

SELF-SIMILAR REGULARITIES OF INSTABILITY DEVELOPMENT AND WAVE FRONTS IN CONDENSED MATTER WITH DEFECTS

Oleg Naimark

Institute of Continuous Media Mechanics of Russian Academy of Sciences

naimark@icmm.ru

Content

- **Mechanisms of momentum transfer in condensed matter.**
- **Scaling laws of fully developed turbulence and plastic flow.**
- **Experimental study of scaling laws of wave fronts and strength of shocked liquid.**
- **Discussion. Could liquid reveal solid-like mechanisms of momentum transfer and instability?**

О некоторых закономерностях развития неустойчивости и волновых фронтов в конденсированных средах с дефектами

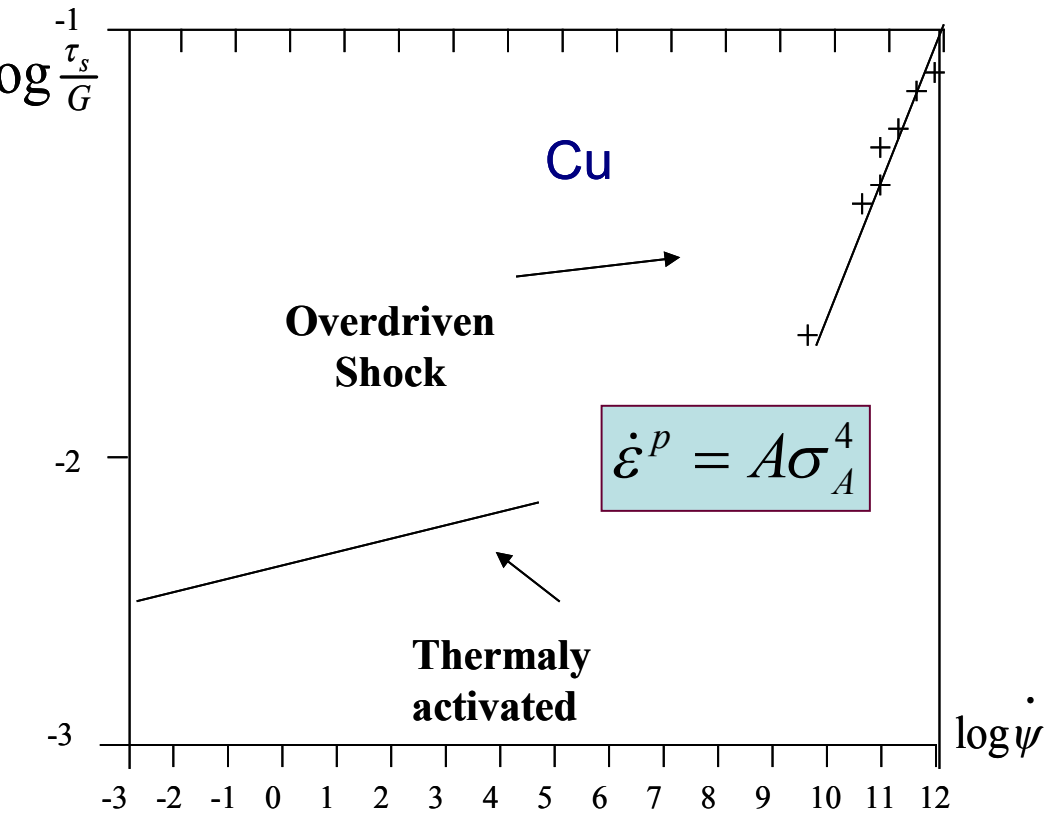
О.Б.Наймарк

Институт механики сплошных сред УрО РАН

Содержание

- **Введение. Ударно-волновое нагружение конденсированных сред как “in-situ” конечно-амплитудное «зондирование» механизмов переноса импульса в конденсированных средах**
- **Закономерности скейлинга при формировании пластических волновых фронтов**
- **О некоторых универсальных сценариях развития пластической неустойчивости в металлах и турбулентности в жидкостях (универсальность PDF, автомодельность волновых фронтов)**
- **Обсуждение результатов (А.Паташинский: “Мы часто привыкли принимать за понимание...”)**

Переходы между термоактивированными, автомодельными и «перегрузочными» ударно-волновыми фронтами



2005: The “Deep Impact” NASA experiment (Comet Tempel 1)

L.M. Barker [1], J.W. Swegle-D.E. Grady [2, 3]

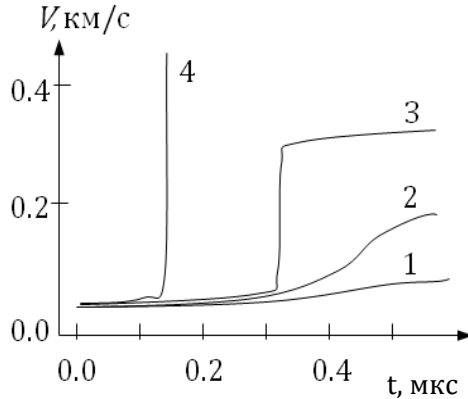


Рисунок 2 – Профили пластических волновых фронтов [1]

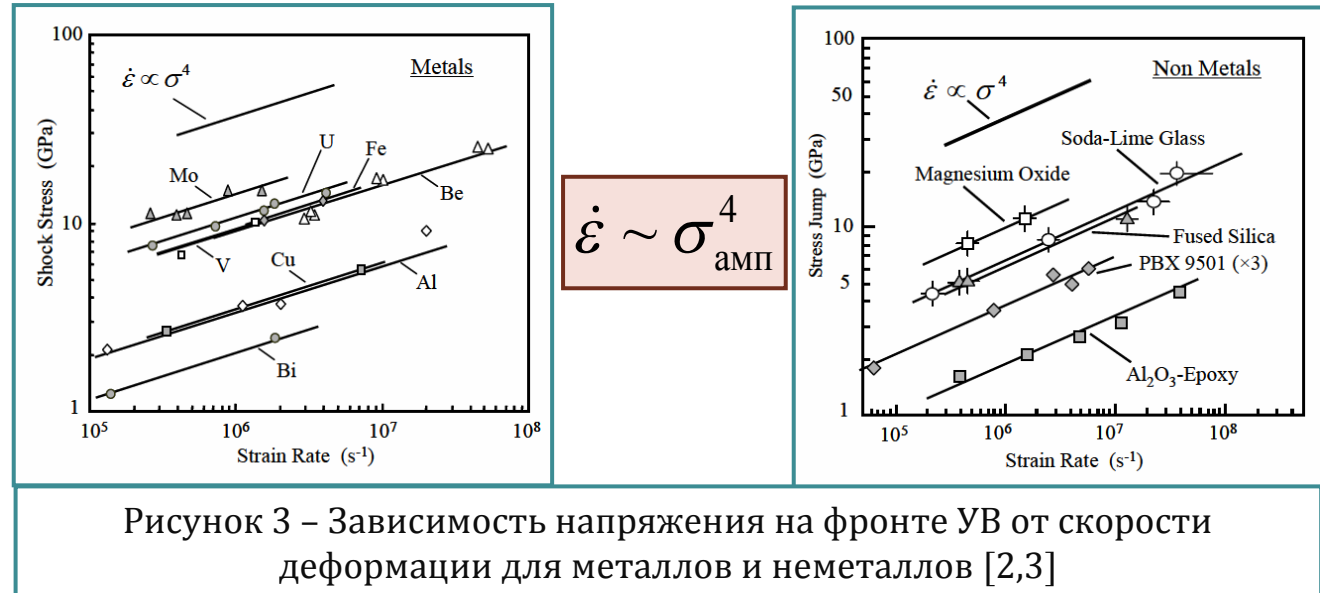


Рисунок 3 – Зависимость напряжения на фронте УВ от скорости деформации для металлов и неметаллов [2,3]

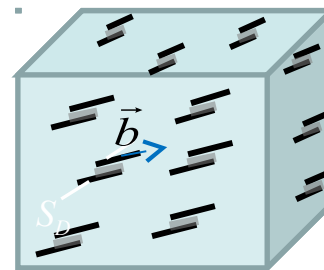
- [1] Barker L.M. Behavior of dense media under high dynamic pressures. – New York: Gordon and Breach, 1968. – 482p.
- [2] Swegle J.W., Grady D.E. Shock viscosity and the prediction of shock wave rise times // J. Appl.Phys. – 1985. – Vol. 58, no.2. – P. 692-701.
- [3] Grady D.E. Structured shock waves and the fourth-power law // J. Appl. Phys. – 2009. – P. 1-23..

Уравнение пластического течения

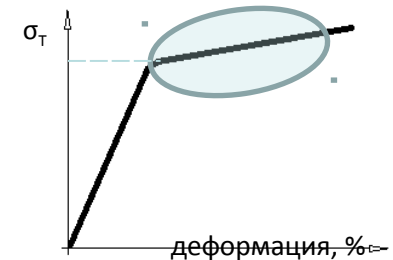
$$\dot{\epsilon} = \rho_D S_D b / \tau \quad - \text{соотношение Орована}$$

$$\tau^{-1} = \nu_D \exp(U_a / kT) \quad - \text{частота микроскопических СДВИГОВ}$$

$$\dot{\epsilon} = (\rho_D S_D b) \nu_D \exp(U_a / kT)$$



напряжение, Па



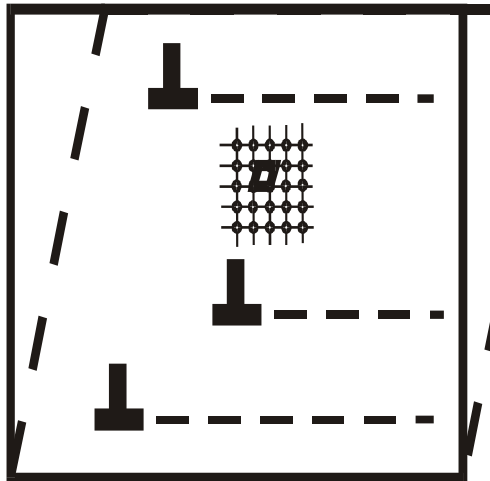
О термодинамике твердого тела с дефектами

- Термодинамика «пластического состояния»

Термодинамические переменные

$$a \Rightarrow (\varepsilon^e, b\rho S_D)$$

$$F = F(\varepsilon^e, b\rho S_D)$$



Флуктуационная природа пластичности (закон Орована)

$$\dot{\varepsilon}^p = \rho S_D b / \tau$$

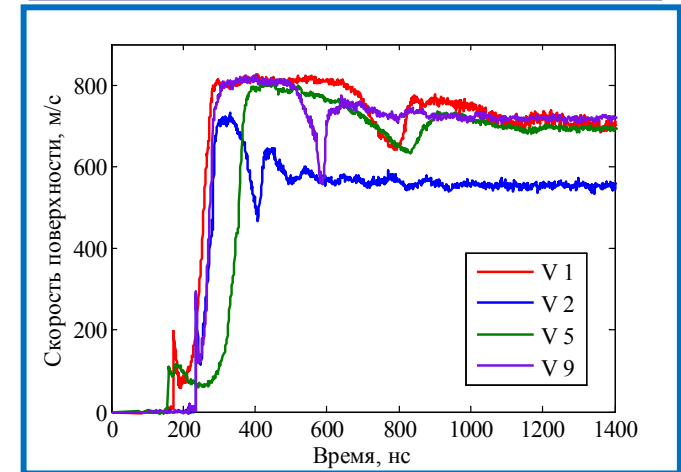
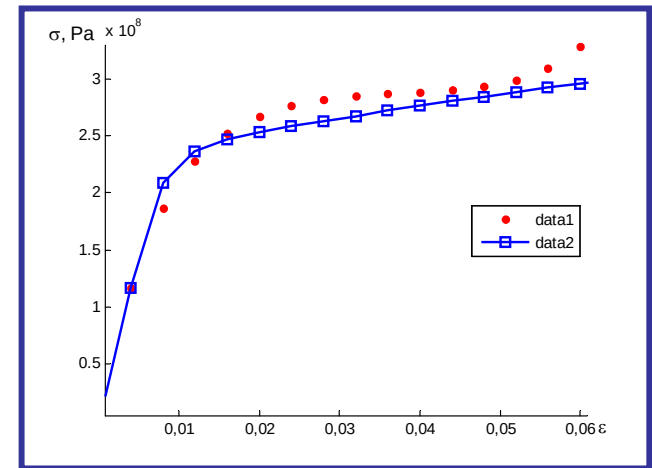
$$\tau^{-1} = \nu_D \exp(U_a / kT)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = (\rho S_D b) \nu_D \exp(U_a / kT)$$

$$\nu_D, U_a, kT - !?$$

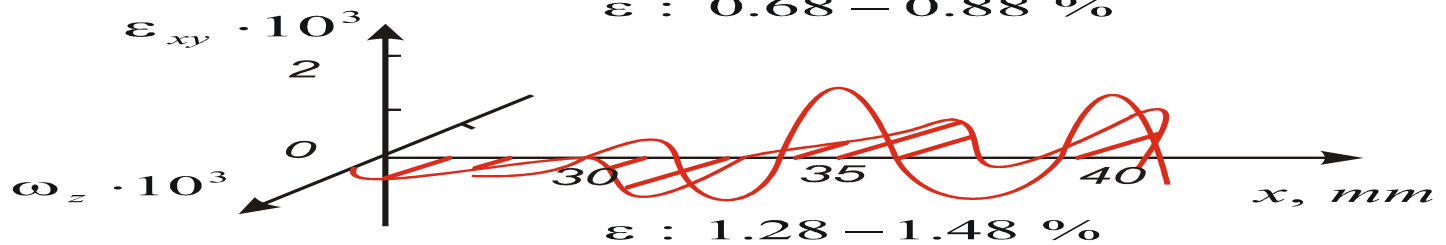
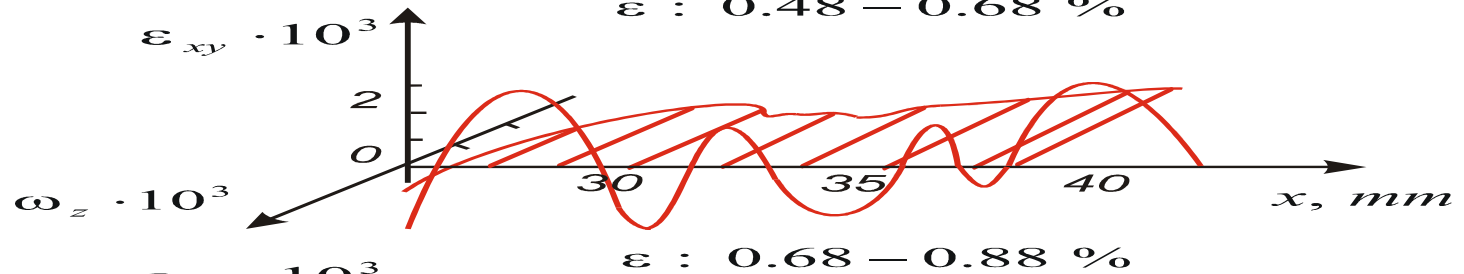
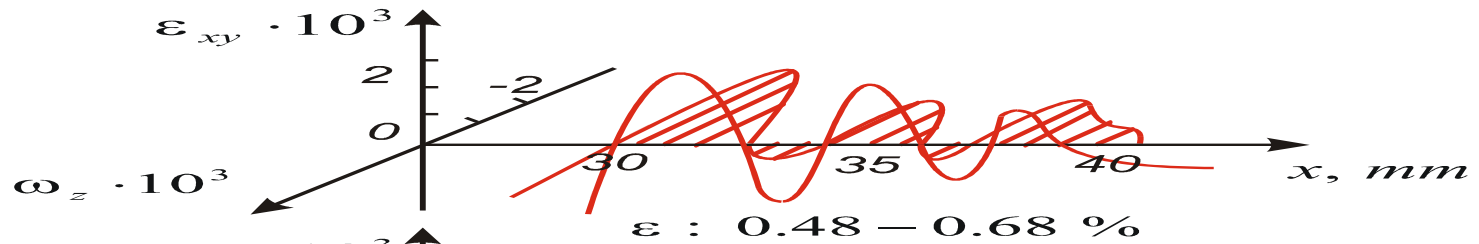
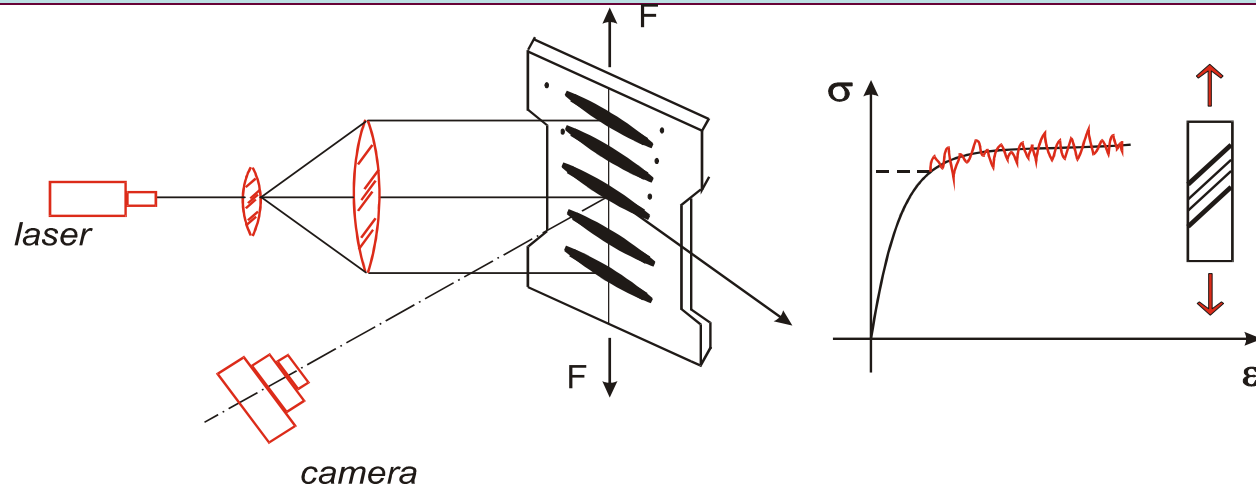
Vanadium

(quasi-static and shock wave test)



- Argon, Kocks, and Ashby “Thermodynamics of Plastics Shears”

Speckle Interferometry (V.E.Panin et al.)



MTS-PTW-Model

- Kocks, Argon and Ashby. Thermodynamics of Plastic Shears.
- D.Preston, D.Tonks and D.Wallace. Model of plastic deformation for extreme loading conditions. J of Applied Physics, 2003, V.93, n.1, pp.211-220

Потенциал

$$\Delta\Phi(\hat{\tau}_c) \sim \text{erf}^{-1} \left\{ (c_0 - \hat{\tau}_c) / (c_0 - c_\infty) \right\}$$

Определяющие уравнения

$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_0 \exp \left\{ -\Delta\Phi(\tau) / kT \right\}$$

$$\hat{\tau}_s = s_0 - (s_0 - s_\infty) \text{erf} \left\{ k\hat{T} \ln \left(\gamma\dot{\xi} / \dot{\psi} \right) \right\}$$

$$\hat{\tau}_y = y_0 - (y_0 - y_\infty) \text{erf} \left\{ k\hat{T} \ln \left(\gamma\dot{\xi} / \dot{\psi} \right) \right\}$$

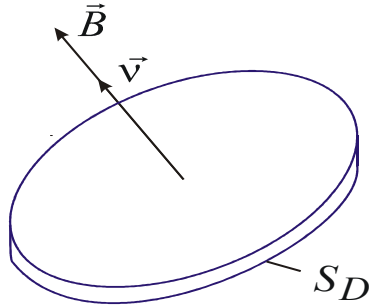
Закон упрочнения

$$d\hat{\tau} / d\varepsilon = \theta \left(\hat{\tau}_s - \hat{\tau} \right) / \left(\hat{\tau}_s - \hat{\tau}_y \right)$$

Structural-Statistical Model

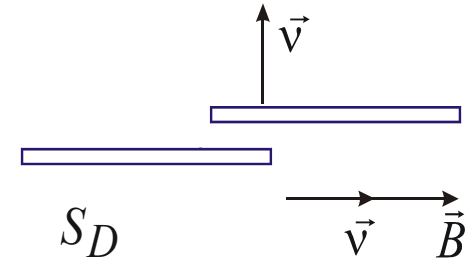
- Mesodefects (microcracks, microshears):

$$s_{ik} = S V_i V_k$$



$$s_{ik} = \frac{1}{2} s (v_i l_k + l_i v_k)$$

$$p_{ik} = n \langle s_{ik} \rangle$$



$$n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

- **Leontovich Effective Field Method** (Tsallis Statistics, Superstatistics for Out-of-Equilibrium Systems with Slow Dynamics)

$$dF^* = dU^* - T^* dS^* - A_\xi d\xi$$

$$E^* \rightarrow E, \quad Q \rightarrow kT$$

Generalization of the Boltzmann-Gibbs Statistics

$$W \sim Z^{-1} \exp \left[- \frac{E^* (...)}{Q} \right]$$

$$E^* = E_0 - H_{ik} s_{ik} + \alpha s_{ik}^2,$$

Effective Field

$$H_{ik} = \sigma_{ik} + \lambda p_{ik} = \sigma_{ik} + \lambda n \langle s_{ik} \rangle.$$

Comparative analysis with MTS-PTW-model

MTS-PTW-Model

Potential

$$\Delta\Phi(\hat{\tau}_c) \sim \text{erf}^{-1}\left\{\frac{c_0 - \hat{\tau}_c}{c_0 - c_\infty}\right\}$$

Constitutive equations

$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_0 \exp\left\{-\Delta\Phi(\tau)/kT\right\}$$

$$\hat{\tau}_s = s_0 - (s_0 - s_\infty) \text{erf}\left\{k\hat{T} \ln\left(\gamma\dot{\xi}/\dot{\psi}\right)\right\}$$

$$\hat{\tau}_y = y_0 - (y_0 - y_\infty) \text{erf}\left\{k\hat{T} \ln\left(\gamma\dot{\xi}/\dot{\psi}\right)\right\}$$

Hardening law

$$d\hat{\tau}/d\varepsilon = \theta(\hat{\tau}_s - \hat{\tau})/(\hat{\tau}_s - \hat{\tau}_y)$$

S2M-Model

Free energy

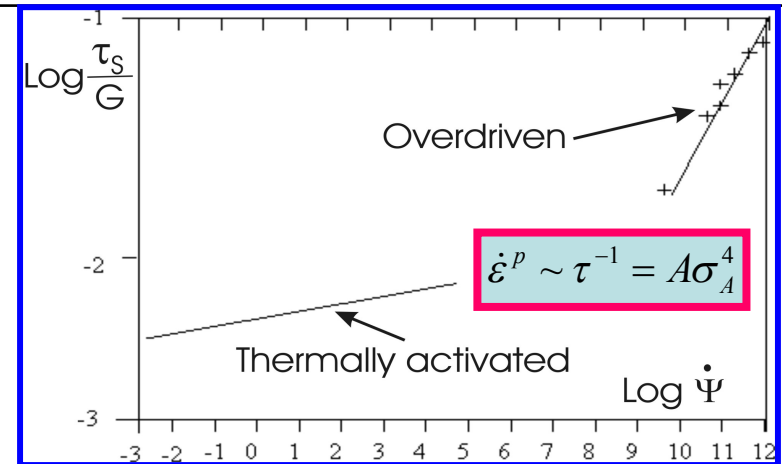
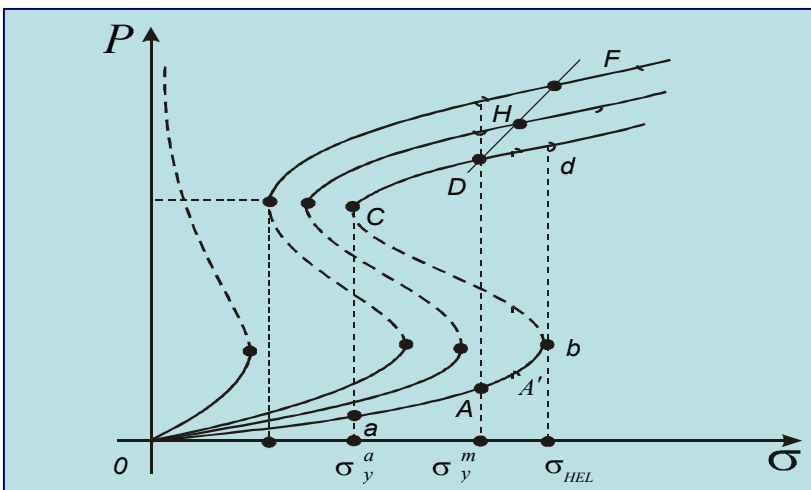
$$F = \frac{1}{2}A(\delta, \delta_*)p^2 - \frac{1}{4}Bp^4 - \frac{1}{6}C(\delta, \delta_c)p^6 - D\sigma p + \chi(\nabla_l p)^2.$$

Constitutive equations

$$\text{TP}_S = \sigma'_{ik} e_{ik}^p - \frac{\partial F}{\partial p'_{ik}} \frac{\Delta p'_{ik}}{\Delta t} - \frac{\partial F}{\partial \delta} \dot{\delta} \geq 0$$

$$\sigma'_{ik} = L_{iklm}^{(1)} e_{lm}^p - L_{iklm}^{(2)} \frac{\Delta p'_{lm}}{\Delta t}$$

$$\Pi'_{ik} = L_{iklm}^{(2)} e_{lm}^p - L_{iklm}^{(3)} \frac{\Delta p'_{lm}}{\Delta t} \quad \dot{\delta} = -\zeta \frac{\partial F}{\partial \delta}$$



SELF-SIMILAR SOLUTIONS – COLLECTIVE MODES

- Solitary Wave:

$$\delta_c < \delta < \delta_*$$

$$p(x,t) = \frac{1}{2} p_a \left[1 - \tanh(\xi l^{-1}) \right]$$

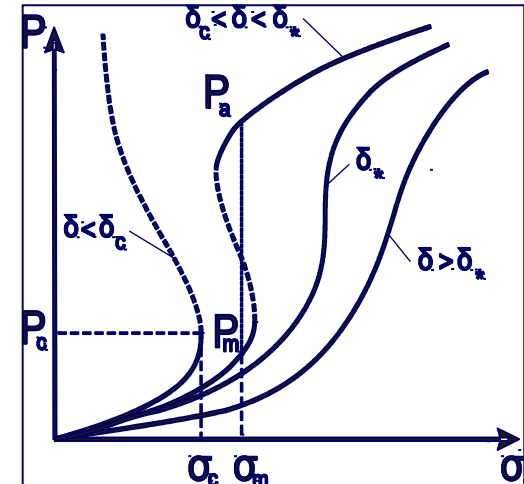
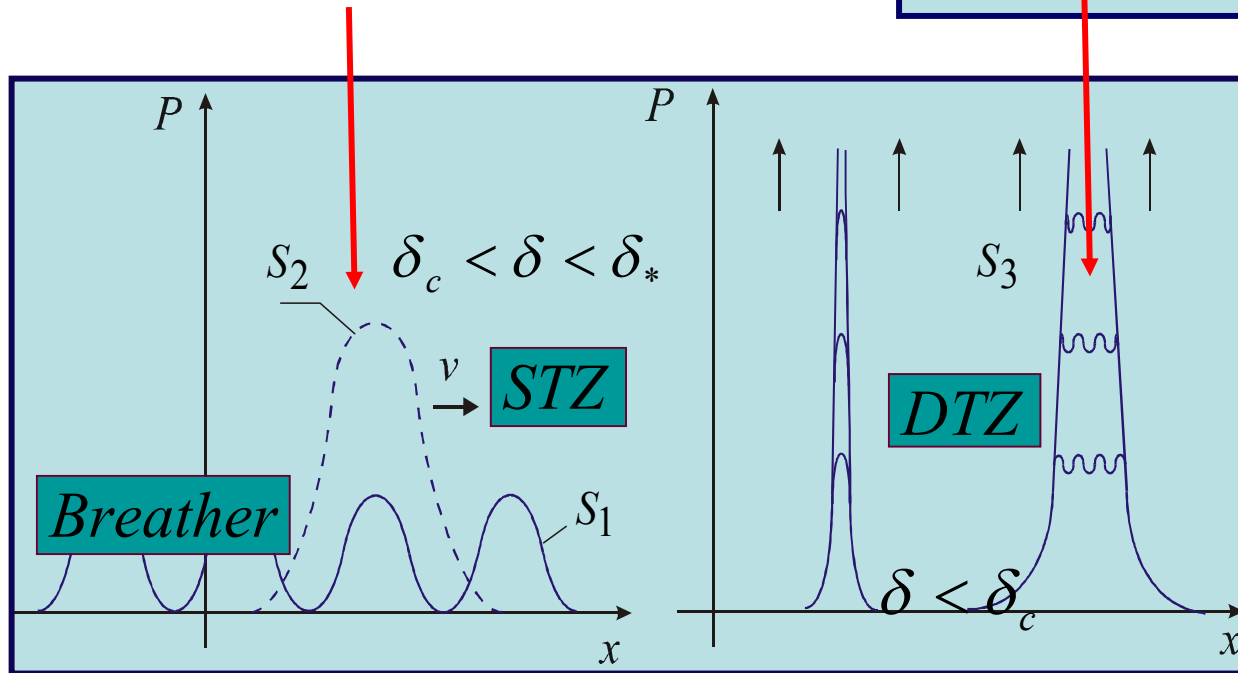
$$\xi = x - Vt, \quad V = \chi A (p_a - p_m) / (2L_p^{-2})$$

- "Blow-up" Regimes of Damage Localization:

$$\delta < \delta_c$$

$$p(x,t) = \phi(t) f(\zeta)$$

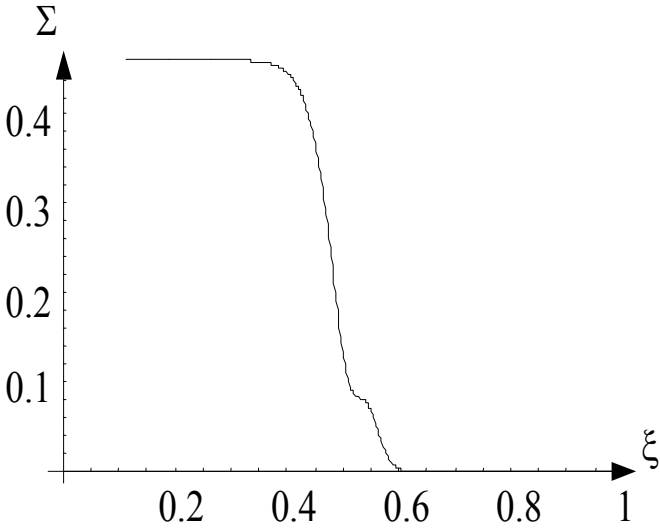
$$\zeta = x/L_c, \quad \phi(t) = \Phi_0 \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{-m}$$



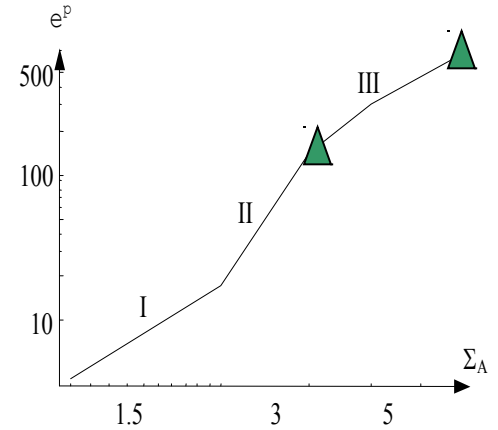
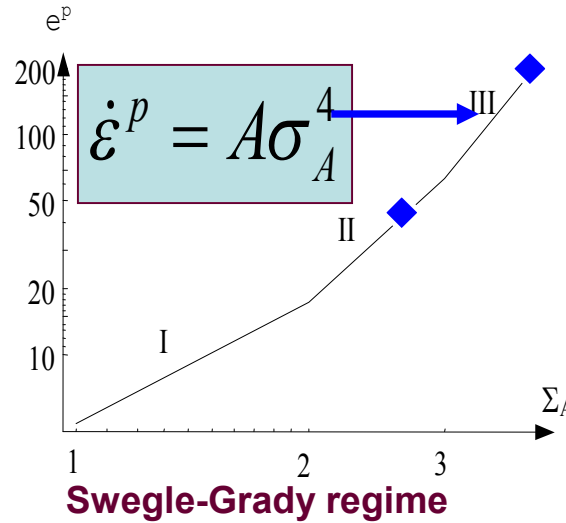
Langer J.S., Pechnik L. Dynamics of shear transformation zones in amorphous plasticity: Energetic constraints in a minimal theory // Phys.Rev.E- 2005.- V.68.- P. 061507.

Plastic Wave Structure

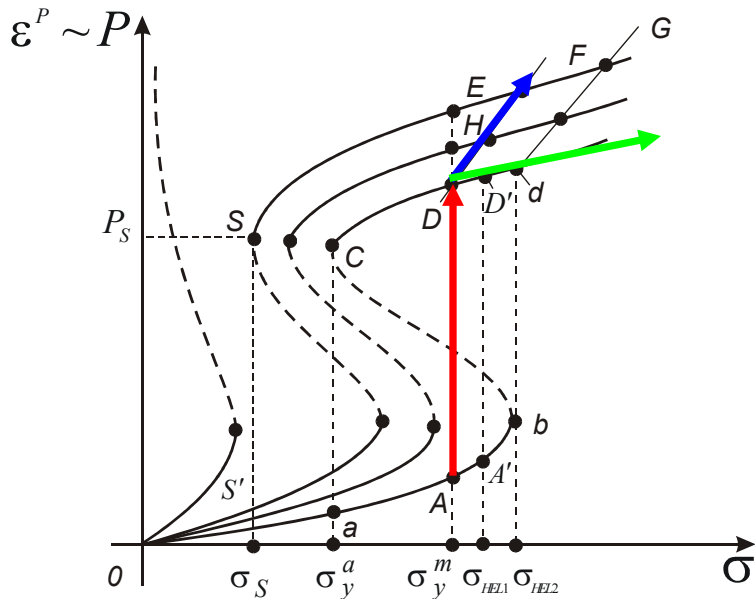
- Wave front**



- Characteristic regimes**



Transition to «overdriven shock»



$$F = F(p, \delta, \sigma)$$

$$\frac{dp}{dt} = -L_p \frac{\partial F}{\partial p}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -L_\delta \frac{\partial F}{\partial \delta}$$

«Frozen» scaling kinetics :

- Relaxation times**

$$\tau_p = (AL_p)^{-1} \quad \tau_\delta = (AL_\delta)^{-1}$$

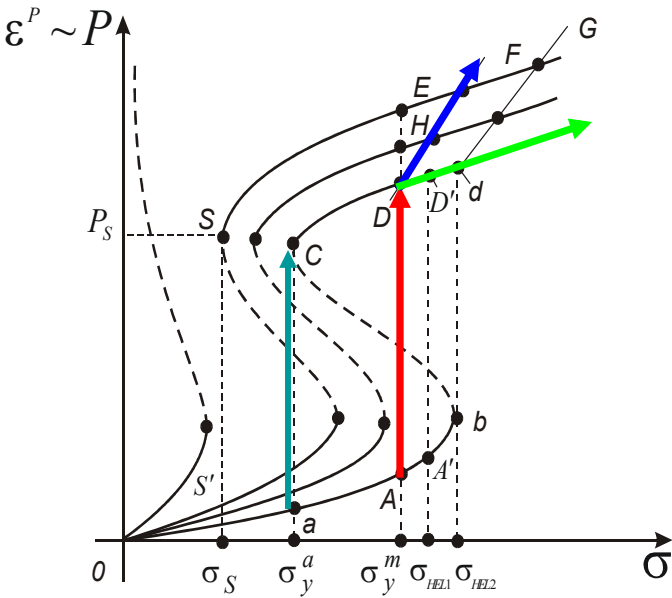
DHF: $\dot{\epsilon}^{-1} \geq (\tau_p, \tau_\delta)$

DD'd: $\dot{\epsilon}^{-1} \ll (\tau_p, \tau_\delta)$

$$\frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial F}{\partial \delta} = 0$$

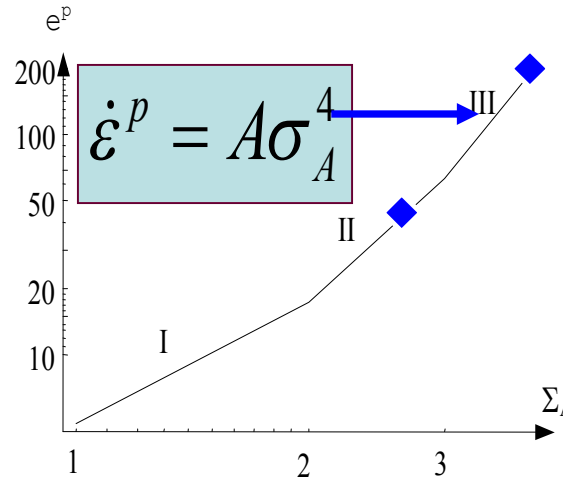
TRANSITION TO THE OVERDRIVEN SHOCK REGIME

- Stress front

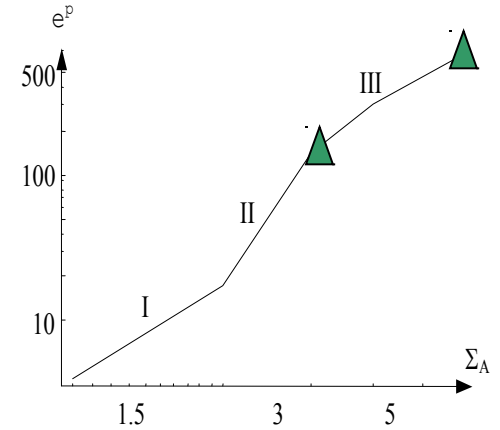


There is a five-decade gap separating the thermally activated and overdriven shock regime (Preston, Tonks and Wallace)

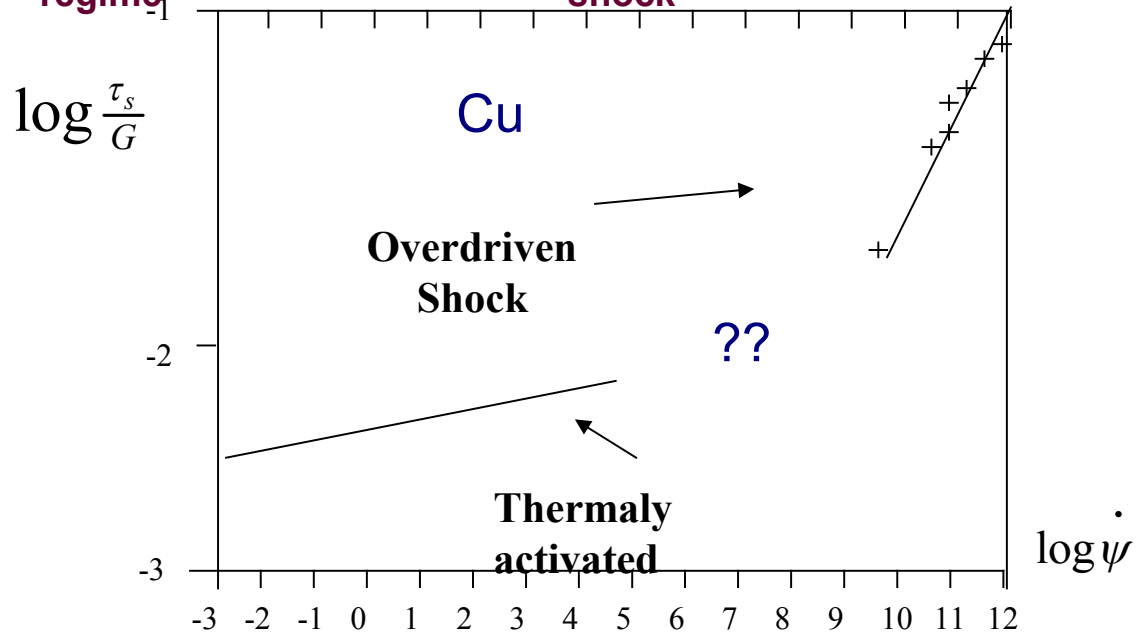
- Characteristic regimes



The Swegle-Grady regime

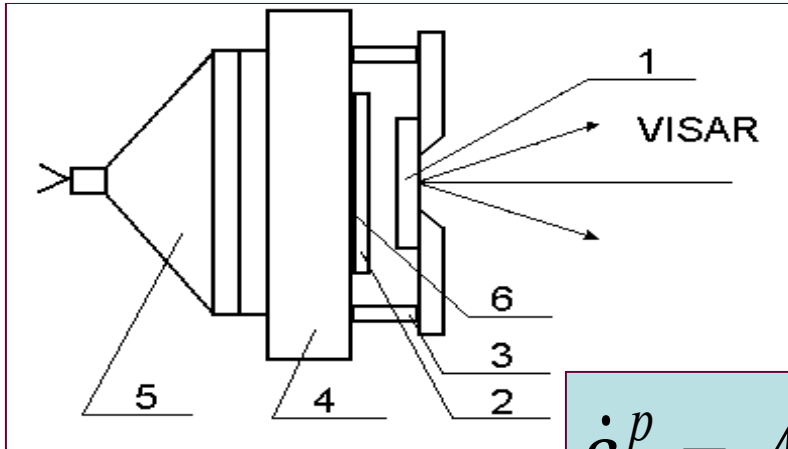


Transition to the overdriven shock

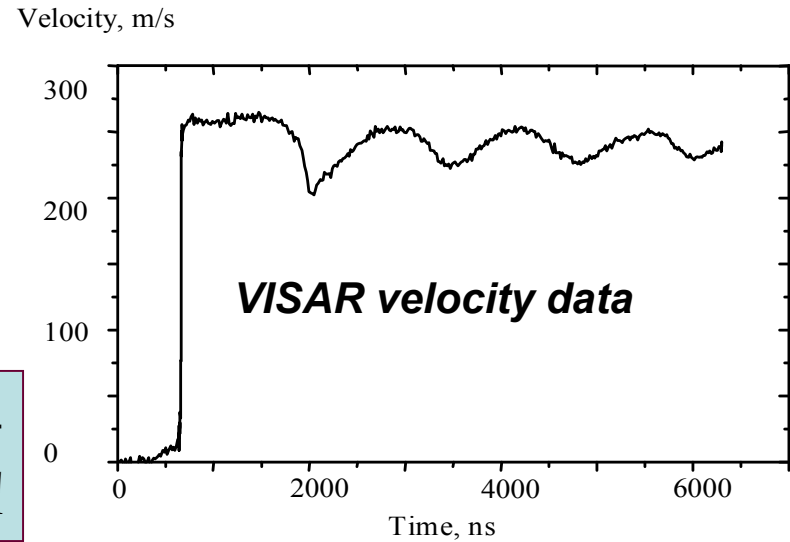


SWEGLE-GRADY UNIVERSALITY OF PLASTIC WAVE FRONT

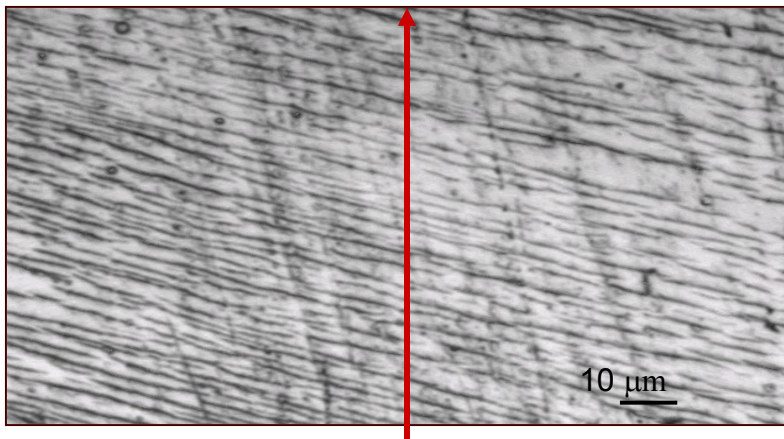
Experimental study (plate impact test for copper)



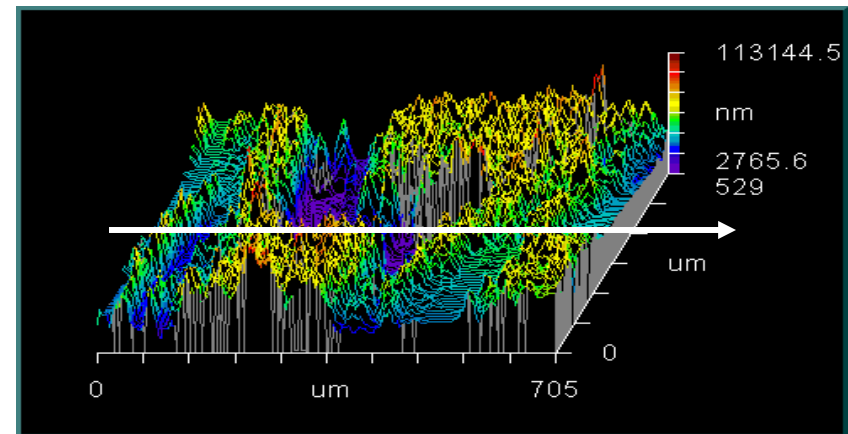
$$\dot{\epsilon}^p = A \sigma_A^4$$



- Structure of deformed copper

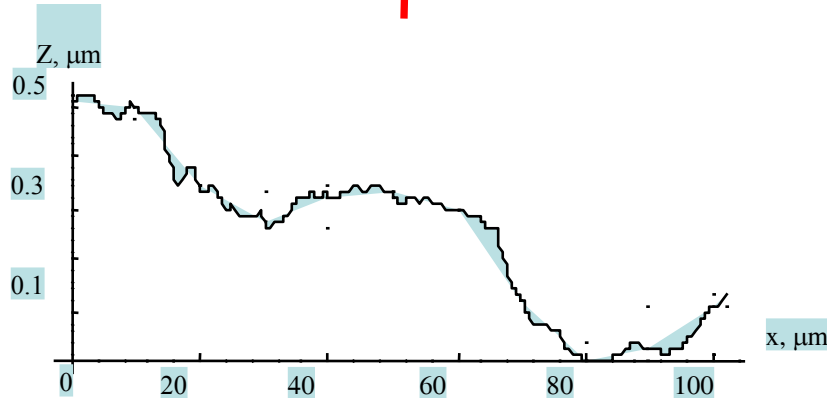
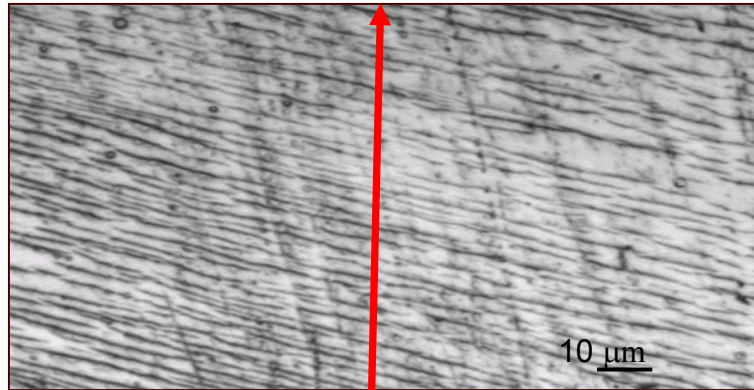


- New View data



SWEGLE-GRADY UNIVERSALITY OF PLASTIC WAVE FRONT

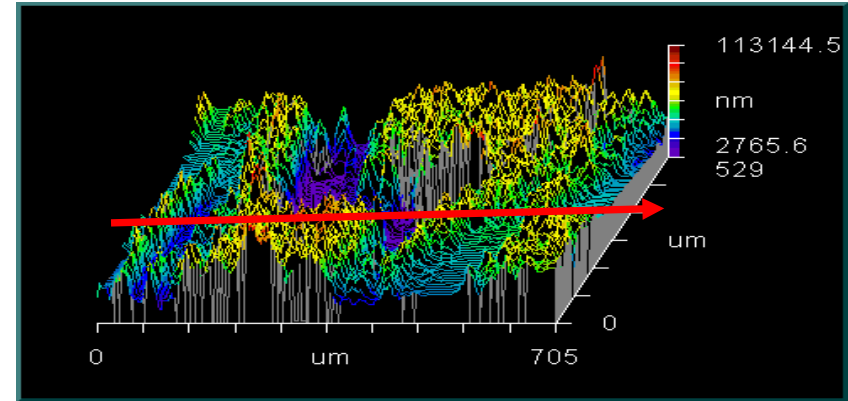
- Structure of deformed copper



- Characteristic one-dimensional profile

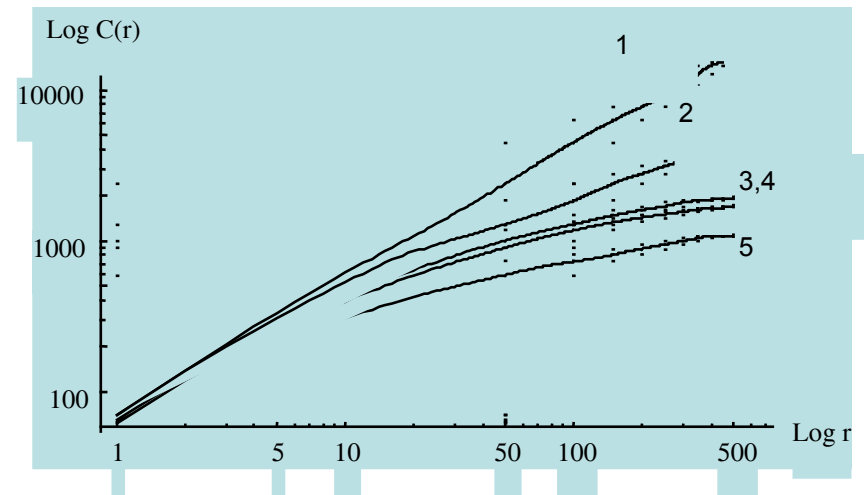
- 1-shock wave experiment
- 2-the Hopkinson bar test
- 3,4-quasi-static experiment
- 5-annealed specimen

- New View data



- Correlation analysis (the Hurst exponent)

$$C(r) = \left\langle \frac{\text{Max}(z(x)) - \text{Min}(z(x))}{\{x, x+r\}} \right\rangle_x \propto r^H$$



Sakharov's experiments. Barker-Sweogle-Grady universality of plastic wave front

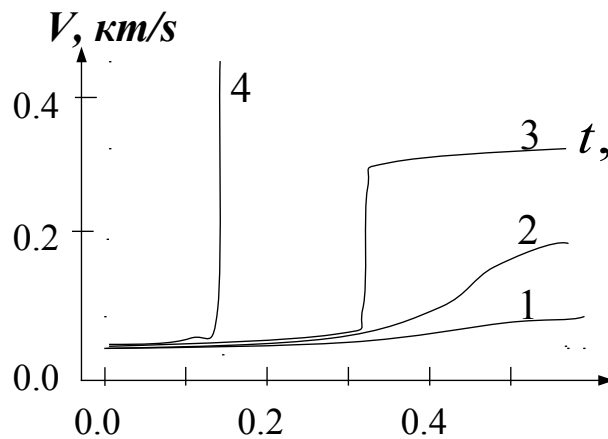
Substances	Pressure range, GPa	Viscosity, poises	Elastic modulus, MPa
Aluminum	31-202	$\sim 10^4$	74
Lead	35-250	$\sim 10^4$	47
Copper, Steel		$\sim 10^4$	
Water	8	$2 \cdot 10^4$	2
Mercury	15	$2 \cdot 10^3$	2.9

Viscosity of shocked condensed matter

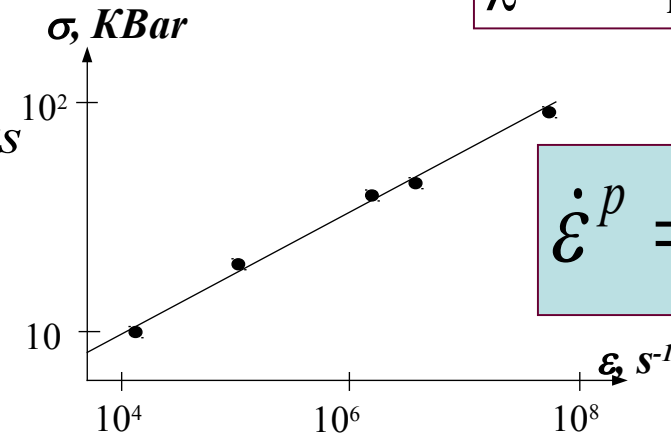
$$\dot{\epsilon} \rightarrow 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$\tau_m \rightarrow 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\chi = G\tau_m \approx 10^4 \text{ Pz}$$



a



b

$$\dot{\epsilon}^p = A\sigma_A^4$$

Barker, 1968 ; Sweogle & Grady, 1985

Fig.1: a - Profiles of plastic wave fronts in aluminum: 1 – 9.5 KBar, 2 – 21 KBar, 3 – 38 KBar, 4 – 90 KBar; b – “stress amplitude” VS “strain rate”

Я.И.Френкель «Кинетическая теория жидкостей»

“...Широко распространенная точка зрения о том, что текучесть жидкостей обусловлена отсутствием сдвиговой упругости ... является ложной (исключая случай жидкого гелия II).

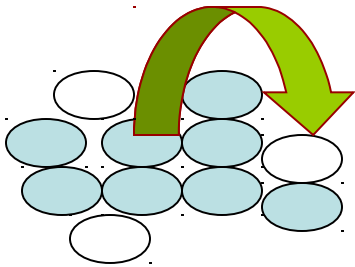
- «В действительности, разница между «жидким» и «твердым» состояниями количественная, но не качественная: плотность, силы взаимодействия, характер теплового движения.

“Структура жидкостей может рассматриваться как «квазикристаллическая», принимая во внимание ближний порядок, которые жидкость обнаруживают подобно кристаллам”.

- Дерягин Б.В. (B.V.Derjagin *et al.*, Polymer 30, 1 (1989): 10^5 установлена сдвиговая упругость в жидкостях при возмущении сдвиговых течений с частотами .

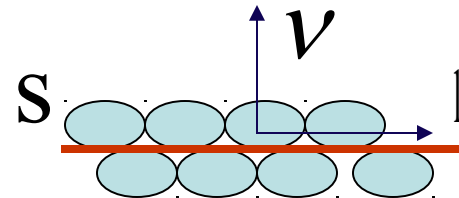
Я.И.Френкель “Кинетическая теория жидкостей”

- Определение точки плавления, традиционно используемое в термодинамике, использует сопоставление потенциалов для жидкого Φ_1 и твердого состояний Φ_2
- Этот метод основан на косвенном предположении о том, что две фазы качественно различны, т.е. промежуточное состояние, связывающее последние, не существует.
- Определение статистического интеграла, свободной энергии должно включать все возможные фазовые координаты для твердого, жидкого и промежуточного состояний.



$$\tau_D = \Delta^2 / 6D_{sd} \sim 10^{-11} \text{ c}$$

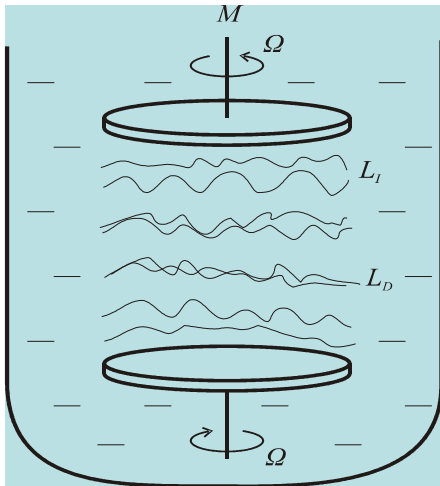
$$\int \exp(-E/kT) d\Gamma$$



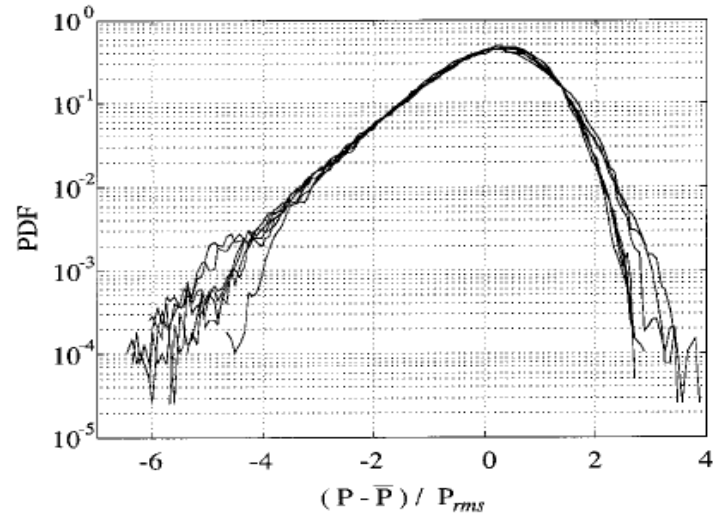
$$s_{ik} = \frac{1}{2} s (v_i l_k + l_i v_k)$$

Similarity of Turbulence and Plastic Instability

•J-F. Pinton's experiment



•PDF universality



Независимость PDF от числа Рейнольдса в диапазоне четырех порядков, начиная с $R \sim 10^6$.

•Bramwell S.T., Holdsworth P.C.W., Pinton J-F. Universality of rare fluctuations in turbulence and critical phenomena// Nature, 1998, v.396, p.554.

•Pinton J.-F. and Holdsworth P.C.W. Power fluctuations in a closed turbulent shear flow//Phys.Rev.E.-1999.-V.60.-n.3.-P. 2452-2455.

•Lathrop D.P., Fineberg J, H.Swinney. Transition to shear-driven turbulence in Couette-Taylor flow// Phys.Rev.A., 46, 10, 1992, 6390-6405.

Castaing B., Gagne Y. And Hopfinger E.J. Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence//Physica D.-1990.-V.46.-P.177-200.

- Экспериментальные исследования развитого стационарного турбулентного потока (схема Кармана - турбулентность в замкнутом объеме, инициированная вращающимися дисками), установили **статистическую автомодельность функции распределения флуктуаций мощности, инжектированной в жидкость.**
- Статистическая автомодельность проявляется в универсальности функции распределения флуктуаций мощности, измеряемой на вращающихся дисках в пределах **четырёх порядков чисел Рейнольдса** в области значений последних, соответствующих развитой турбулентности .
- Универсальность функции распределения флуктуаций соответствует режиму **резкого падения мощности**, инжектируемой в поток, и связывается с генерацией когерентных структур на масштабах, **близких к интегральному масштабу системы.**
- Функция распределения для нормированной на величину стандартного отклонения флуктуации мощности P обнаружила независимость от числа Рейнольдса и присутствие характерных ветвей с выраженной дисперсией в области значений, отличающихся от средних .
- **Когерентность понимается в смысле распространения пространственно-временных масштабов структур, модифицирующих течение, на интегральный масштаб.**

Long-range correlation and universality of stress fluctuations

Aluminium magnesium alloy 5454-O

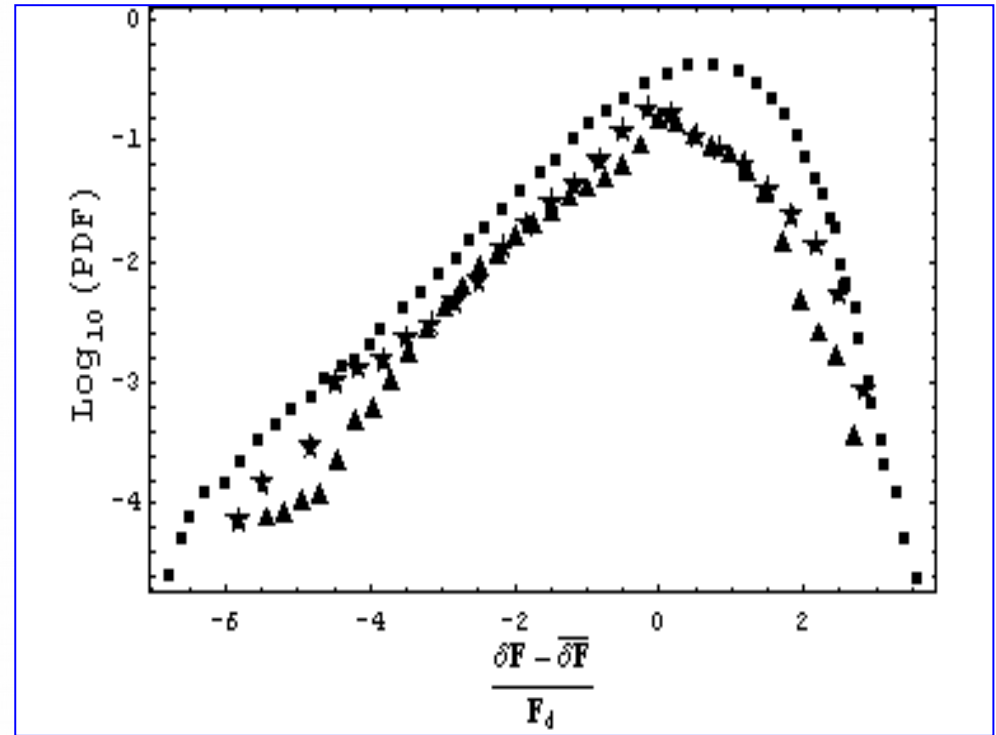
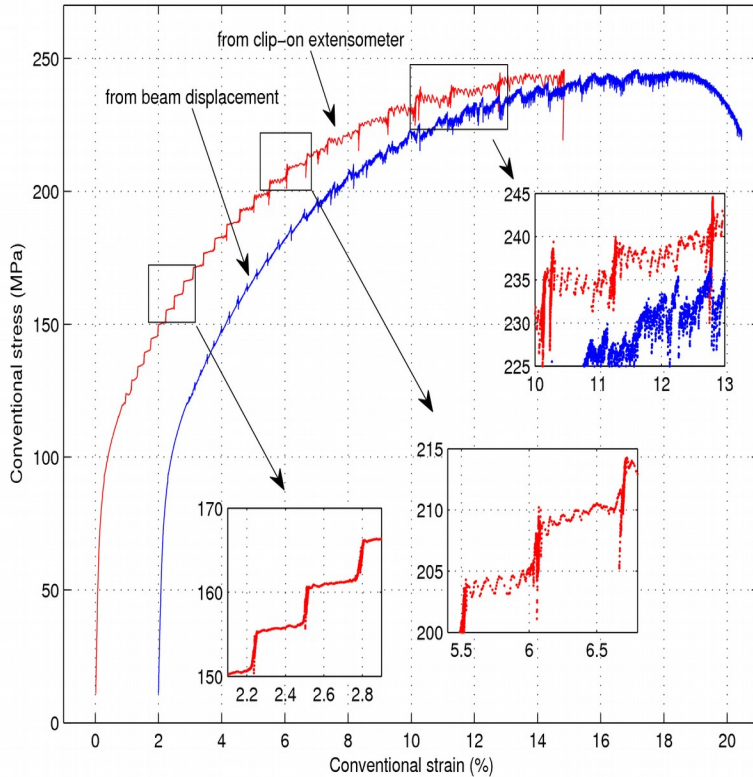


Fig.1. PDF of plastic flow fluctuations for aluminium magnesium alloy (room temperature, tension test for strain rates: \blacktriangledown - $\dot{\epsilon} = 0,01 s^{-1}$; \star - $\dot{\epsilon} = 0,02 s^{-1}$; \blacksquare - $\dot{\epsilon} = 0,02 s^{-1}$ in inertial range of turbulence.

•И.А.Пантелеев, С.Froustey, О.Б.Наймарк. Структурно-скейлинговые переходы и универсальность статистики флуктуаций при пластическом течении металла // ВМСС.- 2009.

B.V.Derjagin: Anomalous Water

- B. V. Derjagin & N. V. Churaev. Nature of "Anomalous Water" . *Nature* **244**, 430-431, 1973.
- Б.В. Дерягин, И.И. Абрикосова, Е.М. Лифшиц, Молекулярное притяжение конденсированных тел, УФН, 1958.
- B.V.Derjagin et al., Shear elasticity of low-viscosity liquid at low frequencies. *Phys.Rev.A*,1990

Our research work on the measurement of the shear elasticity of liquids had started with just the investigation of the shear mechanical properties of the boundary layers of liquids.² We actually detected a shear elasticity in thin layers of liquids at a frequency of shear oscillations of about 10^5 Hz. However, a detailed investigation of this property, depending on the thickness of a tested film, has shown that the shear elasticity is inherent to the bulk liquid. Moreover, it has been established that this property is possessed by all the liquids without exception, independently of their viscosity and polarity.³⁻⁷ In accordance with the present notions, this property should have been observed at frequencies of $10^{11} - 10^{12}$ Hz; that is, at 6-7 orders of magnitude higher frequencies than in the present experiments. This conclusion follows from the fact that the time of settled life of separate liquid molecules in a temporary equilibrium state is a relaxation time of the nonequilibrium state. The relaxation time is evaluated in accordance with the self-diffusion rate. Hence this time, when calculated with the Einstein formula, will be equal to

$$\tau = \frac{\delta^2}{6D} , \quad (1)$$

B.V.Derjagin: Anomalous Water

Numerous investigations of the shear mechanical properties of liquids by other methods indicate that the liquids are Newtonian up to supersonic frequencies. This means that the shear elasticity must be absent also at the frequency of our experiment of 73.5 kHz. Below we shall prove that this contradiction is an apparent one. The shear mechanical properties are usually measured by two methods. The first method is based on a determination of mechanical impedance, when a rotating piezoquartz vibrator is immersed in the liquid under investigation.⁷ In this method, the setup is calibrated by a standard liquid, which is considered to be explicitly Newtonian. Afterwards, on determining the constant of the setup, other liquids are investigated. In accordance to our data,³⁻⁷ all the liquids possess a shear elasticity at the frequencies of shear oscillations of about 10^5 Hz; that is, in nature there is no explicitly Newtonian standard liquid. Therefore, it would be incorrect to measure the shear mechanical properties of liquids by the method of rotary or twisting oscillations.

TABLE I. Values of the shear elasticity and the tangent of the mechanical loss angle.

Liquids	T (°C)	G' (10^{-6} dyn cm $^{-2}$)	$\tan\theta$
Water	23	0.31	0.3
Cyclohexane	22	0.22	0.09
Hexadecane	24	0.75	0.08
Dibutylphthalate	21	0.82	0.21

Регистрация ударно-волновых фронтов в жидкости

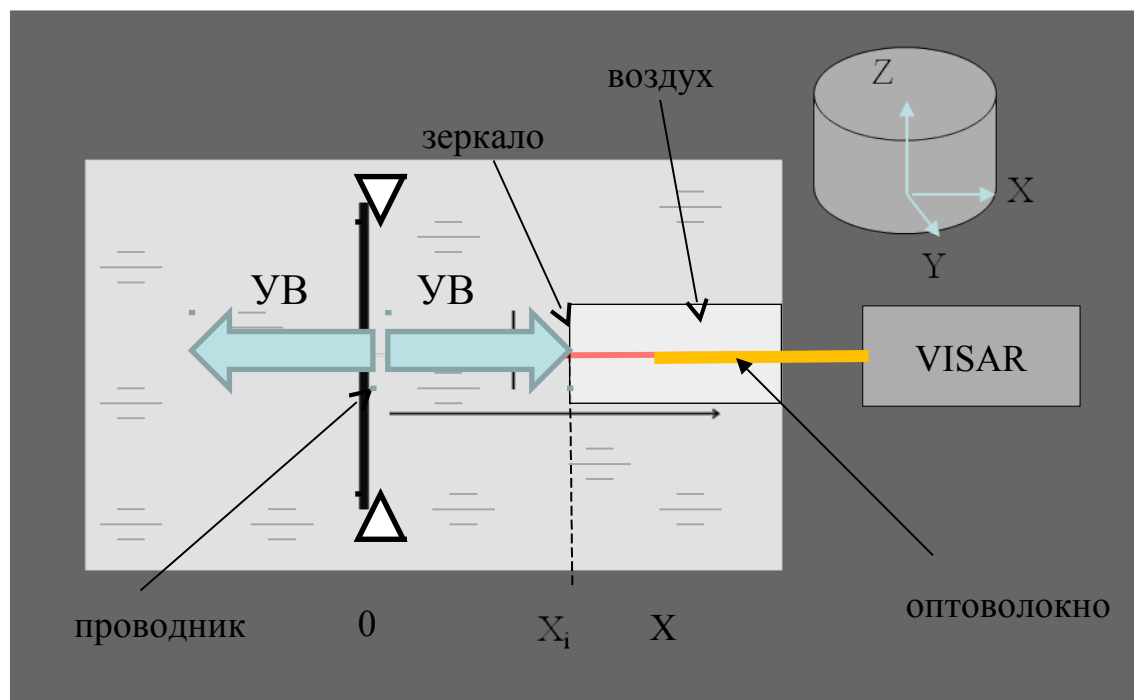
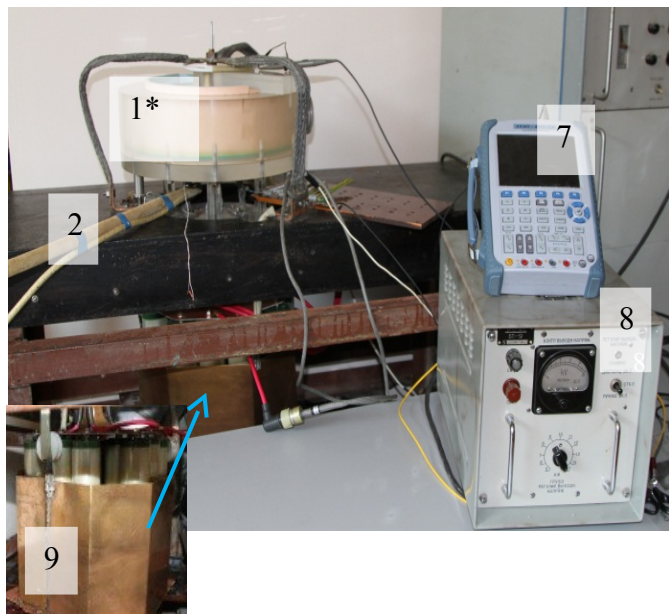


Рис. 1. Схема измерения массовой скорости в жидкости системой VISAR

- **Оптоволоконный приемник:** видимое пятно лазерного луча – 0.2мм.
- **Зеркало:** алюминиевая фольга толщиной 0.01 мм.
- **Граница:** вода – фольга – воздух.
- **Скорость звука в воде:** $c_v = 1450$ м/с.
- **УВ импульс инициируется электровзрывом медного проводника:** длина 15 мм, диаметр 0.01мм, плотность тока $\sim 10^{11}$ А/м²

Схема измерения массовой скорости на ударно-волновом фронте в жидкости

Рис.1 . Схема измерения

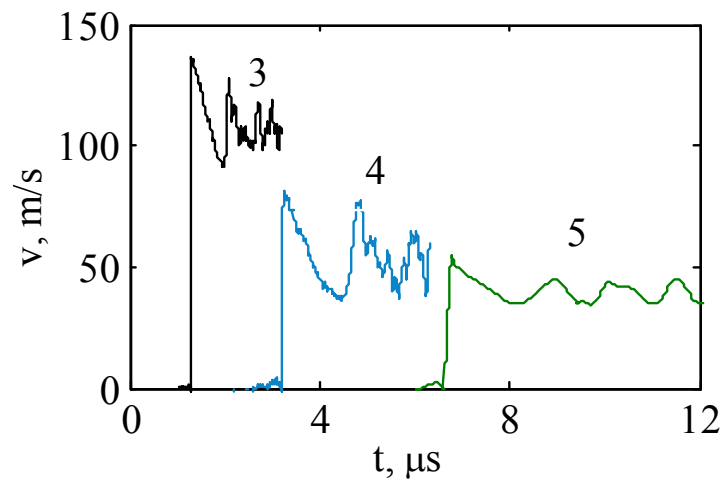
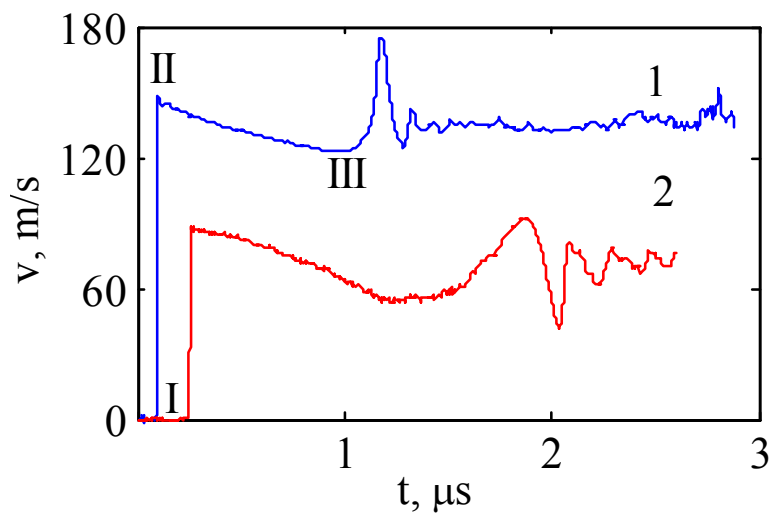
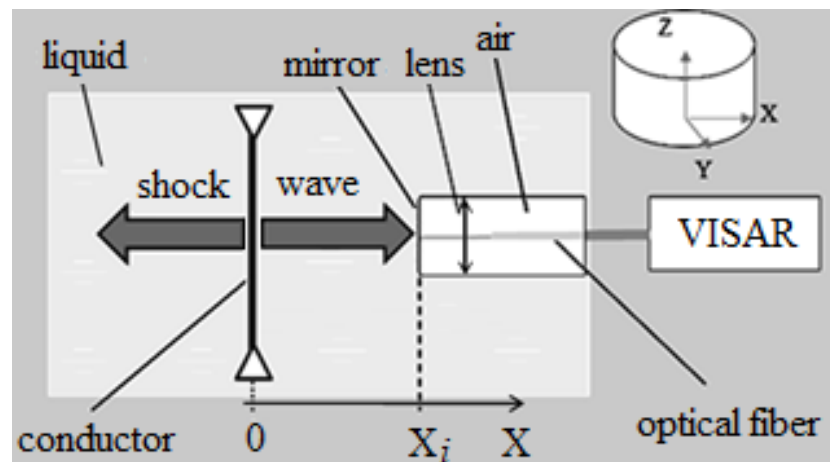


Рис.1. Профили скорости поверхности, полученные на разных расстояниях X от места инициирования взрыва: 1 – 8 мм (28Дж); 2 – 14 мм (28Дж); 3 – 10 мм (28Дж); 4 – 14 мм (28Дж); 5 – 25 мм (28Дж)

Автомодельные закономерности формирования ударно-волнового фронта и откольной прочности

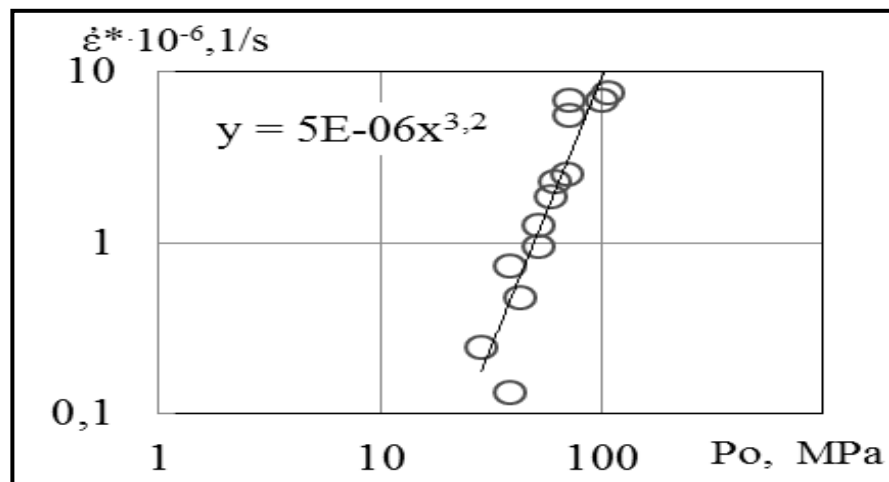


Рис.1 Зависимость скорости деформации от амплитуды импульса сжатия.

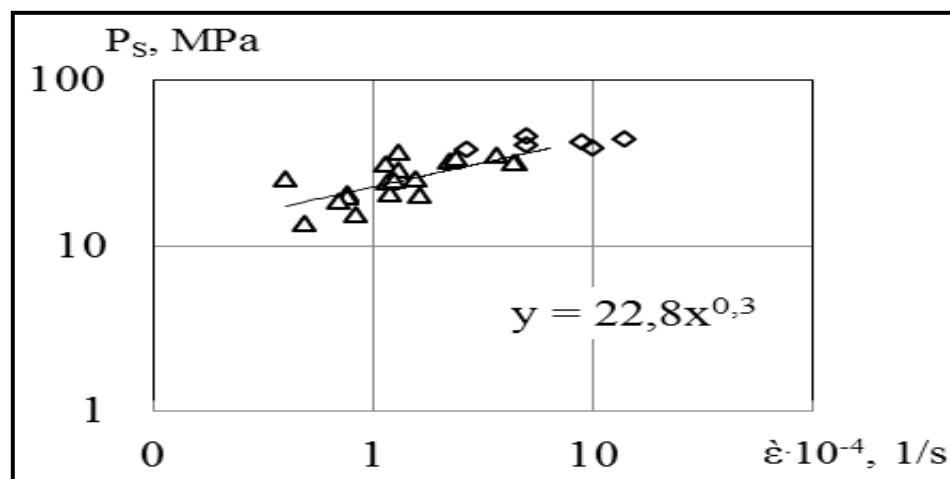


Рис.2 Зависимость откольной прочности от скорости деформации.

Механизмы переноса импульса и неустойчивости в конденсированных средах

- **Физические механизмы, приводящие к развитию неустойчивостей в конденсированных средах, указывают на возможность описания неустойчивостей в жидкостях на основе анализа кинетики флуктуаций, индуцированных структурными изменениями в жидкости [А.Д.Сахаров]**
- **Мезоскопические дефекты, которые по своей природе являются флуктуациями поля смещений в твердых телах, рассматриваются как реальные структурные дефекты в жидкостях при возникновении коллективных движений групп молекул друг относительно друга [Б.В.Дерягин].**
- **Этот механизм движения не соответствует традиционно рассматриваемому для жидкостей (по аналогии с газами) диффузионному механизму переноса импульса, но может играть, как впервые было отмечено Я.И. Френкелем, важную роль в развитии неустойчивостей в жидкостях.**
- **Сахаров А.Д., Зайдель Р.М., Минеев В.Н., Олейник А.Г. // Экспериментальное исследование устойчивости ударных волн и механических свойств вещества при высоких давлениях и температурах // Доклады Академии наук СССР, 1963. Т.159. №5. С.1019.**
- **V. V. Derjagin & N. V. Churaev. Nature of "Anomalous Water" . *Nature* 244, 430-431, 1973.**
- **Б.В. Дерягин, И.И. Абрикосова, Е.М. Лифшиц. Молекулярное притяжение конденсированных тел, УФН, 1958.**
- **V.V.Derjagin et al., Shear elasticity of low-viscosity liquid at low frequencies. *Phys.Rev.A*,1990**
- **Френкель Я.И. // Кинетическая теория жидкостей // Изд-во «Наука», Ленингр. отд., Л., 1975. С.592.**
- **Наймарк О.Б. // Неустойчивости в конденсированных средах, обусловленные дефектами // Письма в ЖЭТФ. 1998. Т.67. №9. С.751.**