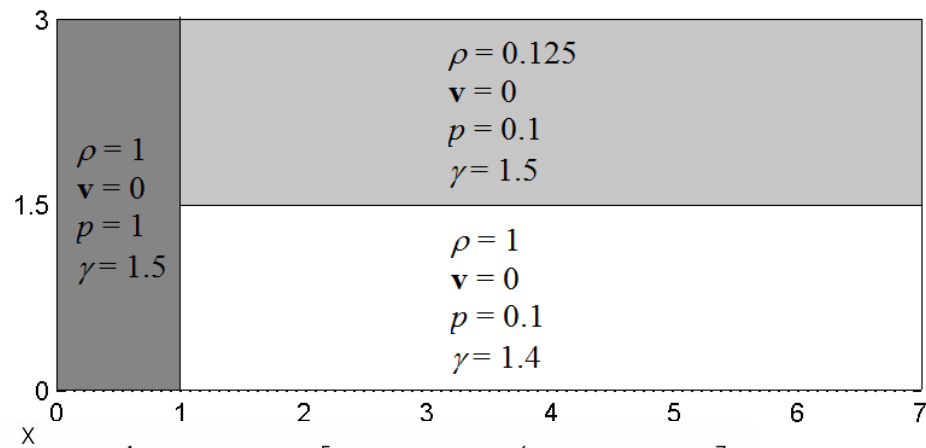
- $(L_x, L_y) = (1.6, 0.2)$ см
- глубина выемки - 0.35 мм
- слева, снизу, сверху – жесткая стенка
- $(N_x, N_y) = (800, 200)$; первый п-к
- $w = 1$; РПН



Численные результаты

Задача о тройной контактной точке*

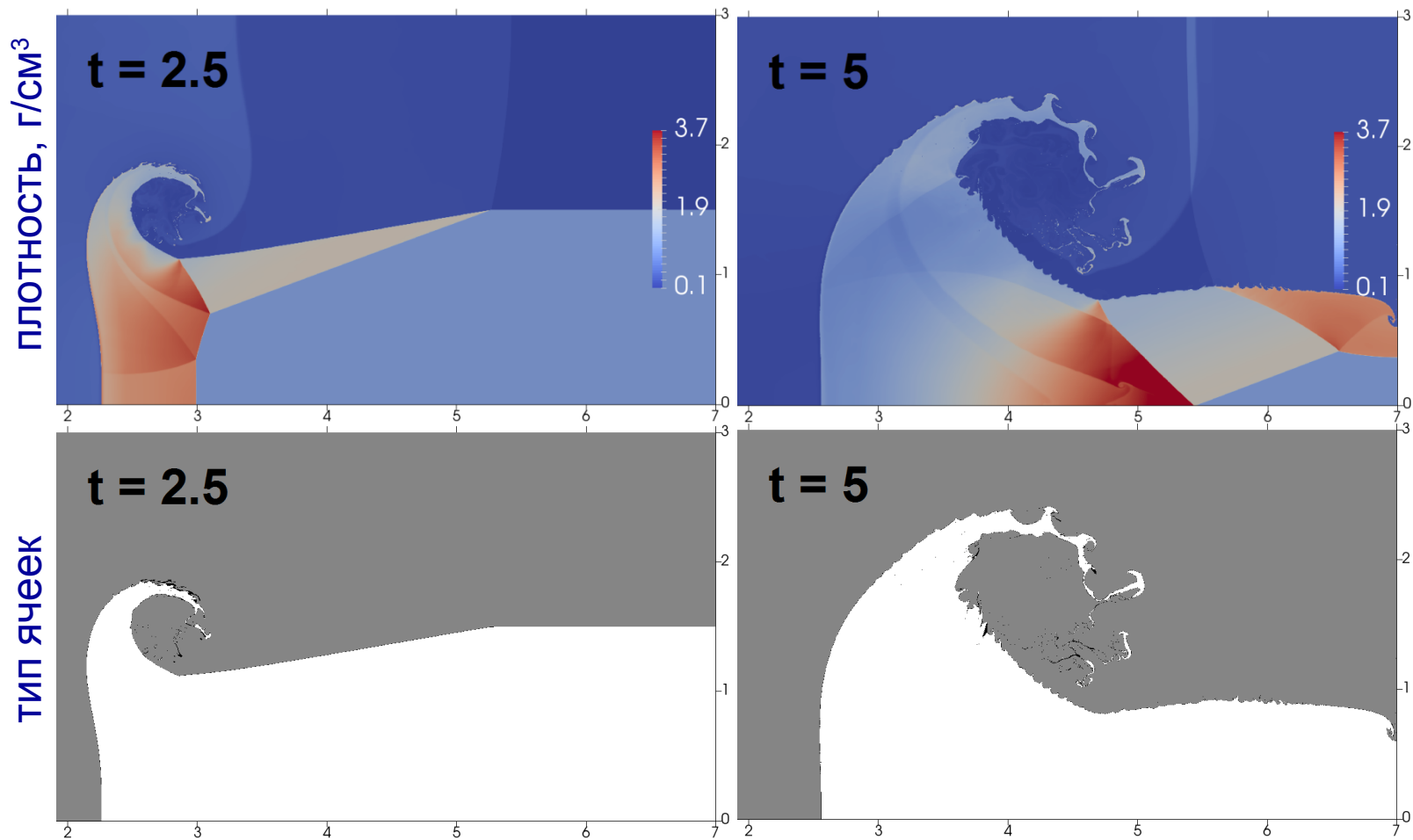
- задача рассматривается как двуматериальная
- УРС идеального газа
- все ГУ – жесткая стенка
- $(N_x, N_y) = (4200, 1800)$; второй п-к
- $w = 1$; РПН



*Kucharik M, Garimella RV, Schofield SP, Shashkov MJ. A comparative study of interface reconstruction methods for multi-material ALE simulations. *Journal of Computational Physics*. 2010; **229(7)**:2432-2452.

Численные результаты

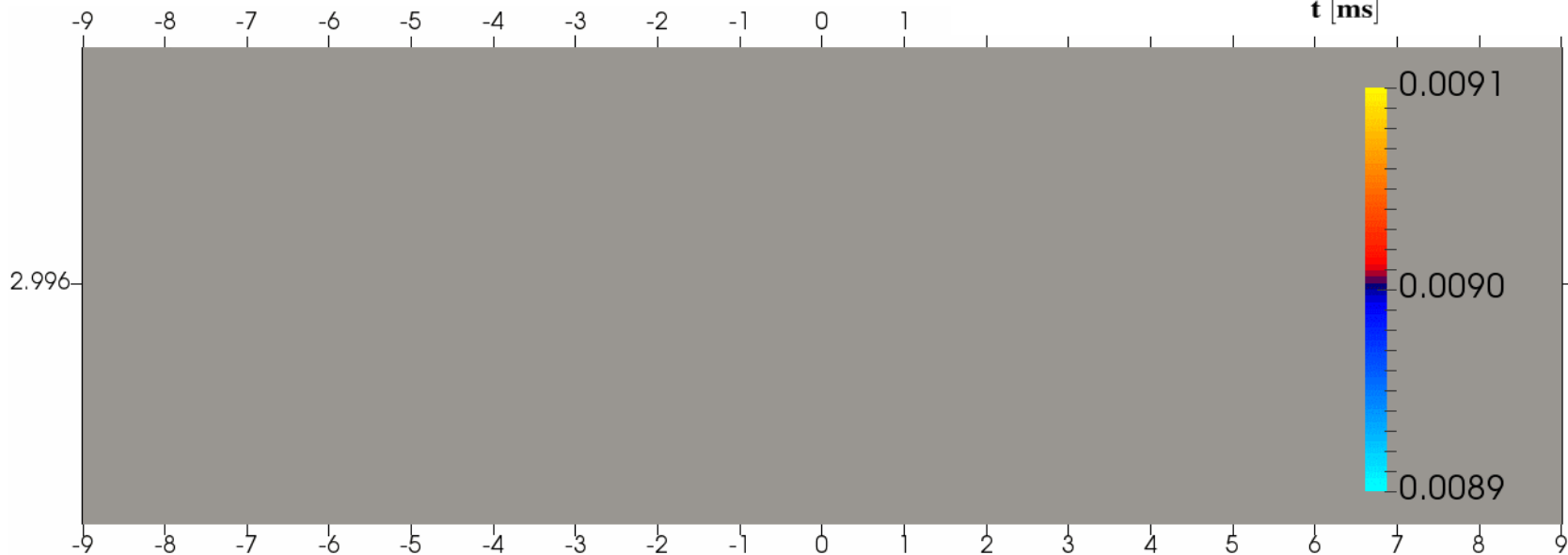
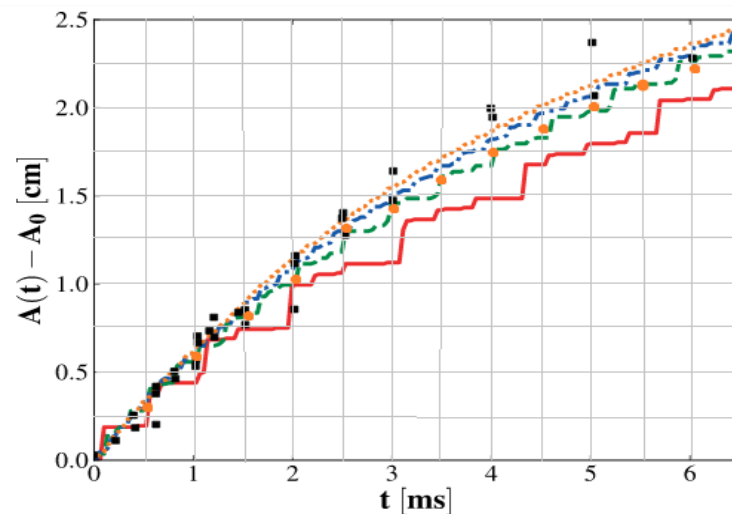
Задача о тройной контактной точке



Численные результаты

PM неустойчивость КГ «ВОЗДУХ-SF6»*

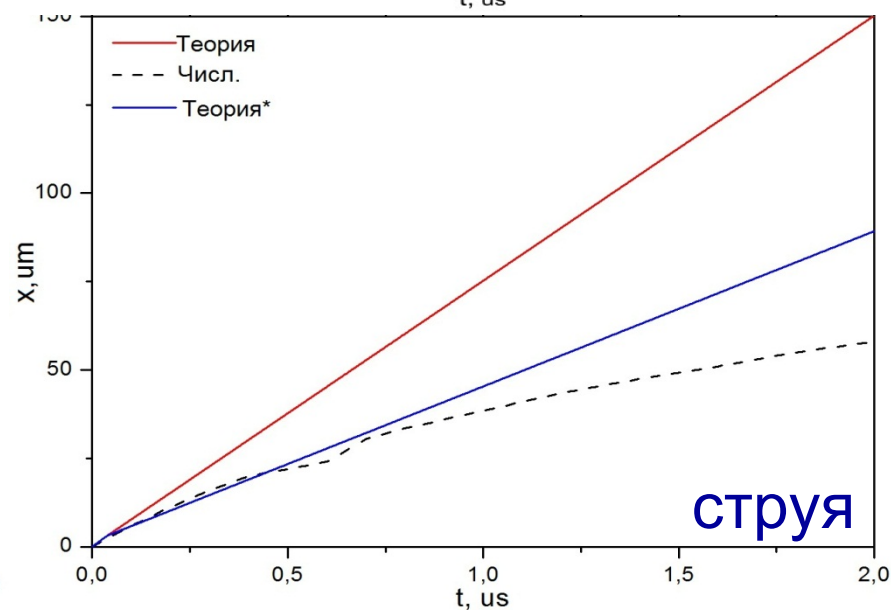
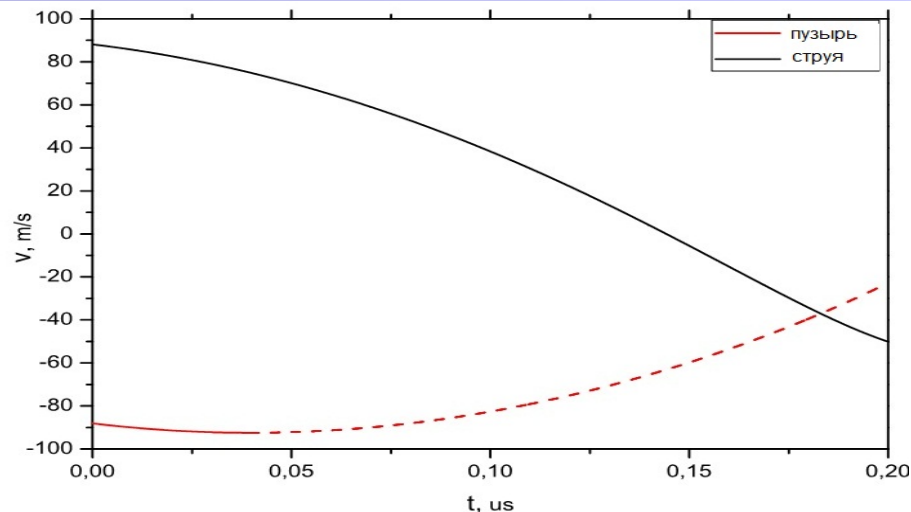
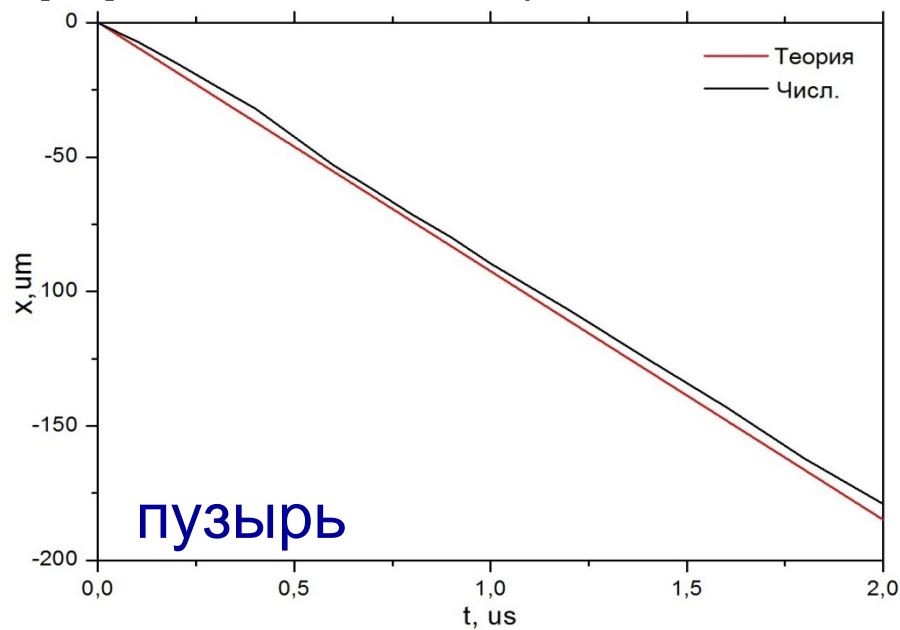
- плотности - 1.351 г/см^3 и 5.494 г/см^3
- УРС идеального газа с $\gamma = 1.296$ и $\gamma = 1.093$
- $M_{yB} = 1.21$; $\lambda = 5.933 \text{ см}$; $A_0 = 0.183 \text{ см}$
- $Nu = 200$; второй п-к
- $w = 0.5$; без РПН



Численные результаты

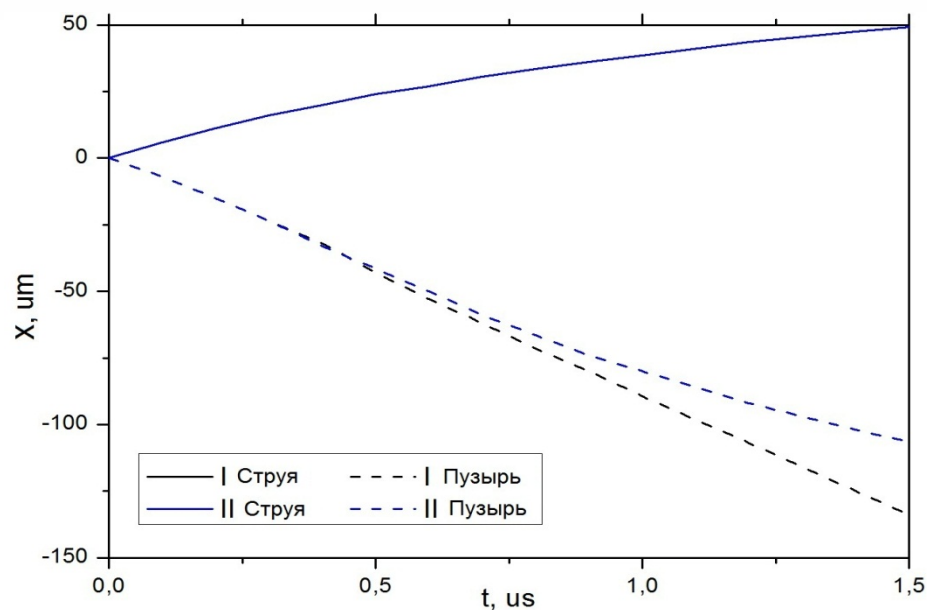
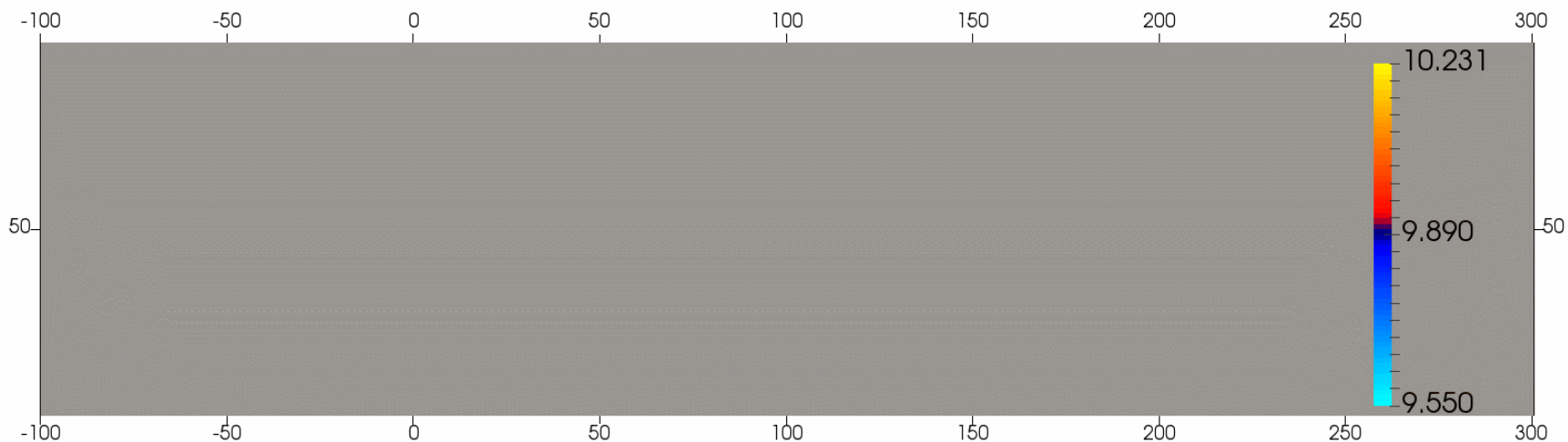
Неустойчивость КГ "AL-FE"

- скорость плоского соударения – 5 км/с
- КГ плоская; возмущено FE
- $\delta\rho/\rho = 5\%$; $\lambda_x = 1000$ мкм; $\lambda_y = 100$ мкм
- УРС Ми-Грюнайзена
- периодические ГУ
- $Ny = 200$; второй п-к точности
- $w = 0.5$; без РПН
- [Не]линейный анализ Городничева К.Е.



Численные результаты

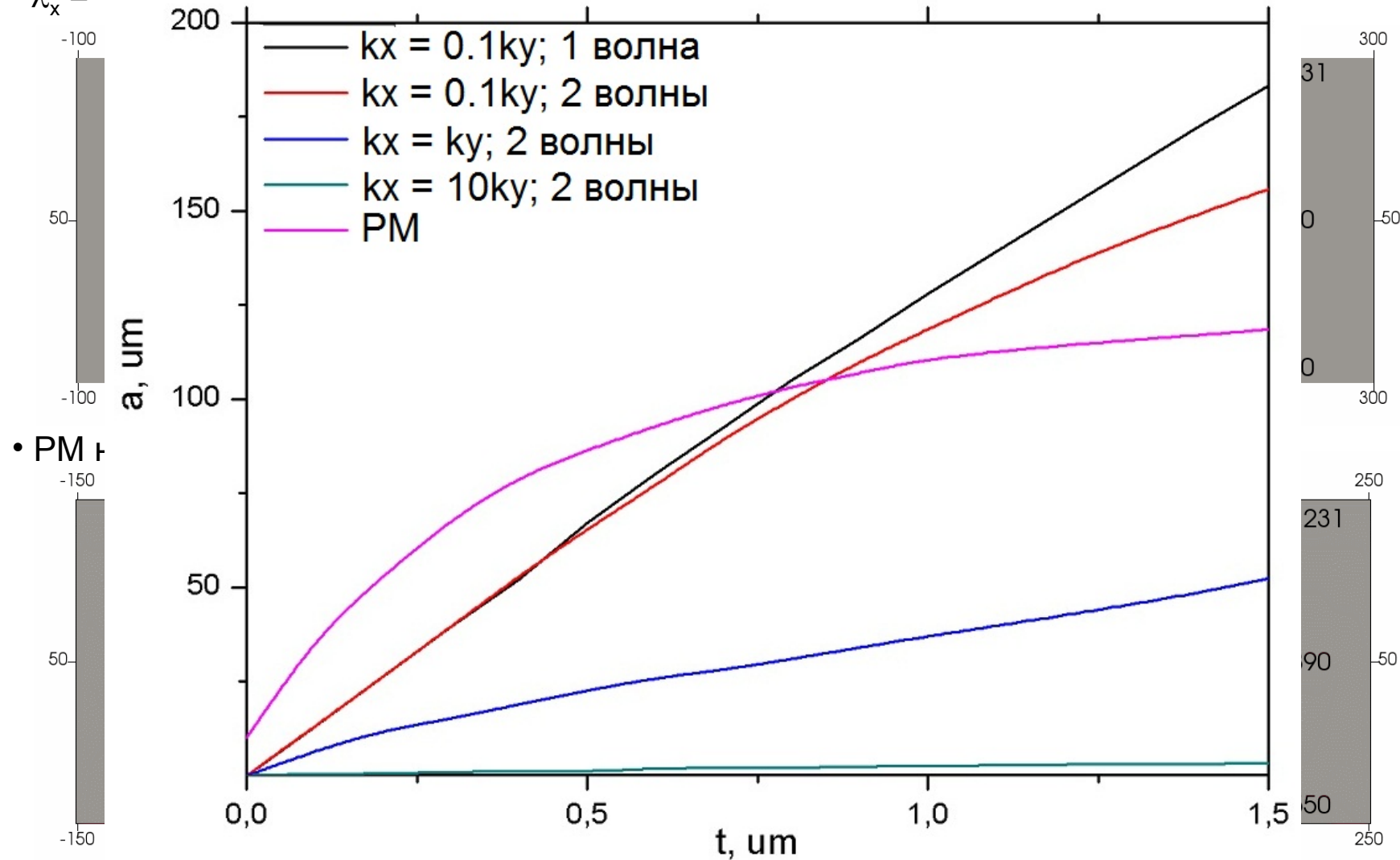
Неустойчивость КГ "AL-FE"



Численные результаты

Неустойчивость КГ "AL-FE"

• $\lambda_x = 100 \text{ мкм}$; $\lambda_y = 100 \text{ мкм}$



Заключение

Выводы

- Применение СЗР-аппроксимации позволяет существенно уменьшить ширину численного размазывания КГ
- Подробные сетки позволяют захватить мелкие гетерогенные структуры
- Проведены численные расчеты задач с гидродинамическими неустойчивостями, результаты находятся в хорошем согласии с экспериментами/теорией

Дальнейшее развитие

- Альтернативные модели замыкания
- Разработка и валидация уточненных схем восстановления контактной границы для аппроксимации потока

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ