

Institute of Theoretical and Mathematical Physics



Russian Federal Nuclear Center -

VNIIEF

Аналитическое и численное решения
с использованием k - ε модели
турбулентности задачи гравитационного
перемешивания лёгкого слоя

О.Г.Синькова, В.П.Стаценко, Ю.В. Янилкин

О к-ε модели в коде ЭГАК

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho k u_k) = (G_1 + G_2) - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\rho D}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_k} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho \varepsilon u_k) = \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} G_1 + c_{\varepsilon 3} G_2 - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\rho D}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right)$$

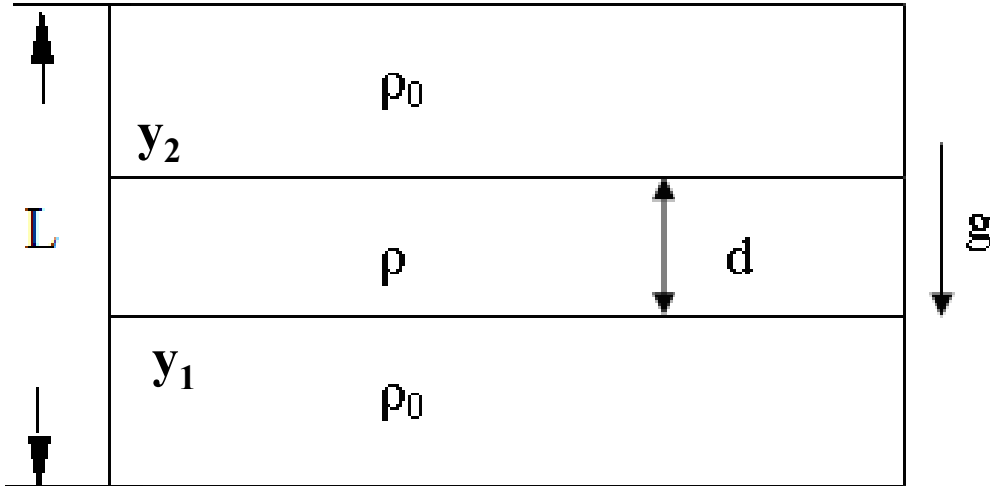
$$D = c_D \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Коэффициенты: $c_D, \sigma_m, \sigma_h, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}, c_{\varepsilon 3}$

	c_D	σ_k	σ_ε	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 3}$	σ_h	σ_m	$c_{\varepsilon 2}$
Стандартный (1-4)	0.09	1	1.3	1.44	1.44	0.9	0.9	1.92
ЭГАК (5)	0.12	3/4	3/4	1.15	1	1/1.7	1/1.7	1.7

- 1.1. Launder, B.E., and Spalding, D.B. // Comp. Meth. In Appl. Mech. And Eng. 1974.
2. Rodi W. // Proc. 2nd Symp. on Turbulent Shear Flows, 1979.
- 2.3. Tahry, S.H. // AIAA, J. Energy. 1983.
4. Llor A. Lect. Notes Phys., 2005.
5. Гужова А.Р., Павлушин А.С., Стаценко В.П. // ВАНТ, сер. ТПФ, 2005.

Постановка задачи



$$L \equiv \Delta y = 2$$

$$d=0.1$$

$$g=1$$

$$y_2 \equiv y_1 + d, \quad y_1 = 0.994$$

Начальное давление:
$$P = P_0 \left(1 - \frac{(\gamma - 1)y}{\gamma \Delta} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{где} \quad \Delta \equiv \frac{P_0}{\rho_0 g}$$

Начальная плотность газов:
$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{(\gamma - 1)y}{\gamma \Delta} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}, \quad \text{при } 0 < y < y_1, \quad 2 > y > y_2,$$

$$\rho = \rho_1 = 1, \quad \text{при } y_1 < y < y_2 \text{ (легкий слой).}$$

$$\rho_0 = 3, \quad P_0 = 16, \quad 106$$

Аналитическое решение автомодельной стадии течения

Эксперименты

В экспериментах* измерялась скорость роста ширины ЗТП на автомодельной стадии (когда скорость константа)

$$b \equiv \frac{dL^*}{dt}; \quad L^* \equiv \frac{L_t}{\sqrt{d \cdot |g_y \cdot (1 - \rho_1 / \rho_0)|}} \equiv \frac{L_t}{B} \quad (1)$$

Экспериментальные данные: **b=0.35-0.37.**

Аналитическое решение уравнений k-ε модели

$$b = (c_{\varepsilon 2} - 1) \sqrt{\frac{2 \cdot c_D}{c_{\varepsilon 2} \cdot \sigma_h}} \quad (2)$$

Аналитическое решение: для наших коэффициентов **b=0.343**
для стандартных коэффициентов **b=0.164**

* *Kucherenko Yu.A., Balabin S.I., Pylaev A.P. // 4th International Workshop on The Physics of Compressible Turbulent Mixing, 1993.*

Постановка 1D расчетов с k-ε моделью

Число ячеек - 1000:

Фоновые значения турбулентной энергии и скорости её диссипации

$$k_{ph} = \varepsilon_{ph} = 10^{-11}$$

В легком слое задавались начальные значения турбулентной энергии и скорости её диссипации:

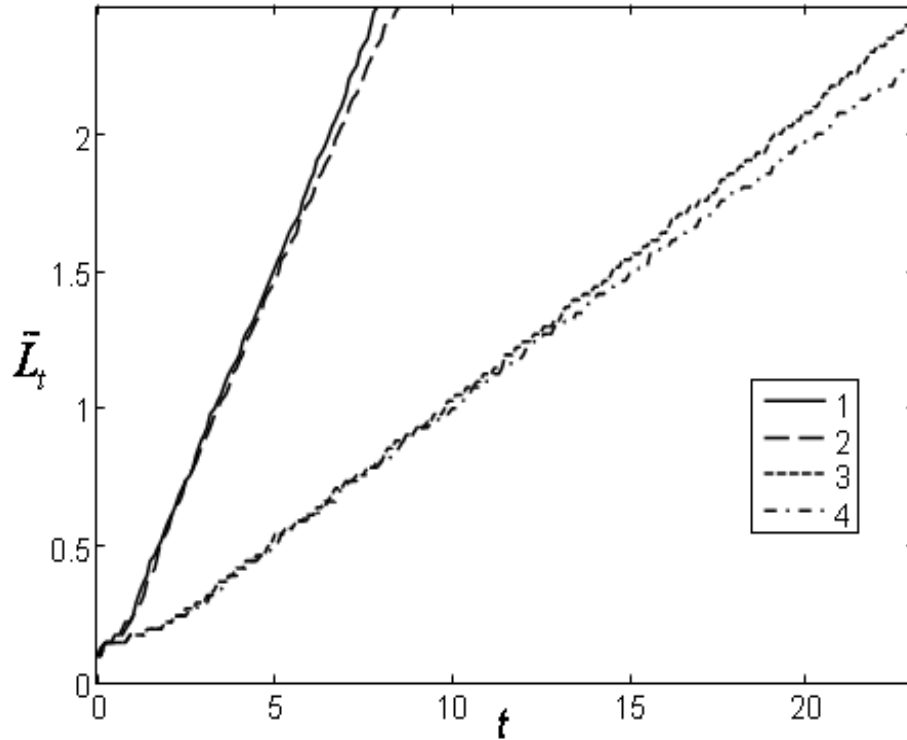
$$k_0 = 10^{-3} \quad \varepsilon_0 = 0.025$$

Результаты 1D расчётов с k-ε моделью

№ варианта	Коэффициенты модели	Начальное давление P_0	b
1	Стандартные коэффициенты	16	0.1
2	Наши коэффициенты	16	0.3
3	Наши коэффициенты	106	0.3
4	Стандартные коэффициенты	106	0.1

Результаты 1D расчетов с k-ε моделью

Ширина ЗТП

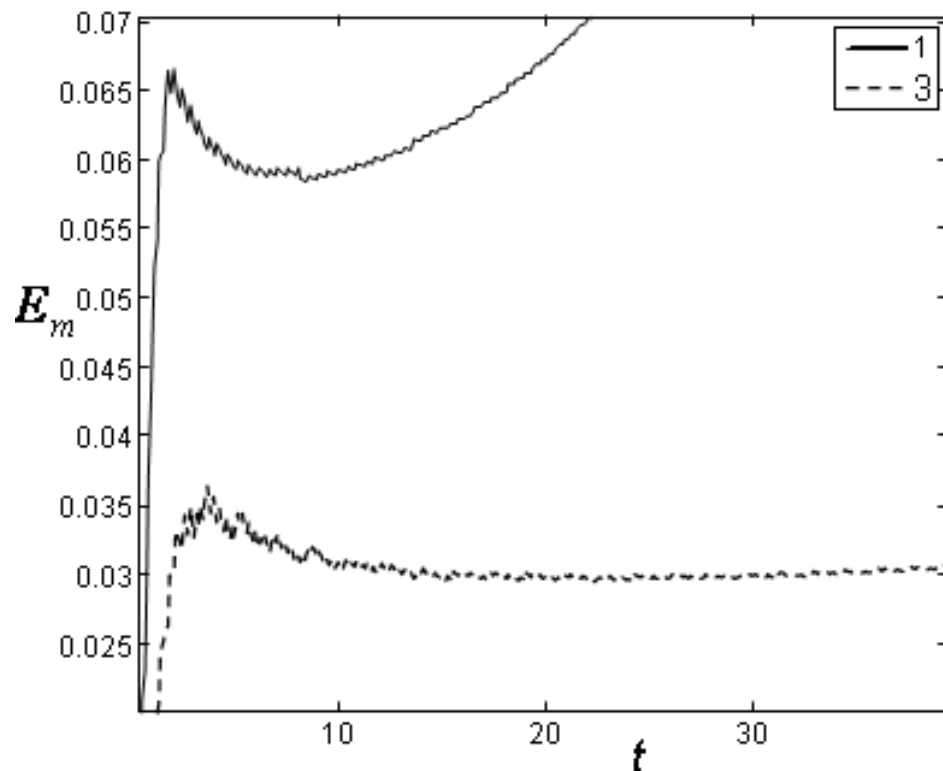
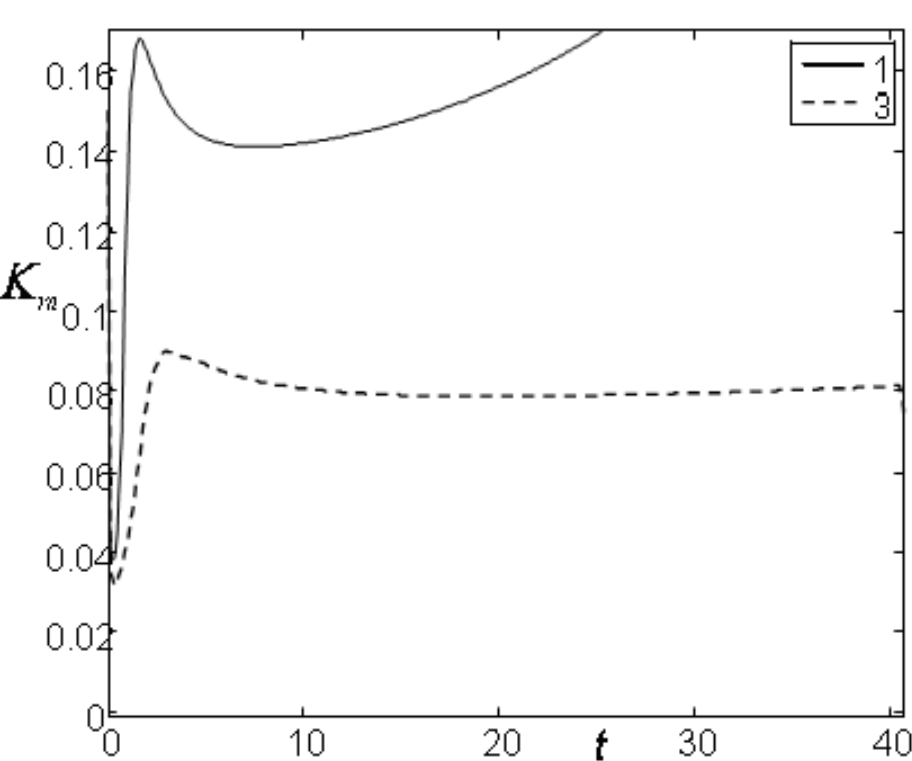


$$\bar{L}_t^* = L_t / \sqrt{d \cdot g \cdot (1 - \rho_1 / \rho_0)}$$

- 1, 2 – расчёты с нашими коэффициентами;**
3, 4 – расчёты со «стандартными» коэффициентами.

Результаты 1D расчетов с k-ε моделью

Максимальные в ЗТП значения k и ε



$$K_m = \max(k) \cdot [d \cdot g \cdot (1 - \rho_1 / \rho_0)]^{-1} \quad E_m = L_t \cdot \max(\varepsilon) \cdot [d \cdot g \cdot (1 - \rho_1 / \rho_0)]^{-1}$$

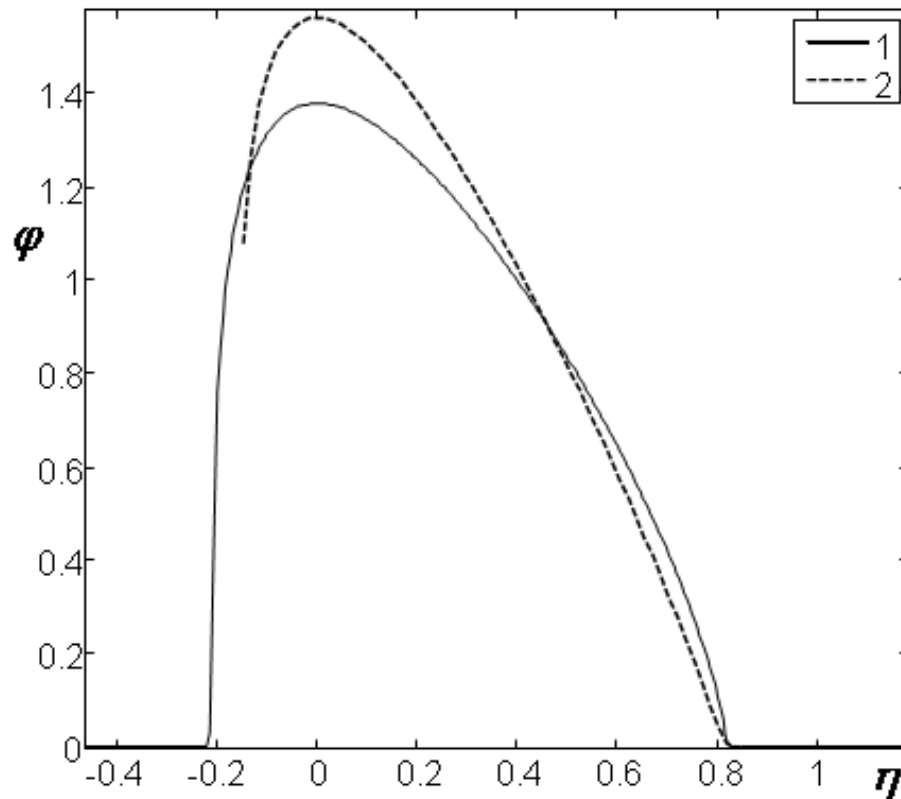
1 – расчёт с нашими коэффициентами;

3 – расчёт со «стандартными» коэффициентами.

Результаты 1D расчетов с к-ε моделью

Автомодельный профиль плотности

$$\varphi(\eta) = \frac{(1 - \rho / \rho_0)}{(1 - \rho_1 / \rho_0)} \cdot \frac{L(t)}{d}$$

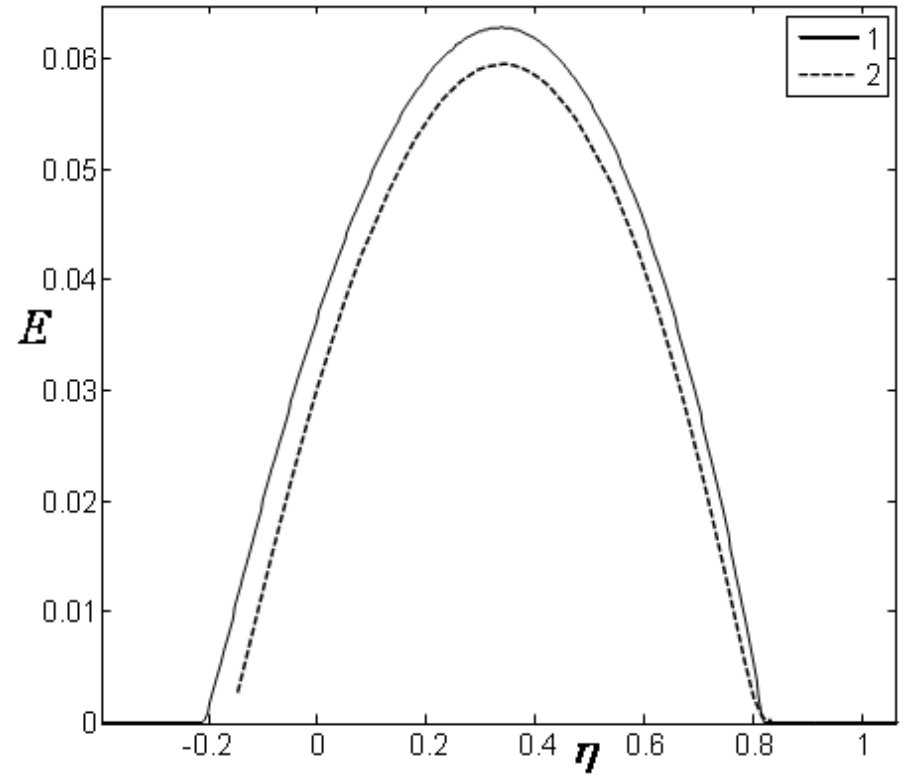
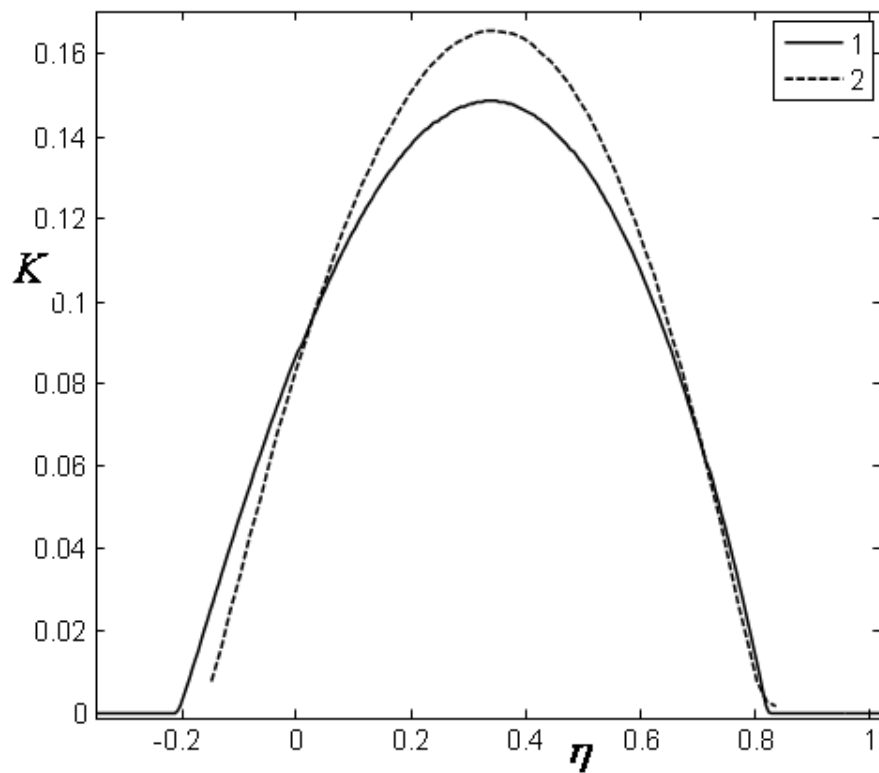


$$\eta \equiv \frac{y - y_d}{L_t}$$

1 – расчёт, 2 – аналитика

Результаты 1D расчетов с к-ε моделью

Автомодельные профили k и ε



1 – расчёт, 2 – аналитика

Постановка 3D расчётов

$$L = 2$$

В лёгком слое, при $y_1 < y < y_2$:

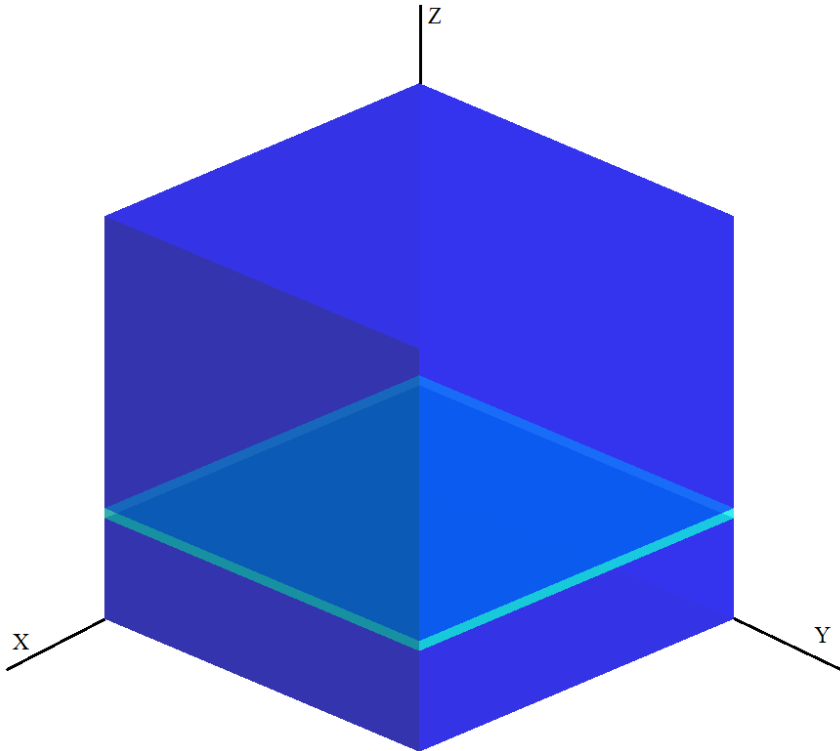
$$\rho = \rho_1 = 0.5,$$

$$y_2 \equiv y_1 + d,$$

$$y_1 = 0.5,$$

$$d = 0.05.$$

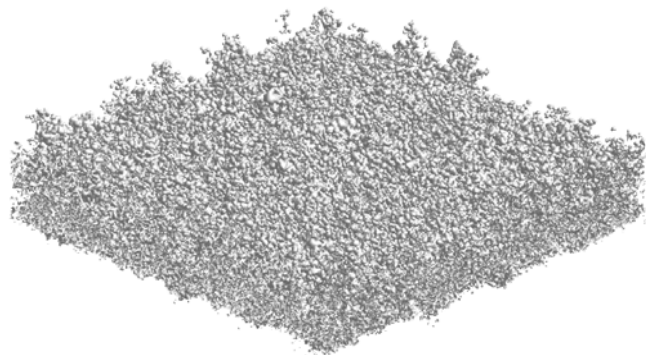
$$P_0 = 30 \text{ и } 100$$



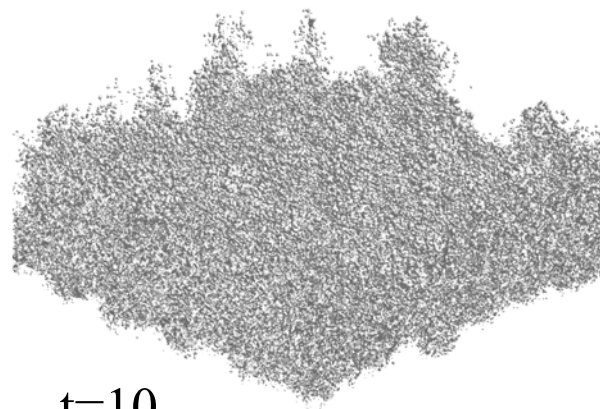
Варианты 3D расчётов и ширина ЗТП

№ варианта	$N_x \times N_y \times N_z$	P_0	b
5	400 x 400 x 400	30	0.43
6	400 x 400 x 400	100	0.435
7	200 x 200 x 200	30	0.38
8	200 x 200 x 200	100	0.38

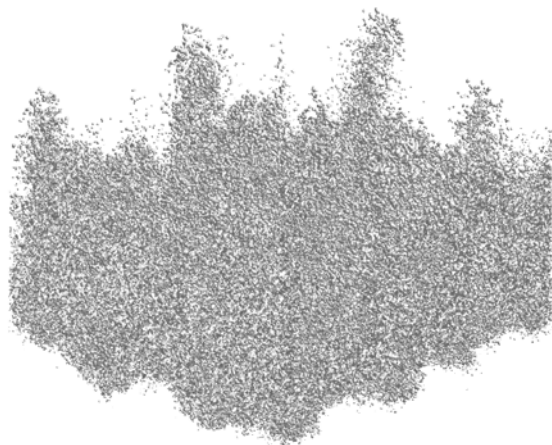
Растровые картины объемной концентрации вещества легкого слоя (расчет 6)



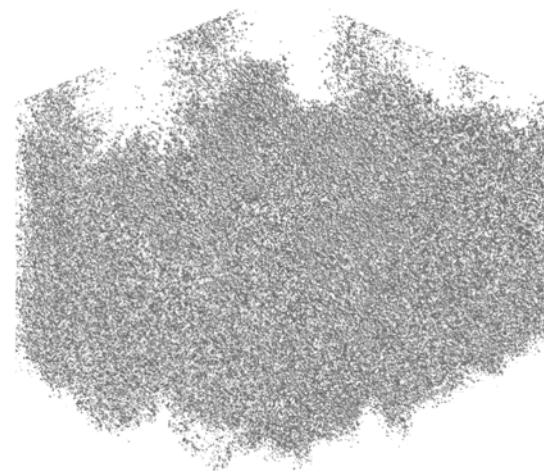
$t=5$



$t=10$

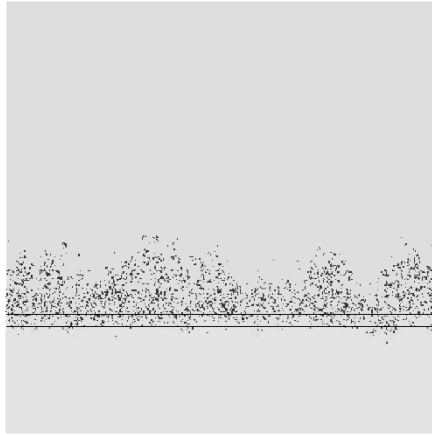


$t=15$

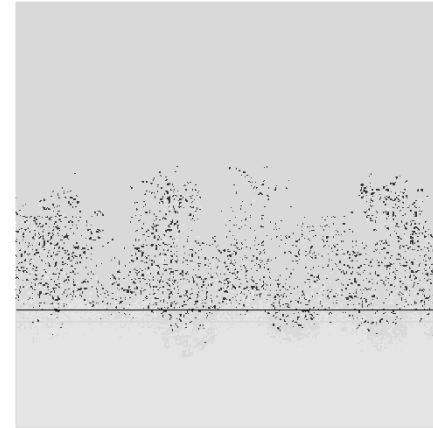


$t=20$

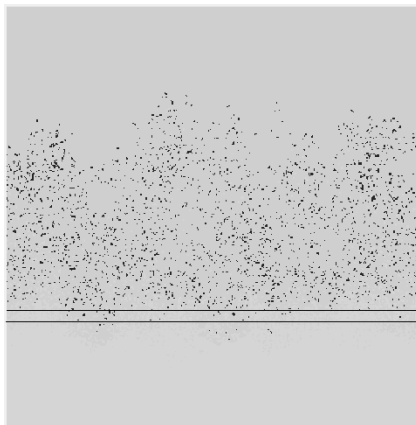
Растровые картины объемной концентрации вещества легкого слоя в 2D сечении $x=1$



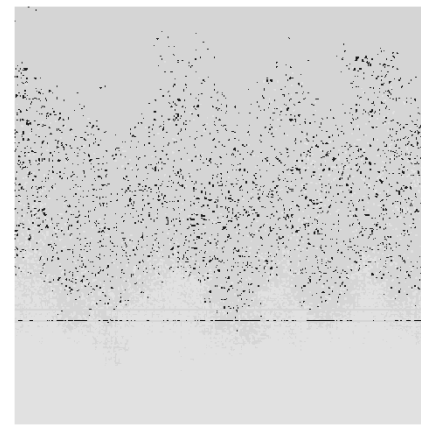
$t=5$



$t=10$



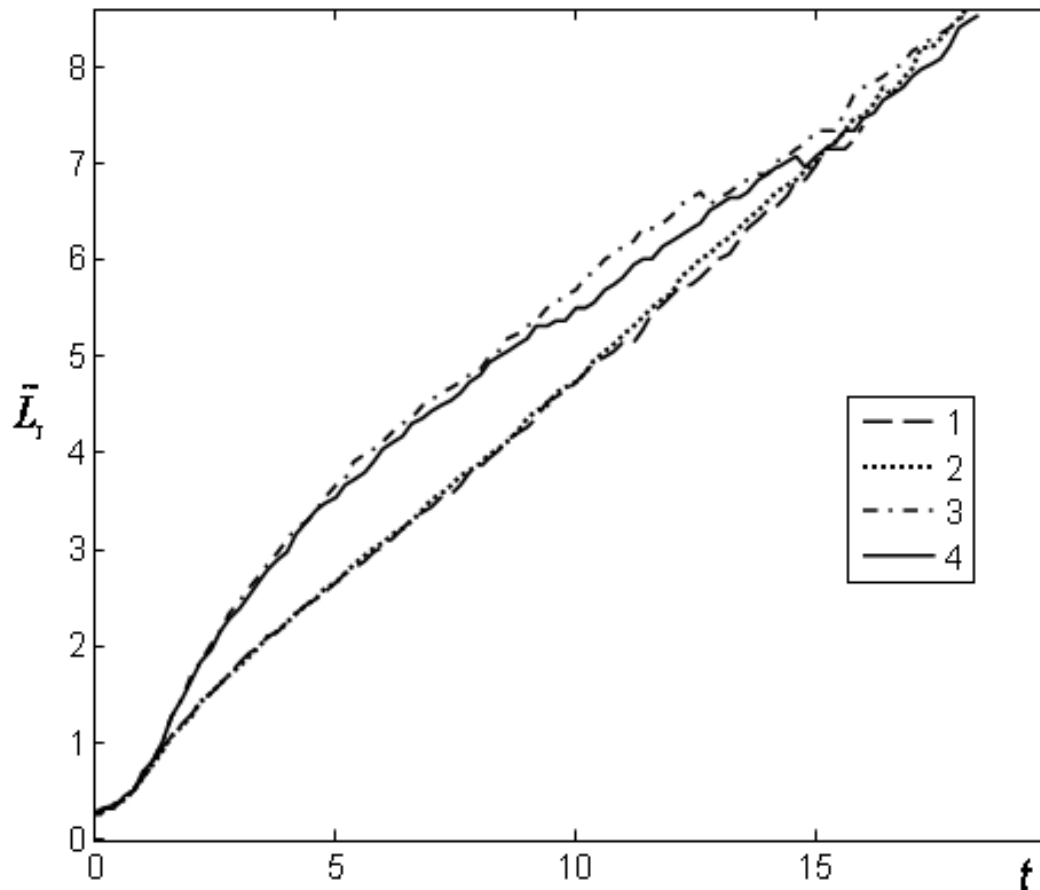
$t=15$



$t=20$

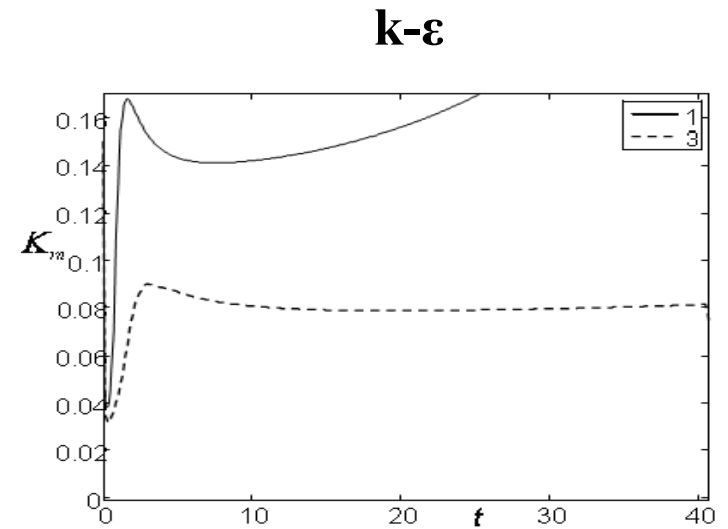
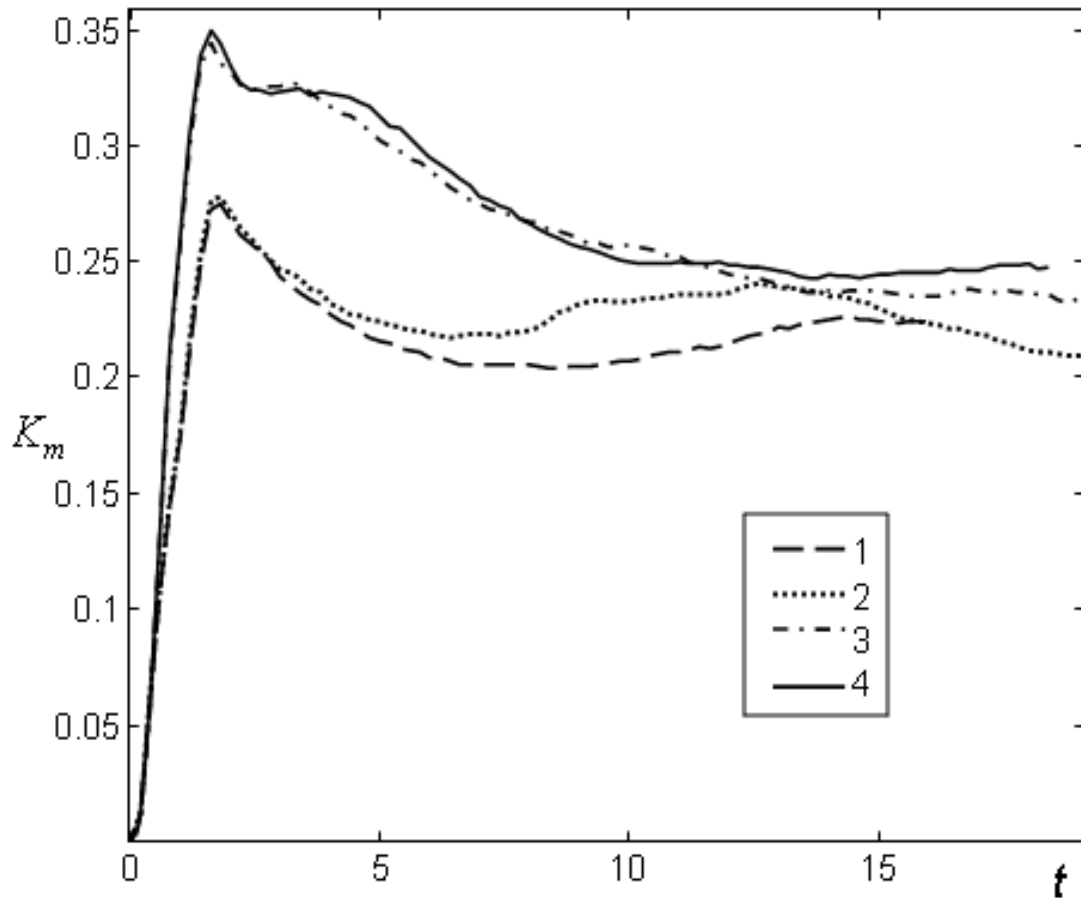
Прямыми линиями указаны начальные положения КГ слоя.

Ширина ЗТП в 3D расчётах



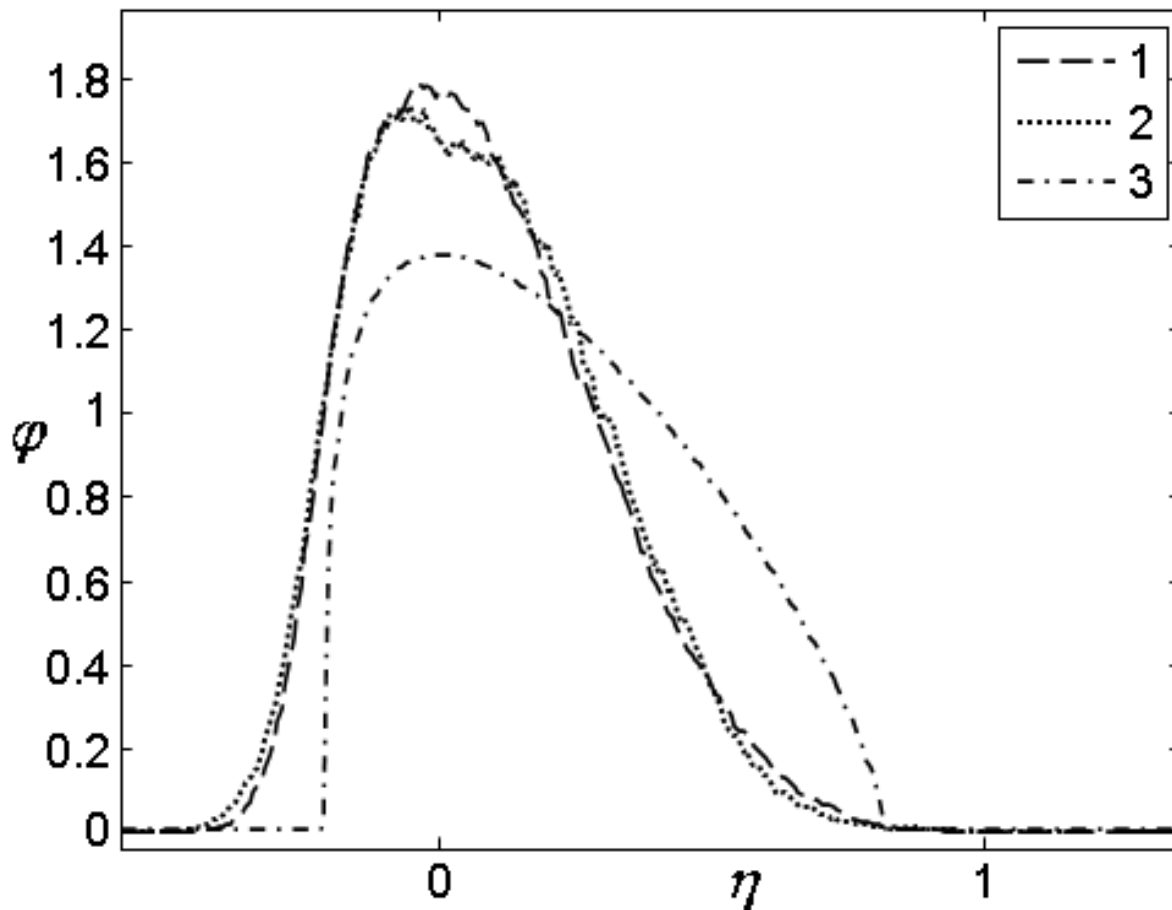
1, 2 – расчёты 5, 6 (N=400); 3, 4 – расчёты 7, 8 (N=200)

Максимальное в ЗТП значение турбулентной энергии в 3D расчётах в сравнении с k-ε



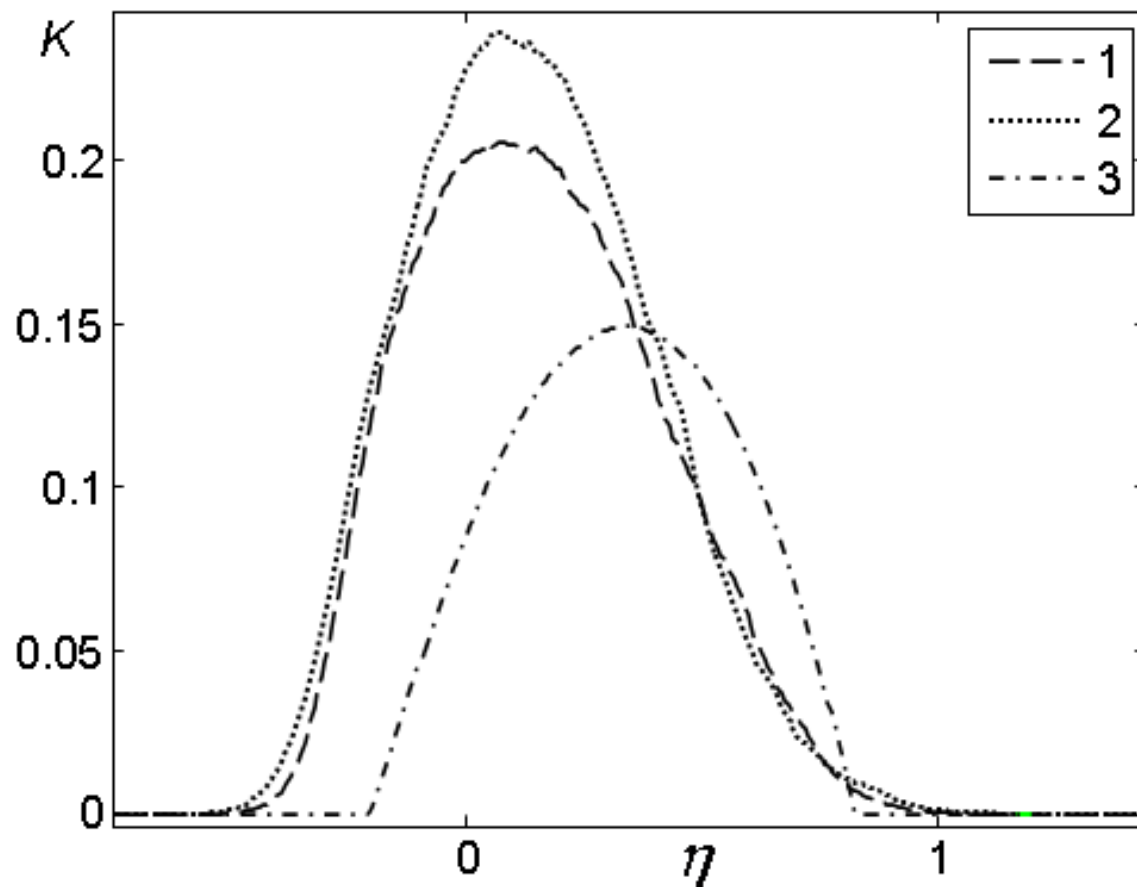
1, 2 – расчёты 5, 6; 3, 4 – расчёты 7, 8

Автомодельная плотность в 3D расчётах в сравнении с k-ε



1 – 3D расчет 5; 2 – 3D расчет 6; 3 – расчёт 3 (k-ε)

Турбулентная энергия в 3D расчётах в сравнении с k-ε



1 – 3D расчет 5; 2 – 3D расчет 6; 3 – расчёт 3 (k-ε)

Основные результаты по скорости роста ширины ЗТП

	коэффициенты	число ячеек	b
3D (DNS)	-	400 ³	0.43
1D (к-ε модель)	стандартные	1000	0.1
1D (к-ε модель)	наши	1000	0.3
аналитика	стандартные	-	0.164
аналитика	наши	-	0.343
опыты			0.35÷0.37

$$b = (c_{\varepsilon 2} - 1) \sqrt{\frac{2 \cdot c_D}{c_{\varepsilon 2} \cdot \sigma_h}}$$

Спасибо за внимание!