

Российский Федеральный Ядерный Центр – ВНИИ технической физики
имени академика Е. И. Забабахина

В. А. Адарченко, С. А. Бабань, А. А. Брагин,
К. Ф. Гребёнкин, О. В. Зацепин, А. С. Козловских,
В. В. Легоньков, Е. Н. Липилина, И. А. Литвиненко,
П. А. Лобода, А. А. Овечкин, Г. Н. Рыкованов,
С. И. Самарин, М. С. Ураков, А. Л. Фальков,
К. Е. Хатунцев

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ЭПИДЕМИИ КОРОНАВИРУСА ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЯМ

Препринт № 264

2020

Оглавление

Реферат	2
Введение	3
1. Дифференциальная модель SEIRD и ее модификации	3
1.1. Базовая модель SEIRD	3
1.2. Модифицированная модель SEIRD	4
1.3. Анализ уравнений модифицированной модели SEIRD	5
1.4. Учет ограничительных карантинных мер и госпитализации выявленных больных	6
1.5. Учет скрытых вирусоносителей	8
2. Статистическая агентная модель	10
2.1. Калибровка параметров агентной модели	10
2.2. Описание распространения эпидемии по агентной модели	11
2.3. Результаты моделирования ситуации в г. Ухане	16
2.4. Результаты моделирования ситуации в г. Нью-Йорке	19
2.5. Результаты моделирования ситуации в г. Москве	22
Заключение	27
Список использованных источников	28

Реферат

Проведено моделирование развития эпидемии COVID-19 с целью предсказания ее параметров в зависимости от принимаемых мер противодействия: средней длительности эпидемии, наличия второго и/или последующих пиков заболеваемости, максимальной нагрузки на систему здравоохранения. Рассмотрено два подхода: детерминистский и статистический, которые используют методы теории нелинейных дифференциальных уравнений и «агентного» моделирования на основе метода Монте-Карло. Приводятся результаты моделирования развития эпидемии в Москве, Ухане и Нью-Йорке.

Введение

Вспыхнувшая в ноябре 2019 года в китайской провинции Хубэй эпидемия заболевания COVID-19, вызываемого коронавирусом нового типа SARS-CoV2, поставила перед многими странами серьезные задачи, которые требовали оперативных, продуманных и обоснованных действий. Помимо необходимых и очевидных решений: закрытие сухопутных границ с зараженными странами, прекращение авиасообщения, мобилизация системы здравоохранения, одной из приоритетных задач стало прогнозирование развития ситуации и составление плана превентивных мероприятий с целью недопущения наиболее неблагоприятного сценария. Значительную роль в этом играют различные математические модели, которые используют накопленный массив данных как о прошедших эпидемиях, так и о текущей, чтобы предсказывать дальнейшее развитие эпидемиологической ситуации.

Эпидемия – это типичный пример цепной реакции: один больной заражает несколько здоровых людей, те в свою очередь еще нескольких и т. д. Поэтому подходы к моделированию развития эпидемии в целом те же, что и при описании динамики роста числа нейтронов в надкритических системах – одной из задач, являющихся традиционными для РФЯЦ – ВНИИТФ.

В настоящей работе проведено моделирование развития эпидемии COVID-19 с целью предсказания ее развития в зависимости от принимаемых мер противодействия. В данном контексте основной интерес представляют средняя длительность развития эпидемии, наличие второго и/или последующих пиков заболеваемости, максимальная нагрузка на систему здравоохранения. Рассмотрено два подхода: детерминистский и статистический. Первый из них использует методы теории нелинейных дифференциальных уравнений, на основе которых построены модификации классической SEIRD-модели.

В первом разделе изложен анализ дифференциальной модели SEIRD [1–3] и ее модификаций. Описаны принципы построения модели: определение основных переменных (разбиение населения на классы), основные уравнения модели и набор параметров, определяемых характеристиками коронавирусного заражения и взаимодействием между выделенными классами. Описан способ калибровки модели по данным о числе заболевших, и приведены некоторые результаты моделирования развития эпидемии для Москвы. Во втором разделе описана статистическая «агентная» модель: способ выделения групп населения, алгоритм розыгрыша взаимодействий между группами, подходы к определению вероятности заражения при взаимодействии и моделированию карантинных мероприятий, способы калибровки модели по данным о числе заболевших.

Основные результаты работы получены в рамках статистического подхода путем «агентного» моделирования на основе метода Монте-Карло. Приводятся результаты моделирования развития эпидемии в Ухане, Нью-Йорке и Москве.

1. Дифференциальная модель SEIRD и ее модификации

1.1. Базовая модель SEIRD

Для моделирования развития эпидемической ситуации была использована нелинейная дифференциальная модель SEIRD [1–3], которая позволяет учесть инкубационный период течения заболевания, а также оценить масштаб смертности при эпидемии. Ранее эта модель успешно применялась для оценки масштабной эпидемии лихорадки Эбола в Западной Африке в 2014–2016 гг.

Согласно базовой модели SEIRD все население считается разделенным на пять классов, английские названия которых составляют аббревиатуру модели:

- восприимчивые, но не зараженные люди, их количество описывается величиной $S(t)$;
- латентные носители инфекции – $E(t)$, которые еще не способны заражать окружающих;
- инфекционные больные – $I(t)$, способные заразить окружающих;
- невосприимчивые люди – $R(t)$, т. е. выздоровевшие с приобретенным вследствие болезни иммунитетом к вирусу;
- умершие от заболевания люди – $D(t)$.

Популяция считается фиксированной во время вспышки, сумма по всем классам не зависит от времени и равна начальному числу людей в популяции (в городе) N . Считается, что в течение латентного (инкубационного) периода E человек уже инфицирован вирусом, но еще не способен заражать окружающих.

1.2. Модифицированная модель SEIRD

Кроме базовой модели SEIRD, для описания развития коронавирусной инфекции на начальном этапе была также использована модифицированная версия этой модели. В то время как в базовой модели SEIRD предполагается, что люди категории E не способны заражать других, по модифицированной модели через некоторое время они могут стать заразными. Более того, такие люди могут быть основным каналом распространения заражения, поскольку они не идентифицированы как заразные, и поэтому, в частности, не подвергаются госпитализации (о чем подробнее речь пойдет дальше). Также учтена способность людей категории E (невыявленных больных) к самоизлечению.

Соответственно, модифицированная модель SEIRD оперирует следующими функциями:

S – число здоровых людей в популяции, которые могут быть заражены;

E – число зараженных людей, заболевание которых еще не выявлено;

I – число больных с подтвержденным диагнозом;

R – число выздоровевших и иммунизированных;

D – число погибших.

Основная схема взаимодействия фаз заболевания показана на рис. 1.

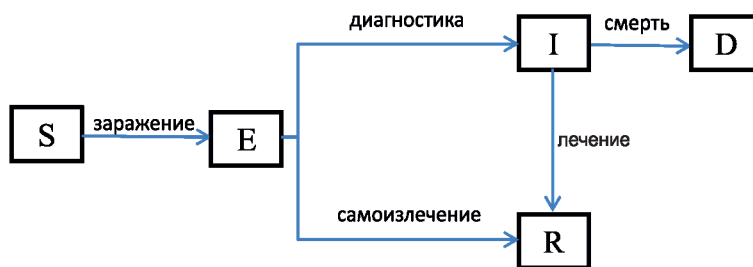


Рис. 1. Взаимодействие фаз заболевания

Основные уравнения модифицированной модели SEIRD имеют вид:

$$\dot{S} = -Z = -\beta S \frac{I+E}{N}; \quad (1)$$

$$\dot{E} = Z - \delta E - \gamma E; \quad (2)$$

$$\dot{I} = \delta E - \gamma I; \quad (3)$$

$$\dot{R} = \gamma(1-\mu)I + \gamma E; \quad (4)$$

$$\dot{D} = \gamma\mu I. \quad (5)$$

Первое уравнение описывает уменьшение числа незараженных лиц вследствие заражения (переход из состояния S в состояние E). Второе уравнение отвечает за баланс зараженных, но не выявленных больных, в том числе выявление зараженных, третье – за баланс больных с подтвержденным диагнозом, а четвертое – за выздоровление. В уравнениях (1)–(5) Z обозначает оператор заражения (в дальнейшем будем говорить в основном о нем); $(I+E)/N$ – доля зараженных в популяции; β – «скорость контакта», выражающая вероятность заразиться при контакте; δ – обратное значение среднего времени до диагностирования инфекции; γ – обратное значение среднего времени излечения больного от момента диагностирования; μ – коэффициент летальности, который определяет долю умирающих относительно выздоравливающих.

Согласно текущим статистическим данным $\mu \approx 0,1 \div 0,12$. Другие коэффициенты, имеющие размерности обратного времени, также считаются постоянными: $\beta \approx 0,36$ (1/дней), $\gamma^{-1} = 11$ дней, $\delta^{-1} = 7$ дней.

1.3. Анализ уравнений модифицированной модели SEIRD

Подставим уравнение (1) в (2) и сложим с (3). У нас получится простое уравнение для всех зараженных $E+I$:

$$\frac{d(E+I)}{dt} = \beta \frac{S}{N} (E+I) - \gamma (E+I), \quad (6)$$

которое в приближении $S/N \approx Const$ имеет очевидное экспоненциальное решение

$$(E+I) \sim e^{\lambda t}, \quad (7)$$

где показатель скорости роста

$$\lambda = \beta \frac{S}{N} - \gamma. \quad (8)$$

Если величина λ положительна, то заражение неограниченно разрастается (собственно, это и есть эпидемия), если отрицательна – затухает.

На начальном этапе развития эпидемии, когда число инфицированных много меньше объема популяции, отношение S/N практически равно единице, и

$$\lambda = \beta - \gamma. \quad (9)$$

На заключительном этапе, когда переболеет практически всё население, $S/N \approx 0$ и $\lambda = -\gamma$. Это соотношение определяет максимальную скорость убывания больных.

Таким образом, общее решение уравнения (6) состоит из трех основных частей: участка экспоненциального роста числа больных со скоростью $\beta - \gamma$, максимума и участка экспоненциального спада со скоростью γ . В логарифмических координатах экспоненциальные участки являются прямыми линиями. Подобный результат получается и по базовой SEIRD-модели. В частности, на рис. 2 представлена временная зависимость числа выявленных инфицированных больных в Москве. Расчет проводился до времени 625 суток с шагом по времени 1 час. За дату начала эпидемии принималось 14 марта 2020 года. Параметры модели были подобраны так, чтобы описать данные по заболеваемости вирусом в Москве к началу апреля 2020 г.

Экспоненциальный характер нарастания на начальном участке делает неприципиальным вопрос о начальных условиях системы уравнений: изменение начального числа инфицированных эквивалентно смещению зависимости по оси времени, поэтому для описания фактических

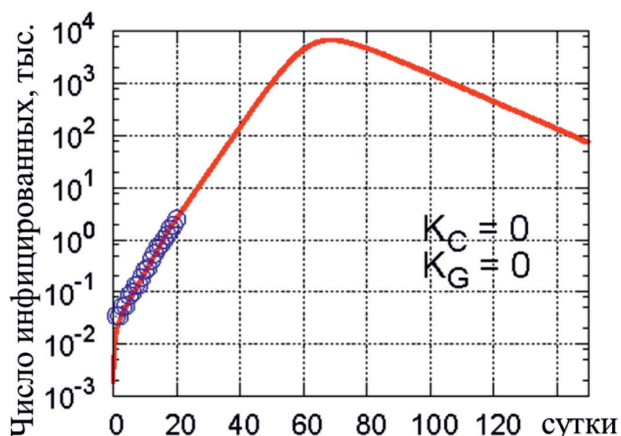


Рис. 2. Число выявленных инфицированных больных в г. Москве по базовой модели SEIRD. Кружками показано число зарегистрированных случаев заболевания

данных всегда можно подобрать необходимые даты начала расчета и начальное число инфицированных больных. Также отметим, что величины SEIRD-модели могут задаваться как в абсолютных значениях, так и в относительных, например в долях от популяции. Так, на рисунке показано «совпадение» расчетных данных (красная кривая) с фактическими данными по заражениям в Москве на начальном этапе – до введения карантинных мер (кружки).

В практике удобно пользоваться коэффициентом дневного нарастания (КДН) – отношением числа зарегистрированных больных в некоторый день к тому же числу накануне:

$$\text{КДН} = e^{\lambda} \approx 1 + \lambda, \quad (10)$$

который легко может быть вычислен по данным наблюдений. Так, для Москвы на начальном этапе (до введения карантина) КДН составлял порядка 1,27. Отсюда можно оценить значение β :

$$\beta \approx \text{КДН} - 1 + \gamma = 0,36 \quad (11)$$

при $\gamma = 0,09$ (см. выше). Тогда отношение

$$\frac{\beta}{\gamma} = 4. \quad (12)$$

Это отношение играет важную роль в вопросе развития эпидемии, поскольку определяет, во сколько раз необходимо уменьшить величину β за счет принятия каких-то мер (например, карантинных), чтобы эпидемия стала затухать.

Прежде всего, отметим, что принимаемые меры могут быть временными и постоянными. К временным мерам следует отнести карантинные различного уровня жесткости, а также полную или частичную госпитализацию (или изоляцию от общества) выявленных больных. Постоянной мерой может служить иммунизация населения: естественная – за счет того, что большая часть населения переболеет, либо искусственная – вакцинация, когда необходимая вакцина будет создана.

Обратимся к (8) и перепишем условие отрицательности λ в виде

$$\frac{S}{N} < \frac{\gamma}{\beta}. \quad (13)$$

Из этого соотношения следует, что для полной победы над эпидемией необходимо иммунизировать 75% населения естественным или искусственным путем.

1.4. Учет ограничительных карантинных мер и госпитализации выявленных больных

Карантинные меры – это комплекс ограничений, направленных на сокращение взаимодействия людей друг с другом с целью уменьшения скорости распространения инфекции по популяции. В терминах модели – это коэффициент $0 \leq K_C \leq 1$, определяющий снижение активности населения в условиях карантина или, точнее, скорость распространения инфекции: 0 соответствует от-

сутствию карантина; 1 – полный карантин. Соответственно в выражении для оператора заражения появляется множитель $1 - K_C$:

$$Z = \beta \frac{S}{N} (1 - K_C) (E + I).$$

Для описания временно вводимых ограничительных мер, а также мер, изменяющихся по «жесткости», коэффициент K_C делается переменным во времени. В простейшем случае временного введения карантина это будет ограниченная ступенька, в более сложных случаях это, как правило, кусочно-постоянная функция, описывающая изменения карантинных условий в соответствии с принимаемыми властями мерами.

Другой коэффициент – коэффициент госпитализации K_G – используется для учета выявленных больных из категории I , которые изолируются от общества в клиниках и тем самым перестают заражать здоровых людей:

$$Z = \beta \frac{S}{N} (1 - K_C) (E + (1 - K_G) I).$$

Поскольку госпитализация применяется только к выявленным больным из категории I , соответствующий коэффициент вводится только в это слагаемое.

Данные коэффициенты могут рассматриваться как эффективное изменение основного коэффициента β , соответственно в решении будет изменяться (уменьшаться) наклон (см. рис. 2). Отметим, что в рамках базовой модели SEIRD основными распространителями вируса являются лица из категории I , поэтому влияние коэффициента K_G может быть очень сильным, вплоть до полного подавления распространения эпидемии при 100%-ной госпитализации больных (рис. 3).

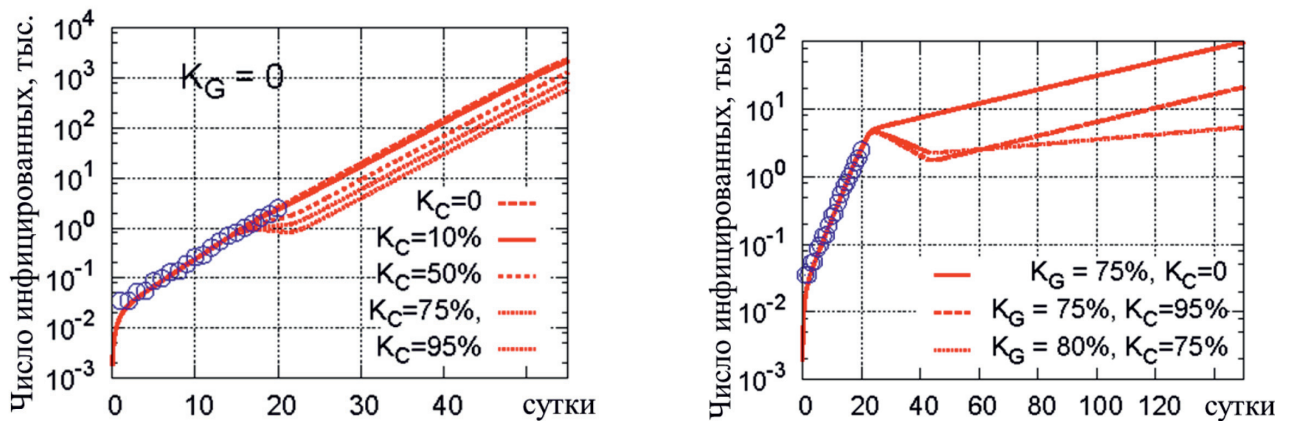


Рис. 3. Число выявленных инфицированных больных в г. Москве по модели SEIRD.

Кружками показано число зарегистрированных случаев заболевания. Показано изменение динамики эпидемии в г. Москве при различных комбинациях K_C и K_G на ограниченном по протяженности отрезке времени

Необходимо констатировать, что введение временных карантинных мероприятий на начальном этапе развития эпидемии (восходящая ветвь решения), согласно модели, приводит только к некоторой задержке, или отсрочке, развития основного пика, поскольку сам пик формируется условием появления значительного числа переболевших: $S/N \approx \gamma/\beta$, а на начальном этапе это отношение по-прежнему остается близким к единице, и карантинные мероприятия не уменьшают его в достаточной степени.

В итоге положение пика смещается по времени (рис. 4), но ни его амплитуда, ни интегральные показатели (полное число переболевших, показатель смертности) не изменяются. Тем

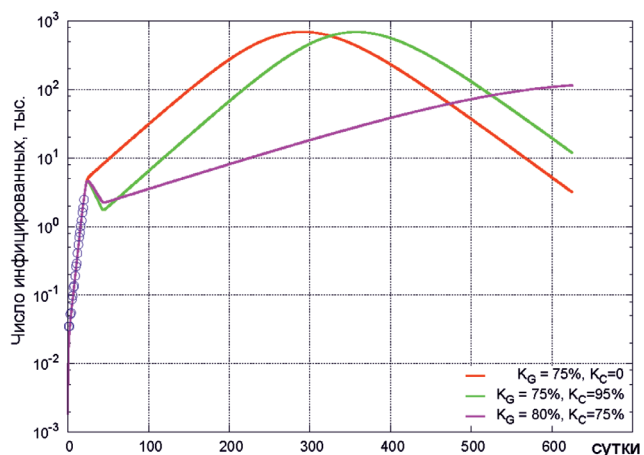


Рис. 4. Влияние карантинных мероприятий на амплитуду и сдвиг основного пика зависимости числа выявленных инфицированных больных в г. Москве. Кружками показано число зарегистрированных случаев заболевания

не менее такой карантин дает некоторую отсрочку для подготовки системы здравоохранения к приему большого числа больных, а также ученым-вирусологам – на создание и тестирование вакцины от коронавируса. Последнее является чрезвычайно важным фактором, поскольку в рамках собственно модели единственным способом победы над эпидемией является естественная иммунизация населения через болезнь – должны переболеть все. Вакцинация позволяет сразу переводить людей из категории S в категорию R , причем массово, тем самым существенно снижая и пиковые нагрузки на систему здравоохранения, и конечные интегральные показатели эпидемии.

1.5. Учет скрытых вирусоносителей

Медики традиционно разделяют течение болезни на два основных периода: инкубационный период, когда человек уже заражен, но еще не проявляет признаков заболевания, и собственно период болезни, когда проявляются симптомы. На это деление накладывается период заразности, границы которого не совпадают с границами периода заболевания: человек становится заразен для окружающих до окончания инкубационного периода и может стать незаразен ранее окончания основного периода болезни. Таким образом, в делении стадий болезни появляется дополнительный период, когда человек уже заразен, но еще не проявляет симптомов. Такие лица являются «бессимптомными» вирусоносителями.

Далее, у коронавируса проявилось такое свойство, в связи с которым некоторые люди остаются в бессимптомном состоянии до самого окончания болезни и полного выздоровления. Такие люди, как правило, не обращаются к врачам и не проходят тестирование на наличие РНК коронавируса. Наконец, могут быть больные с невыраженными (легкими) симптомами, которые также не обращаются к врачам. Всех этих людей объединяет то, что они не зарегистрированы как зараженные, продолжают вести нормальный образ жизни и взаимодействуют с окружающими обычным образом, но при этом являются заразными. В дальнейшем таких людей будем называть «скрытыми» вирусоносителями.

В первое время предполагалось [4], что такие лица составляют очень небольшой процент от общего числа зараженных, и их можно не учитывать в моделировании. Однако позднее исследования, проведенные в КНР, Германии, а затем и в разных местах в США, показали, что их число фактически может быть очень большим – 50–80%, а по некоторым данным – и до 99%. Поскольку эти люди не выявляются и не госпитализируются, они оказываются основными разносчиками вируса в популяции, а значимость коэффициента госпитализации соответственно падает.

Для корректного учета скрытых вирусоносителей в базовую модель SEIRD было введено дополнительное состояние L , соответствующее заразным, но не выявленным лицам (с точки зрения модели неважно, проявляются у него симптомы или нет, важно – выявлен ли вирус). Соответствующая версия модели SEIRD получила название SELIRD. Уравнения модели SELIRD имеют следующий вид:

$$\begin{cases} Z = \beta \frac{S}{N} (1 - K_C) (L + (1 - K_G) I), \\ \dot{S} = -Z, \\ \dot{E} = Z - \delta E, \\ \dot{L} = \omega \delta E - \gamma L, \\ \dot{I} = (1 - \omega) \delta E - \gamma I, \\ \dot{R} = (1 - \mu) \gamma (I + L), \\ \dot{D} = \mu \gamma (I + L), \end{cases} \quad (14)$$

здесь ω — доля скрытых вирусоносителей, остальные параметры те же, что и раньше. На рис. 5 показана диаграмма переходов между возможными состояниями в модели SELIRD.

Вероятность перехода из состояния E по-прежнему определяется коэффициентом δ , но покидающие состояние E люди делятся между L и I с коэффициентами ω и $1 - \omega$, соответственно. Аналогичным образом в операторе заражения Z модифицированной модели вместо E появляется слагаемое L , на которое не распространяется коэффициент K_G . При этом состояние E переопределяется: как и в базовой модели SEIRD, оно описывает число носителей инфекции, которые еще не способны заражать окружающих.

Если отвлечься от коэффициента K_G , то такая замена никак не влияет на решение для суммарного числа зараженных $E + L + I$, однако она очень существенна с точки зрения описания наблюдаемых параметров эпидемии. Поскольку реально наблюдается не общее число зараженных, а только число выявленных больных, т. е. I , то наблюдаемый пик эпидемии будет в $1 - \omega$ раз ниже, чем без учета скрытых вирусоносителей. Аналогично, пропорциональным образом уменьшится и смертность от эпидемии.

Поэтому определение величины ω чрезвычайно важно для прогнозирования нагрузки на систему здравоохранения в пике, а также на конечные интегральные показатели эпидемии. Это иллюстрируется графиками на рис. 6. Чем больше ω , тем ниже амплитуда регистрируемого пика заболеваемости. Однако следует иметь в виду следующее обстоятельство. В условиях отсутствия каких-либо карантинных мер амплитуда пика полностью определяется коэффициентом ω , и, имея соответствующие статистические данные, можно было бы надежно определить его величину. Однако в условиях карантина амплитуда пика может определяться как совместным действием ω и K_C , так и — в предельном случае — только K_C . Поэтому совпадение статистических данных на рис. 6 с зависимостями, полученными при $\omega = 0,98 \div 0,99$, к сожалению, не означает, что этот коэффициент именно такой. На сегодняшний день в величине ω по-прежнему имеется значительная неопределенность: его значение оценивается в интервале от 0,45 до 0,95.



Рис. 5. Диаграмма перехода между состояниями в модели SELIRD

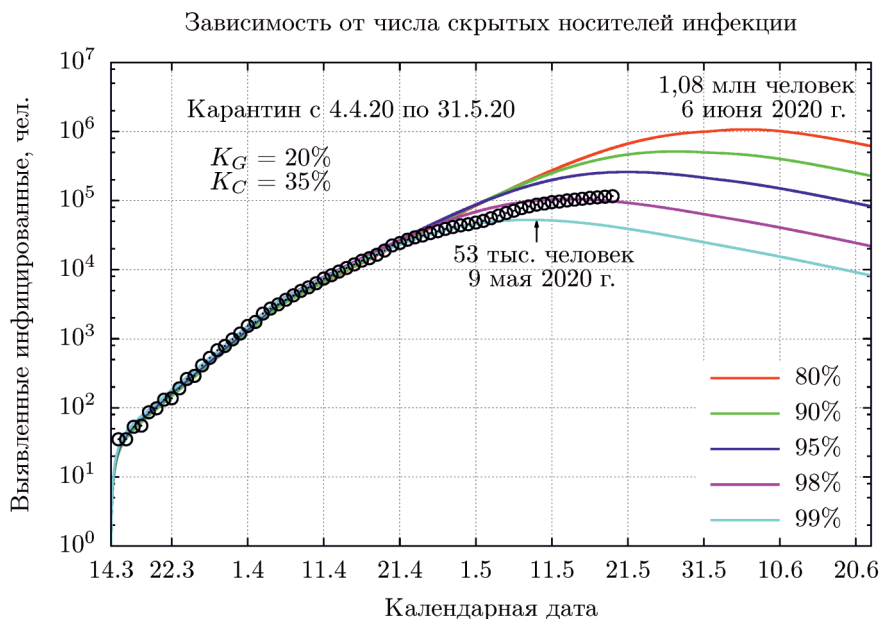


Рис. 6. Развитие эпидемической вспышки в Москве при различном числе скрытых носителей инфекции по модели SELIRD.

Кружками показано число зарегистрированных случаев заболевания

2. Статистическая агентная модель

Альтернативным подходом, применяемым для описания развития эпидемии, является так называемое агентное моделирование [5]. В этом случае рассчитывается динамика каждого представителя популяции, а вероятность инфицирования в каждом конкретном месте вычисляется, исходя из количества присутствующих там переносчиков инфекции. Такой подход позволяет непосредственно учитывать эффективность тех или иных карантинных мероприятий и явно выделять каналы распространения инфекции. Наиболее естественным способом математической реализации такого подхода является метод Монте-Карло, широко применяемый для моделирования распространения нейтронов в системах различного типа [6]. Процесс распространения инфекции в этом случае удастся формализовать таким образом, что описание его динамики будет похоже на динамику распространения нейтронов в надкритичной системе.

2.1. Калибровка параметров агентной модели

На первых этапах исследования параметры вирусной инфекции были определены, ориентируясь на данные, приведенные в работе [4]. Позже они были дополнены и скорректированы по данным [7, 8]. В частности, из [7] была взята оценка длительности периода латентности. В результате в модели были зафиксированы этапы и длительности фаз заболевания.

Ежедневная информация о числе зараженных и количестве смертей в моделируемых городах бралась из электронных источников: для Москвы [9], Нью-Йорка [10] и Уханя [10]. Сведения, характеризующие карантинные мероприятия (виды мероприятий и даты вступления их в силу) для Нью-Йорка и Москвы взяты из компиляций на страницах [11–13] со ссылками на официальные источники, а также из данных, приведенных в [14]. Оценка эффективности карантинных мероприятий делалась на основе данных, представленных сервисом COVID-19 Google Community Mobility Reports [15].

Модель Москвы, ее социальной структуры, сети розничных торговых предприятий основывалась на оценках, сделанных по статистическим данным Федеральной службы государственной статистики, представленных на официальном сайте [16] и в ежегодном сборнике [17].

При построении модели транспортных потоков города использовались данные сервиса «Яндекс Исследования» об активности движения транспорта в течение дня [18]. Построенная модель экстраполировалась на Нью-Йорк и Ухань.

2.2. Описание распространения эпидемии по агентной модели

В разработанной агентной модели представлено пять основных групп населения, которые приведены в табл. 1. Указанное распределение соответствует данным для Москвы. Как показал анализ имеющихся статистических данных, такое распределение характерно для большинства крупных мегаполисов.

Таблица 1

Группы населения в агентной модели

Группы населения	Количество, %
школьники и дошкольники	21
студенты	10
работники предприятий и офисов	24
работники сферы обслуживания	25
работники сферы жизнеобеспечения	3
пенсионеры	17

Каждый житель моделируется математической частицей, последовательно попадающей в различные ячейки. Каждая ячейка описывает место взаимодействия между частицами: квартиру (дом), место работы или учебы, транспорт, магазины и торговые центры. Группы жителей отличаются способами взаимодействия, которые описываются различными алгоритмами перехода из одной ячейки в другую. Например, динамика поведения работников предприятий и офисов описывается алгоритмом: «дом» – «транспорт» – «работа» – «транспорт» – «магазин» – «дом». Динамике поведения пенсионеров соответствует алгоритм: «дом» – «транспорт» – «магазин» – «транспорт» – «дом», школьники и дошкольники не пользуются ячейками «транспорт» и «магазин».

Все жители приписаны к конкретным ячейкам «дом», учащиеся – к ячейкам «класс», студенты – к ячейкам «ВУЗ», работающие – к ячейкам «работа». Работники сферы обслуживания, как и все работающие, пенсионеры и студенты, приписаны к ячейкам «магазин». По ячейкам «транспорт» пользующиеся им группы населения распределяются случайным образом. В каждой ячейке рассчитывается вероятность заражения, которая зависит от площади ячейки, количества находящихся в ней инфицированных людей и времени пребывания в ней.

В модели на настоящий момент имеется три типа транспортных ячеек: вагон метро, автобус или микроавтобус, которые различаются площадью и количеством находящихся в них частиц. Для определенности предполагается, что общественным транспортом пользуется 70% взрослого населения. Также рассматривается три типа продовольственных торговых центров: гипермаркеты, супермаркеты и магазины шаговой доступности. Параметры этих ячеек выбраны исходя из доступных статистических данных о пассажирских перевозках и торговых площадях по Москве. Основные данные, применяемые при моделировании, представлены в табл. 2, где введены обозначения: S – площадь; M – количество одновременно посещающих человек; ΔT – длительность посещения. В таблице также приведено соотношение $(M/S)\Delta T$, которое является относительной характеристикой вероятности заражения в той или иной ячейке. Исходя из данных параметров, для каждой конкретной популяции рассчитывается необходимое число ячеек каждого типа.

Таблица 2

Параметры ячеек, где происходит инфицирование

Тип		$S, \text{м}^2$	$M, \text{чел.}$	$\Delta T, \text{час}$	$\frac{M}{S} \Delta T$
Дом		80	3,5	12	0,525
Транспорт	микроавтобус	10	15	2	3
	автобус	40	130	2	6,5
	вагон метро	50	210	2	8,4
Работа	сфера обслуживания	60	30	9	4,5
	офисы и предприятия	60	10	9	1,5
	сфера жизнеобеспечения	50	5	9	0,9
Магазин	гипермаркет	5000	2500	1	0,5
	супермаркет	500	250	1	0,5
	минимаркет	100	25	1	0,25
Школа или детский сад		50	30	9	5,4
ВУЗ		50	30	9	5,4

Предложенный алгоритм позволяет описывать гетерогенную модель общества, когда каждый человек длительное время взаимодействует в основном с небольшим количеством окружающих (семья или рабочий коллектив), но в относительно короткие промежутки времени случайным образом может взаимодействовать с любым другим человеком из рассматриваемой популяции.

При учете вариативности назначенных мест посещения выбор пути в течение дня может представлять собой процесс случайного блуждания. В соответствии с выбранной траекторией рассчитываются вероятности заражения по формулам, представленным далее на с. 14.

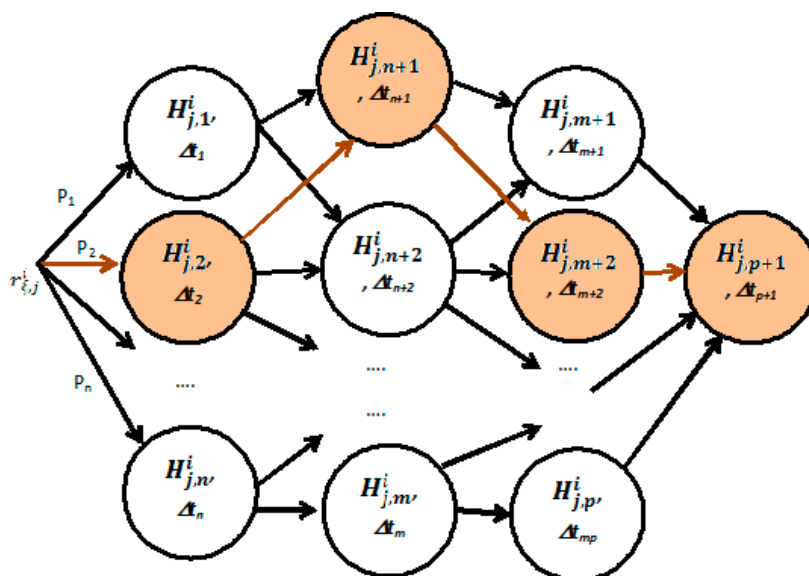


Рис. 7. Схема выбора случайной последовательности мест посещения $H_{j,k}^i$ человеком (выделено цветом)

Вероятность заражения рассчитывается с учетом выбранной последовательности мест посещения $H_{j,k}^i$, назначенного интервала времени нахождения в этом месте Δt_k , количеством людей, способных к заражению в каждом месте заражения N_{inf} и параметрами этого места (например, площади ячейки S).

Аналогично дифференциальной модели SELIRD, в агентном подходе предусмотрено два типа инфицированных людей. Первый тип проявляет симптомы и может быть выявлен и помещен в больницу (40%) или отправлен на лечение домой (60%). При этом ячейка «дом» изолируется вместе со всеми принадлежащими к ней частицами. Такой алгоритм моделирует режим самоизоляции в квартире вместе со всеми членами конкретной семьи. Второй тип инфицированных людей либо не проявляет симптомы и не может быть выявлен, либо переносит заболевание в легкой форме и не обращается за медицинской помощью. Второй тип инфицированных не может быть выявлен и продолжает взаимодействовать по алгоритму обычной жизни. По истечении некоторого времени с момента заражения второй тип выздоравливает и приобретает иммунитет. Причем доля скрытых вирусоносителей является одним из ключевых параметров, который определяет характеристики конечного решения, такие как величина максимального значения ежедневного прироста выявленных больных, конечная смертность и т. д.

Характеристики фаз протекания заболевания COVID-19 были определены на основе анализа информации, имеющейся в свободном доступе. Их сравнение с рекомендациями Э. В. Карамова (Национальный исследовательский центр эпидемиологии и микробиологии имени почетного академика Н. Ф. Гамалеи), С. В. Нетёсова (Новосибирский государственный университет, ранее – заместитель директора ГНЦ «Вектор») и данными китайских исследователей [7] приведено в табл. 3. Вероятно, единое мнение о длительности фаз протекания заболевания у вирусологов и эпидемиологов будет выработано уже после завершения эпидемии. Для моделирования были выбраны некоторые средневзвешенные значения, при этом предполагалось, что длительности фаз заболевания имеют гауссово распределение со среднеквадратичным отклонением 25%. Средние значения и доверительные интервалы (2σ) приведены в столбце с обозначением «ВНИИТФ».

Таблица 3

Длительность различных фаз заболевания

Фаза	Описание	ВНИИТФ	Данные Э. В. Карамова	Данные С. В. Нетёсова	Данные [7]
инкубационный период	инфицирован, но незаразен	$1 \pm 0,5$	1	3–5	2
латентный	инфицирован, заразен, симптомы отсутствуют	$5 \pm 2,5$	5–15	–	3
больной на дому	больной изолирован дома, заразен для семьи	$15 \pm 7,5$	20	15–20	7
скрытый вирусоноситель	неизолирован, заразен	$15 \pm 7,5$	20	15	7
пациент	больной изолирован в больнице	$15 \pm 7,5$	12–15	–	14
иммунитет	переболел, имеет стойкий иммунитет	–	–	–	–

Для того, чтобы записать вероятность инфицирования в какой-либо ячейке, введем следующие обозначения: N_{inf} – количество инфицированных, находящихся в ячейке; S – площадь ячейки; t – время пребывания в ячейке; T_0 – характерное время инфицирования.

Будем рассматривать вероятность заражения как пуассоновский поток событий, тогда вероятность заражения на бесконечно малом промежутке времени $p(dt) \sim dt$. Введем некоторый коэффициент пропорциональности, который должен быть равен вероятности нахождения «заразителя» на рассматриваемой территории и обратно пропорционален некоторому характерному для

заражения времени T_0 . Тогда вероятность заразиться за малый промежуток времени $dt \ll T_0$ будет

$$p(dt) = p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}}) \frac{dt}{T_0}, \quad (15)$$

где $p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}})$ — некоторая эффективная вероятность заражения, зависящая от количества инфицированных N_{inf} , находящихся в ячейке площадью S , и характеризующаяся некоторым эффективным радиусом заражения R_{inf} .

Решая дифференциальное уравнение для формулы полной вероятности

$$p(t+dt) = p(t) + (1-p(t)) \cdot p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}}) \cdot \frac{dt}{T_0} \quad (16)$$

или

$$\frac{dp}{dt} = (1-p(t)) \cdot \frac{p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}})}{T_0}$$

с начальными условиями $p(0) = 0$, получим, что

$$p(t) = 1 - e^{-\frac{p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}}) t}{T_0}}. \quad (17)$$

Далее необходимо определить вид функции $p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}})$, которая фактически характеризует плотность инфицированных в ячейке. В первом приближении ее можно записать как

$$p_{\text{зар}}(N_{\text{inf}}, S, R_{\text{inf}}) = \begin{cases} 1, & \frac{N_{\text{inf}} \pi R_{\text{inf}}^2}{S} \geq 1; \\ \frac{N_{\text{inf}} \pi R_{\text{inf}}^2}{S}, & \frac{N_{\text{inf}} \pi R_{\text{inf}}^2}{S} < 1, \end{cases} \quad (18)$$

где R_{inf} — эффективный радиус заражения. Однако данная зависимость является довольно грубой при $\frac{N_{\text{inf}} \pi R_{\text{inf}}^2}{S} \approx 1$. Для ее уточнения рассмотрим некоторую ячейку моделирования, в которой

положение инфицированных характеризуется набором координат центров окружностей

$\{x_i, y_i\}_{i=1 \dots N_{\text{inf}}}$, $x_i \in [0, X]$, $y_i \in [0, Y]$ и площадью πR_{inf}^2 . Схематическая иллюстрация такой ячейки

показана на рис. 8.

Эффективная суммарная площадь заражения будет площадью объединения фигур, попавших в область ячейки $S_{\text{inf}} = \hat{S} \left(\bigcup_{N_{\text{inf}}} C_i(x_i, y_i, R_{\text{inf}}) \cap S(X, Y) \right)$, здесь \hat{S} — оператор взятия площади;

C_i — области заражения от каждого инфицированного. Среднюю по различным положениям инфицированных площадь заражения можно записать как

$$\langle S_{\text{inf}} \rangle_{\{x_1, y_1 \dots x_{N_{\text{inf}}}, y_{N_{\text{inf}}}\}} = \left\langle \hat{S} \left(\bigcup_{N_{\text{inf}}} C_i(x_i, y_i, R_{\text{inf}}) \cap S(X, Y) \right) \right\rangle_{\{x_1, y_1 \dots x_{N_{\text{inf}}}, y_{N_{\text{inf}}}\}}$$

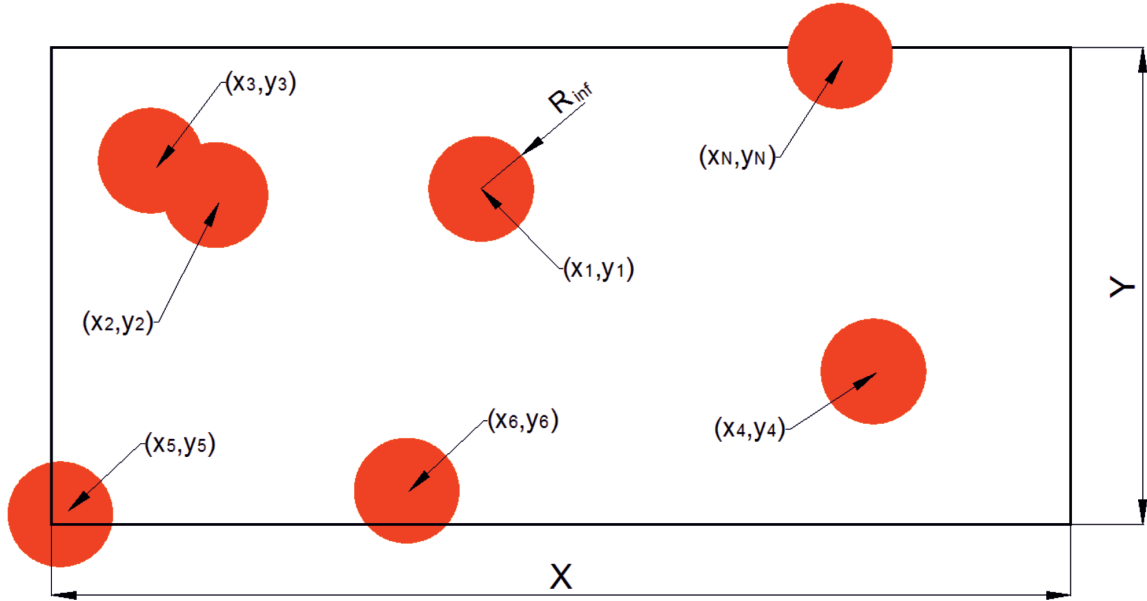


Рис. 8. Расположение инфицированных в ячейке моделирования

и оценить методом Монте-Карло как

$$\langle S_{inf} \rangle_{\{x_1, y_1, \dots, x_{N_{inf}}, y_{N_{inf}}\}} \cong \frac{1}{K} \sum_{\xi=1}^K S_{inf} (N_{inf}, R_{inf}, x_1^\xi, y_1^\xi, \dots, x_{N_{inf}}^\xi, y_{N_{inf}}^\xi),$$

здесь K – число случайных реализаций положений инфицированных. Зная $\langle S_{inf} \rangle_{\{x_1, y_1, \dots, x_{N_{inf}}, y_{N_{inf}}\}}$,

можно оценить величину $f(N_{inf}, S)$ как

$$p_{зар} (N_{inf}, S, R_{inf}) = \frac{\langle S_{inf} \rangle_{\{x_1, y_1, \dots, x_{N_{inf}}, y_{N_{inf}}\}}}{S(X, Y)} = \frac{1}{K} \frac{\sum_{\xi=1}^K S_{inf} (N_{inf}, R_{inf}, x_1^\xi, y_1^\xi, \dots, x_{N_{inf}}^\xi, y_{N_{inf}}^\xi)}{S(X, Y)}. \quad (19)$$

На рис. 9 показано отношение плотности инфицированных в ячейке, вычисленной с использованием соотношения (18), к аналогичной величине, вычисленной с использованием соотношения (19). Расчеты проведены для квадратной ячейки. В дальнейшем соотношение (19) в виде интерполяционной зависимости использовалось для вычисления плотности инфицированных в ячейке. На рисунке также показаны точки, соответствующие различным ячейкам при полном их заполнении инфицированными.

Рассмотрим характерный радиус инфицирования R_{inf} . Эта величина характеризует расстояние, на котором возможно заражение. Вообще говоря, это значение не является только характеристикой конкретной инфекции, а может меняться в зависимости от рассматриваемой популяции. Например, при использовании защитных средств (масок, перчаток и т. д.) или при частой дезинфекции значение R_{inf} должно уменьшаться. В представленных ниже оценочных расчетах R_{inf} принимался равным 1 м.

Отметим еще одно свойство предложенной модели инфицирования. Как видно из соотношения (17), величины $p_{зар}(N_{inf}, S, R_{inf})$ и T_0 входят в выражение для вероятности в виде отношения. Вследствие этого, даже если статистическая модель популяции, за которую отвечает набор функций $p_{зар}(N_{inf}, S, R_{inf})$ для каждой конкретной ячейки, с достаточной степенью точности неизвестна, то в первом приближении можно описать имеющиеся данные по количеству инфицированных людей, изменяя параметры R_{inf} или T_0 .

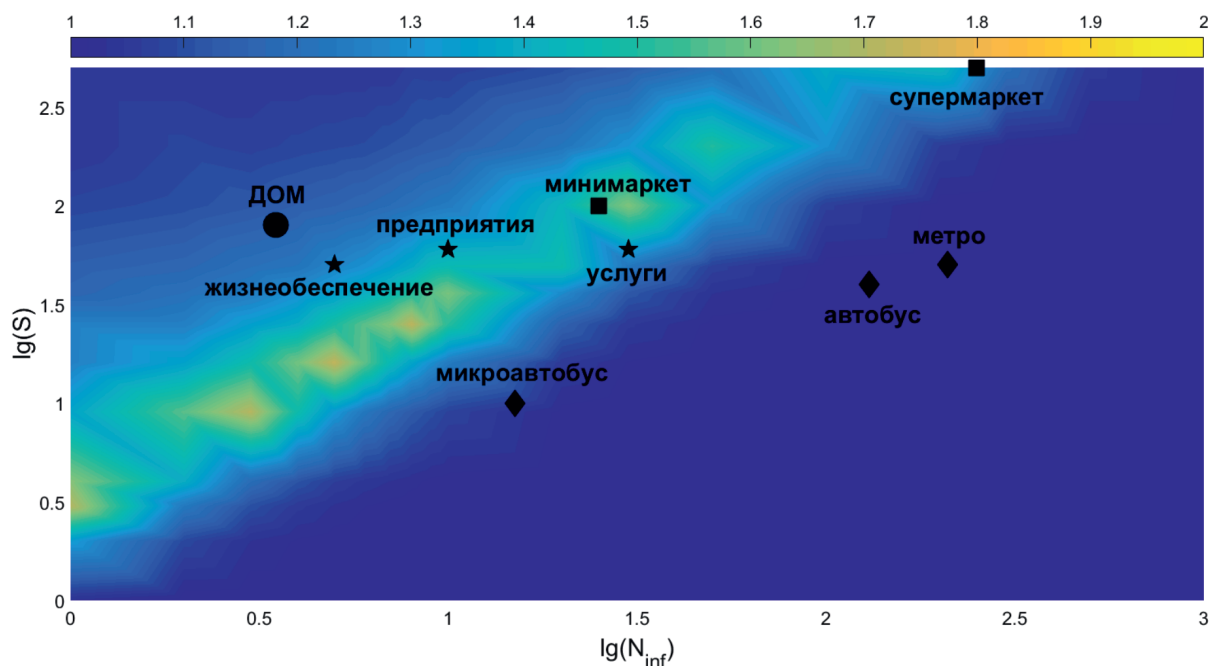


Рис. 9. Отношение плотности инфицированных, вычисленной с использованием соотношения (18), к аналогичной величине, вычисленной с использованием соотношения (19), $R_{inf} = 1$ м

Карантинные меры в представленной модели описываются вероятностями, которые определяют, какая доля людей той или иной группы будет находиться в течение суток в ячейке «дом», а какая будет взаимодействовать по обычному (до введения карантина) алгоритму.

При дальнейшем рассмотрении примеров описания развития эпидемии в мегаполисах статистическая модель популяции будет зафиксирована (количество человек в семье, в коллективе, заполняемость транспортных ячеек и их тип, количество и заполняемость магазинов и т. д.). Описание количества выявленных больных на начальном отрезке времени, пока карантинные меры довольно слабые, будет подбираться при вариации параметра T_0 . На поздних участках времени динамика нарастания количества выявленных больных подбирается введением тех или иных карантинных мероприятий. Степень их соответствия реальности будет оцениваться, исходя из сравнения с данными «Google Community Mobility Reports» или «индекса самоизоляции» сервиса Яндекс.

В качестве первого примера рассмотрим Ухань, где эпидемию удалось подавить жесткими карантинными мероприятиями.

2.3. Результаты моделирования ситуации в г. Ухане

Рассмотрим описание динамики эпидемии в китайском мегаполисе Ухань. Данная ситуация примечательна тем, что с помощью введенных карантинных мероприятий распространение COVID-19 здесь удалось подавить. То есть количество выявленных заболевших с течением времени выходит на постоянное значение, и после частичной отмены карантинных мероприятий рост количества заболевших не наблюдается, по крайней мере до настоящего момента.

Имеется еще одно обстоятельство, которое обуславливает интерес к развитию эпидемии в этой популяции. Приведенные статистические данные по количеству выявленных больных приводятся практически с момента объявления чрезвычайно жестких карантинных мероприятий, что существенно упрощает описание поведения людей в данном мегаполисе.

Динамика развития событий показана в табл. 4. Согласно имеющейся информации, здесь были приняты следующие меры:

- тотальная самоизоляция всех, кроме служб жизнеобеспечения;
- контроль за передвижением людей (запрет выхода за пределы жилого комплекса, контроль цели выхода, контроль температуры на выходе);
- обязательные дезинфекционные меры: маски, дистанция, перчатки, санитайзеры, контроль температуры;
- функционировали только продуктовые магазины и аптеки;
- общественный транспорт полностью остановлен;
- дошкольные учреждения, школы, вузы полностью закрыты.

Таблица 4

Динамика развития эпидемиологической ситуации в г. Ухань

Событие	Дата
первый случай обнаружения	30.12.2019
статистические данные по количеству инфицированных	22.01.2020
дата введения карантина	23.01.2020
впервые не выявлено новых случаев	19.03.2020
открылись магазины и часть предприятий, заработал общественный (внутренний) транспорт	конец марта 2020
открыли границы карантинного района	08.04.2020

В настоящее время часть ограничений сохраняется: дошкольные учреждения, школы, вузы закрыты, осуществляется тотальный контроль температуры в общественных местах и функционирует цифровая программа «Зеленый город» (контроль за перемещением и контактами лиц из очагов заражения). Стратегия ведения контактных лиц в КНР [19] показана на рис. 10.



Рис. 10. Стратегия ведения контактных лиц в КНР

В соответствии с представленной информацией в модели был полностью отключен общественный транспорт, время посещения ячеек типа «магазин» сокращено до 20 минут, а все выявленные больные изолировались (доля больных на дому была задана нулевой). В расчетах на период карантина по обычному алгоритму функционировала только половина работников сферы

жизнеобеспечения, все остальные оставались дома. После снятия карантина 31 марта (70-е сутки в расчете) работала только половина трудоспособного населения, все остальные продолжали находиться дома.

Таблица 5

Количество инфицированных неизолитированных человек в популяции в момент частичной отмены карантина

Доля скрытых больных, %	50	70	80	90	98
Количество инфицированных, чел.	3–5	32	49	120	139
Количество иммунизированных, %	1,8	3,0	4,5	9,2	46,1

На рис. 11 показано количество выявленных больных при различной доле скрытых инфицированных в сравнении с имеющимися данными. В табл. 5 показана зависимость количества инфицированных неизолитированных человек в популяции на момент частичной отмены карантина (70-е сутки в расчете).

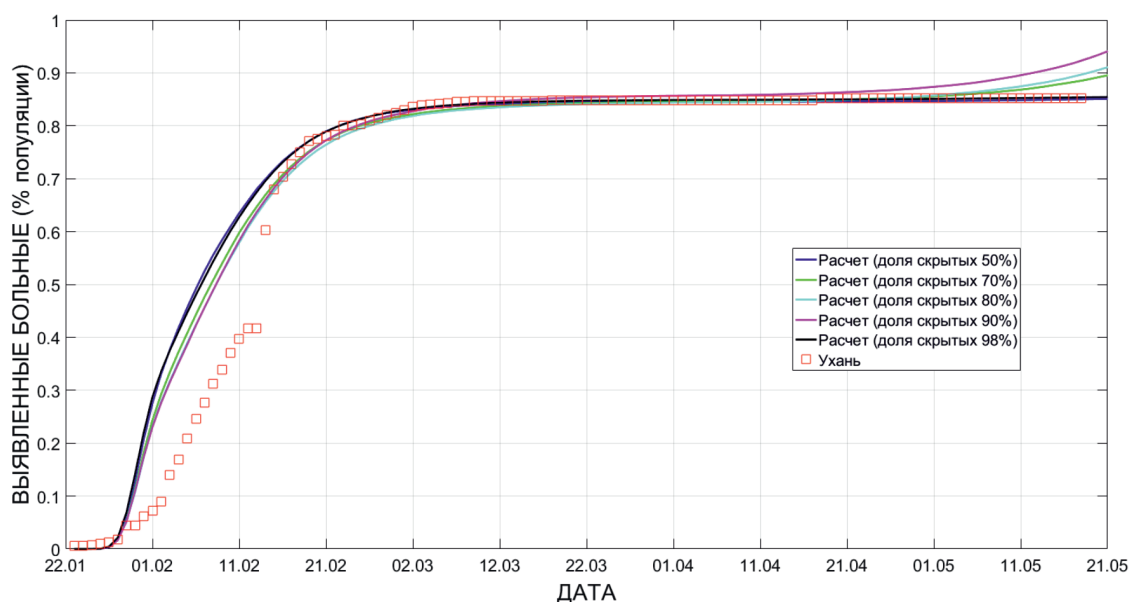


Рис. 11. Количество выявленных больных при различной доле скрытых инфицированных. Параметр $T_0 = 29$ часов

Несоответствие расчетных и экспериментальных данных в первой декаде февраля, а также заметный скачок в статистических данных о количестве выявленных больных после 13 февраля, по-видимому, связаны с изменением порядка тестирования и количества проведенных тестов, а также способа учета инфицированных людей.

Из представленных зависимостей видно, что устойчивое завершение эпидемии в модели возможно либо при достаточно эффективном выявлении инфицированных, что автоматически предполагает долю скрытых больных $\leq 50\%$, либо при практически полной иммунизации населения (доля скрытых больных $\geq 98\%$). Во всех других случаях после отмены карантина наблюдается заметный рост выявленных больных. При этом доля скрытых больных не является только свойством инфекции COVID-19 (отсутствие симптомов), а зависит от количества и качества тестирования, проводимого в каждой конкретной популяции.

Значения доли скрытых больных в расчете, при которых удается описать имеющиеся статистические данные, также зависят от карантинных мер, применяемых после 31 марта. К сожалению, количественная информация о карантинных мерах в этот период у нас отсутствует.

В расчете карантинные мероприятия отменялись 1 июня. Для того, чтобы описать имеющиеся экспериментальные данные по количеству выявленных больных, в расчетах варьировалась доля работающих офисов и предприятий после 17 марта. Расчеты были проведены для трех значений количества скрытых инфицированных: 80, 95 и 97%. На рис. 12–14 показаны суммарное количество выявленных больных и количество выявленных больных в день.

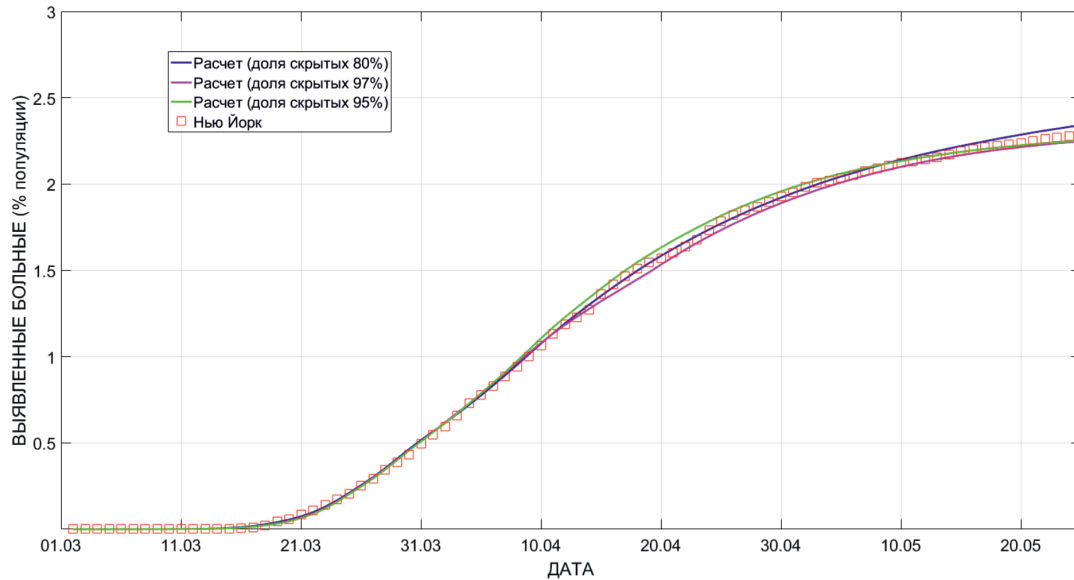


Рис. 12. Суммарное количество выявленных больных при различной доле скрытых инфицированных. Параметр $T_0 = 33$

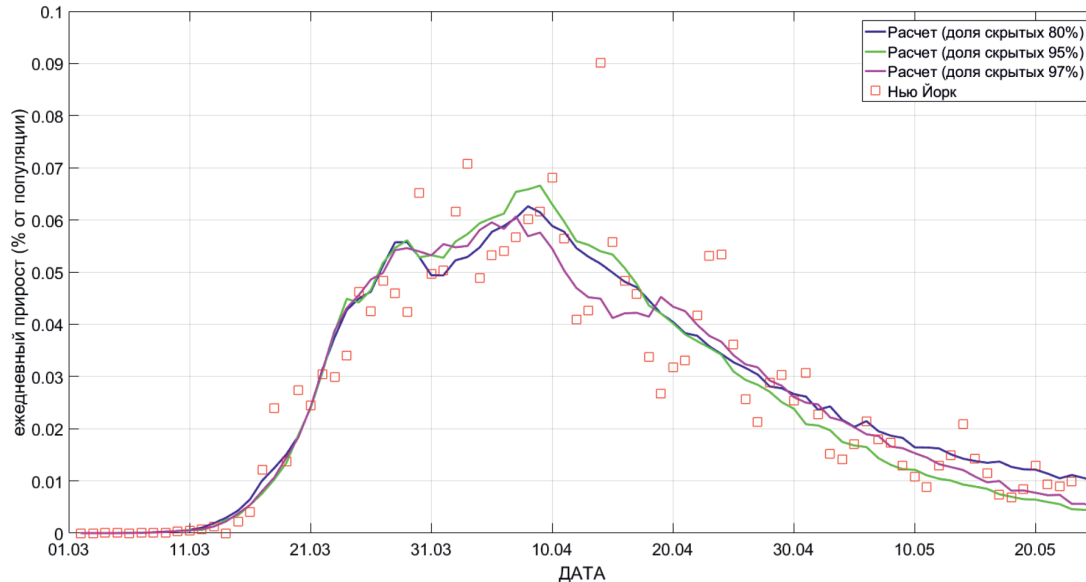


Рис. 13. Количество выявленных больных в день при различной доле скрытых инфицированных. Параметр $T_0 = 33$ часа

Как видно, имеющиеся статистические данные удовлетворительно описываются как при 80% скрытых вирусоносителей, так и при 95 и 97%, но при различной интенсивности карантинных мероприятий. Однако, после отмены карантина 1 июня ситуация выглядит по-разному. При доле скрытых больных 80% после отмены карантина реализуется второй пик, в 15 раз превышающий первый, что связано с большим количеством оставшегося неиммунизованного населения. При доле скрытых больных 97% пик практически отсутствует, т.к. большая часть населения уже переболела.

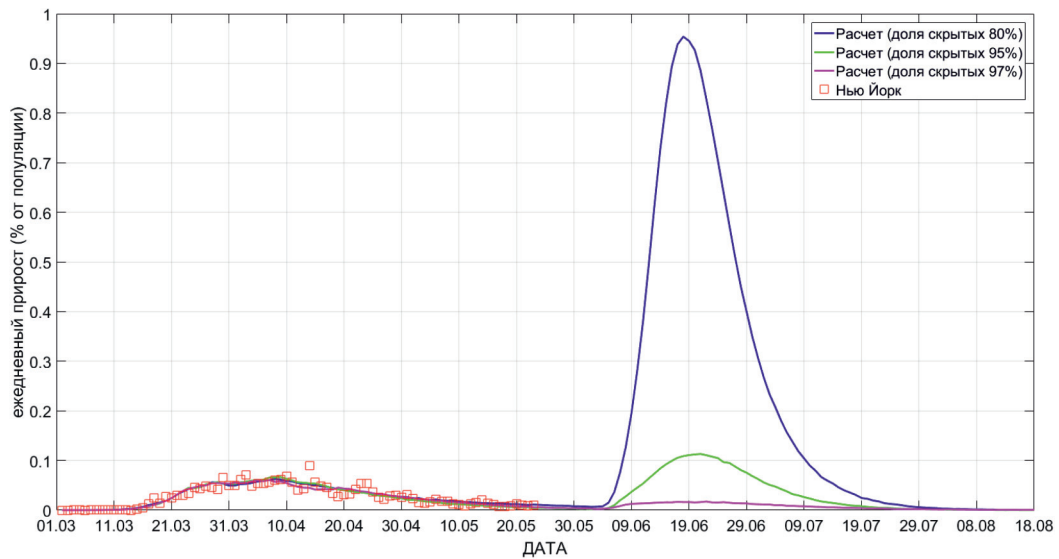


Рис. 14. Количество выявленных больных в день. Прогноз развития ситуации после отмены карантина 1 июня. Параметр $T_0 = 33$ часа

Для того, чтобы в предложенной модели определиться с уровнем доли скрытых вирусоносителей, воспользуемся данными Google Community Mobility Reports [15] по посещению рабочих мест и сравним их с карантинными мерами, задаваемыми в расчетах. Заметим, что данные по посещению рабочих мест очень хорошо коррелируют с данными по интенсивности транспортных потоков в метро. Указанное сравнение показано на рис. 15. Видно, что в предложенной модели для согласования с данными Google необходимо обеспечить долю скрытых вирусоносителей на уровне 95–97%.

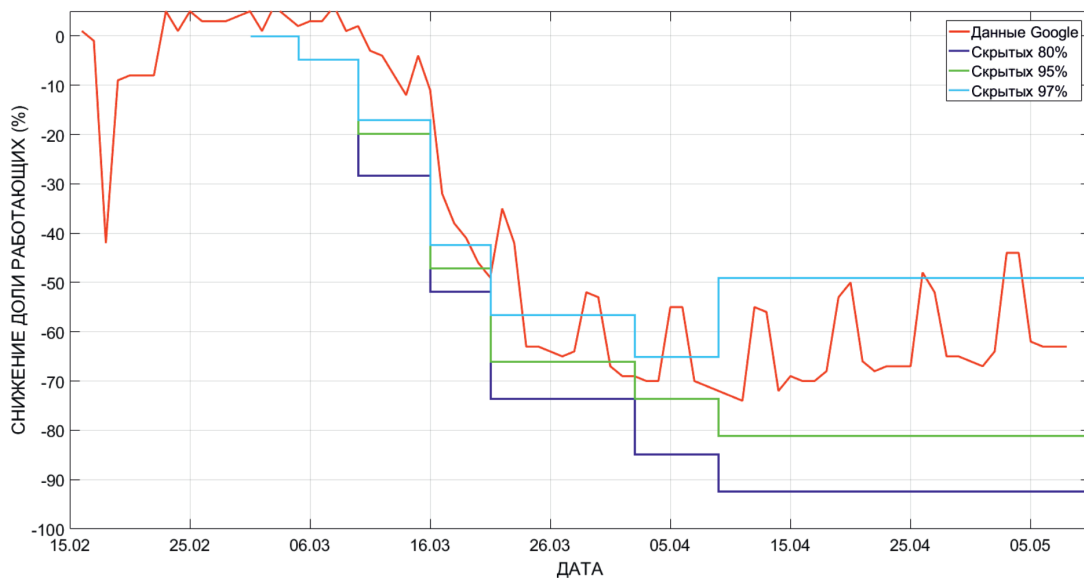


Рис. 15. Уменьшение количества работающих в расчетах в сравнении с данными Google Community Mobility Reports

Столь значительное количество скрытых вирусоносителей, необходимое для описания динамики эпидемии в Нью-Йорке в рамках предложенной модели, независимо подтверждается проведенным тестированием на антитела, результаты которого показаны в табл. 8.

По данным этого тестирования доля скрытых вирусоносителей составляет около 90%. Естественно, что конкретные численные значения 95–97% в расчетах по предложенной модели

непосредственно зависят от точности самой модели и моделей поведения групп населения, данных о длительности стадий заболевания, возможных различий в вероятности заражения от больных с симптомами и от скрытых вирусоносителей, доли населения, изначально обладающего иммунитетом, нюансов поведения населения в период карантина и т. д. На данный момент эти параметры известны с недостаточной точностью.

Таблица 8

Количество скрытых вирусоносителей согласно проведенным тестам на антитела в г. Нью-Йорке (брифинг губернатора штата Нью-Йорк от 02.05.2020, выборка — 15 тыс. человек)

Район	Положительных тестов на антитела, %	Инфицированных на 100 тыс. чел.	Зарегистрированных случаев на 100 тыс.	Доля скрытых инфицированных, %
BRONX	27,6	27 600	2624	90
STATEN ISLAND	19,2	19 200	2407	87
QUEENS	18,4	18 400	2093	89
BROOKLYN	19,2	19 200	1654	91
MANHATTAN	17,3	17 300	1111	94
TOTAL	20	20 000	1943	90

Тем не менее, если верить расчетам, то можно сделать вывод, что у значительной части населения заболевание COVID-19 протекает или без симптомов, или в легкой форме.

2.5. Результаты моделирования ситуации в г. Москве

Для моделирования развития эпидемии в Москве использовались такие же базовые параметры модели, как и в расчетах для Нью-Йорка. Изменено число жителей (15 миллионов), значение параметра $T_0 = 25$ часов, а также скорректирована динамика карантина, которая определялась долей жителей различных социальных групп, остававшихся в ячейке «дом» в различные периоды времени. Как было отмечено при анализе ситуации в Нью-Йорке, данные по посещению рабочих мест хорошо коррелируют с данными по интенсивности пассажиропотока на общественном транспорте. Исходя из этого, для определения параметров карантина в Москве использовались данные о снижении пассажиропотока, предоставленные ПАО «Сбербанк» [20]. Сравнение данных о карантинах для Нью-Йорка и Москвы приводится на рис. 16.

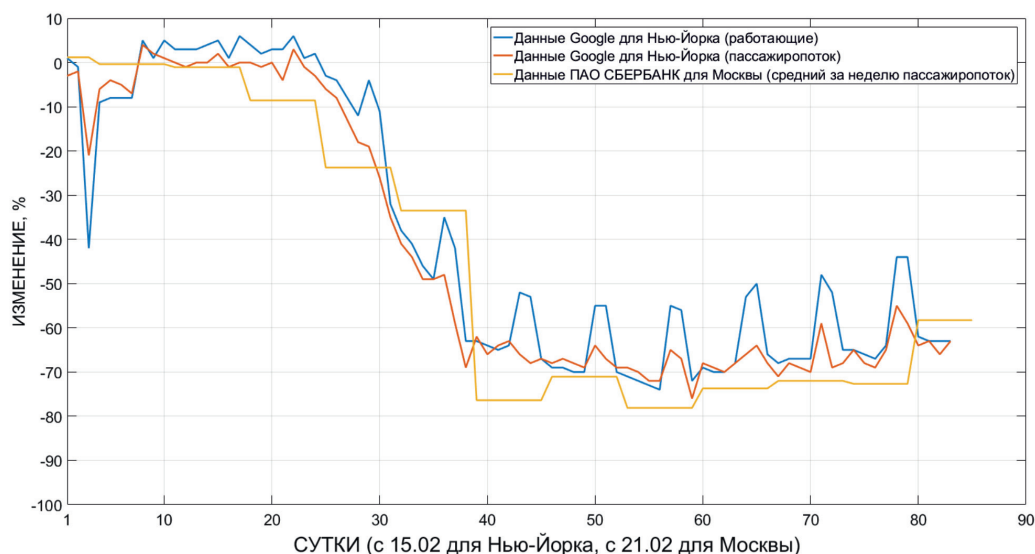


Рис. 16. Сравнение данных о снижении пассажиропотока и количества работающих при введении карантина для г. Нью-Йорка и г. Москвы

Сервис Google сравнивает показания на текущую дату с контрольным значением для дня недели, соответствующего этой дате. В качестве контрольного используется среднее по данному дню недели значение в период с 3 января по 6 февраля. Поскольку в обычном режиме многие люди по выходным не ходят на работу, а остаются дома, то отклонения от контрольных значений во время действия карантина в эти дни меньше, чем в будни. Вследствие этого, на данных об изменении количества работающих наблюдаются характерные пики в выходные дни.

Принятые в расчете значения доли жителей, соблюдающих режим самоизоляции, показаны в табл. 9. Дополнительно для пенсионеров, начиная с 28 марта, были исключены ячейки «транспорт», то есть они могли посещать только магазины (один раз в два дня).

Таблица 9

Доля жителей различных социальных групп, остающихся в ячейках «дом», остальные взаимодействуют по обычному алгоритму

Группа	Правая граница временного интервала									
	16.03	22.03	27.03	05.04	12.04	19.04	26.04	03.05	09.05	далее
Дети	0,09	0,24	0,33	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Студенты	0,09	0,24	0,33	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,58
Пенсионеры	0,09	0,24	0,33	0,76	0,71	0,78	0,74	0,72	0,73	0,58
Работники сферы обслуживания	0,09	0,24	0,33	0,76	0,71	0,78	0,74	0,72	0,73	0,58
Работники предприятий и офисов	0,09	0,24	0,33	0,76	0,71	0,78	0,74	0,72	0,73	0,58
Работники сферы обеспечения	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Расчеты проведены для трех значений доли скрытых инфицированных: 90, 95 и 98%. В отличие от расчетов для Нью-Йорка параметры карантина не менялись для всех трех вариантов. На рис. 17, 18 показано количество выявленных больных в день.

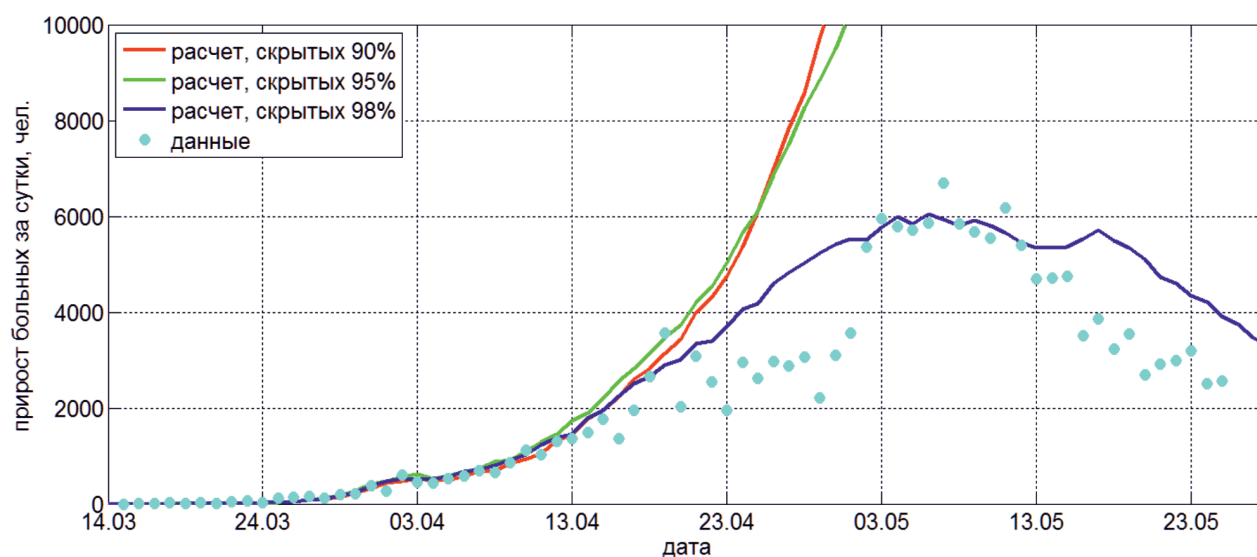


Рис. 17. Количество выявленных больных в день при различной доле скрытых инфицированных. Параметр $T_0 = 25$ часов

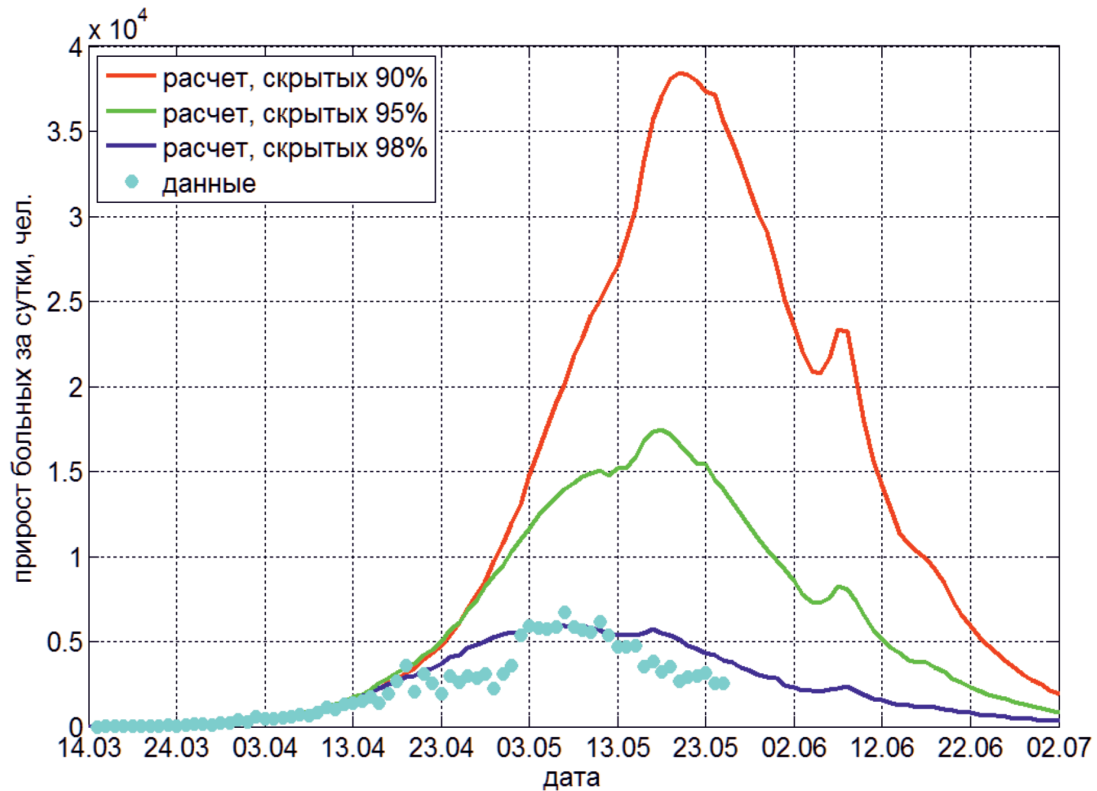


Рис. 18. Количество выявленных больных в день при различной доле скрытых инфицированных. Прогноз развития ситуации после отмены карантина 1 июня. Параметр $T_0 = 25$ часов

Видно, что лучшее согласие расчетных и фактических данных наблюдается в случае 98% скрытых инфицированных, что коррелирует с выводом о том, что их доля, по всей видимости, весьма высока, который был сделан выше по результатам моделирования ситуации в Нью-Йорке.

Сравнение фактической динамики развития эпидемии в Москве и Нью-Йорке представлено на рис. 19, где зависимости совмещены так, чтобы совпадали спадающие их ветви. Видно, что при одинаковом поведении спадающих ветвей восходящая ветвь для Москвы проходит заметно ниже, чем для Нью-Йорка.

Если предполагать, что эпидемия развивается в этих городах в целом аналогичным образом, то меньшее количество больных, которые выявлялись в Москве на начальном этапе развития эпидемии, может означать недооценку фактического количества болеющих людей. Возможно, это связано с тем, что в Нью-Йорке проводилось свободное тестирование всех желающих. Хотя, нельзя исключать, что различия в динамике развития эпидемии в этих городах обусловлены другими причинами. Например, это могут быть отличия в штаммах вируса или в поведении людей.

Одним из преимуществ агентного моделирования является возможность получения детальной информации о влиянии тех или иных факторов на решение. В частности, для прогнозирования эффективности мер, принимаемых при подавлении эпидемии, разработанная модель позволяет выделять число заражений в различных местах контактов населения, или распределение по каналам заражения. На рис. 20, 21 и в табл. 10 приведено такое распределение без карантинных ограничений и для условий действия карантина. Видно, что при отсутствии карантина на раннем этапе заражения происходят в основном на транспорте и на рабочих местах, школьники и студенты заражаются по месту учебы. При введении карантина большая часть заражений происходит внутри семьи, однако доля заражений на транспорте остается значительной. Таким образом, меры, направленные на снижение пассажиропотока и плотности людей, находящихся в транспорте, играют важную роль в сдерживании эпидемии.

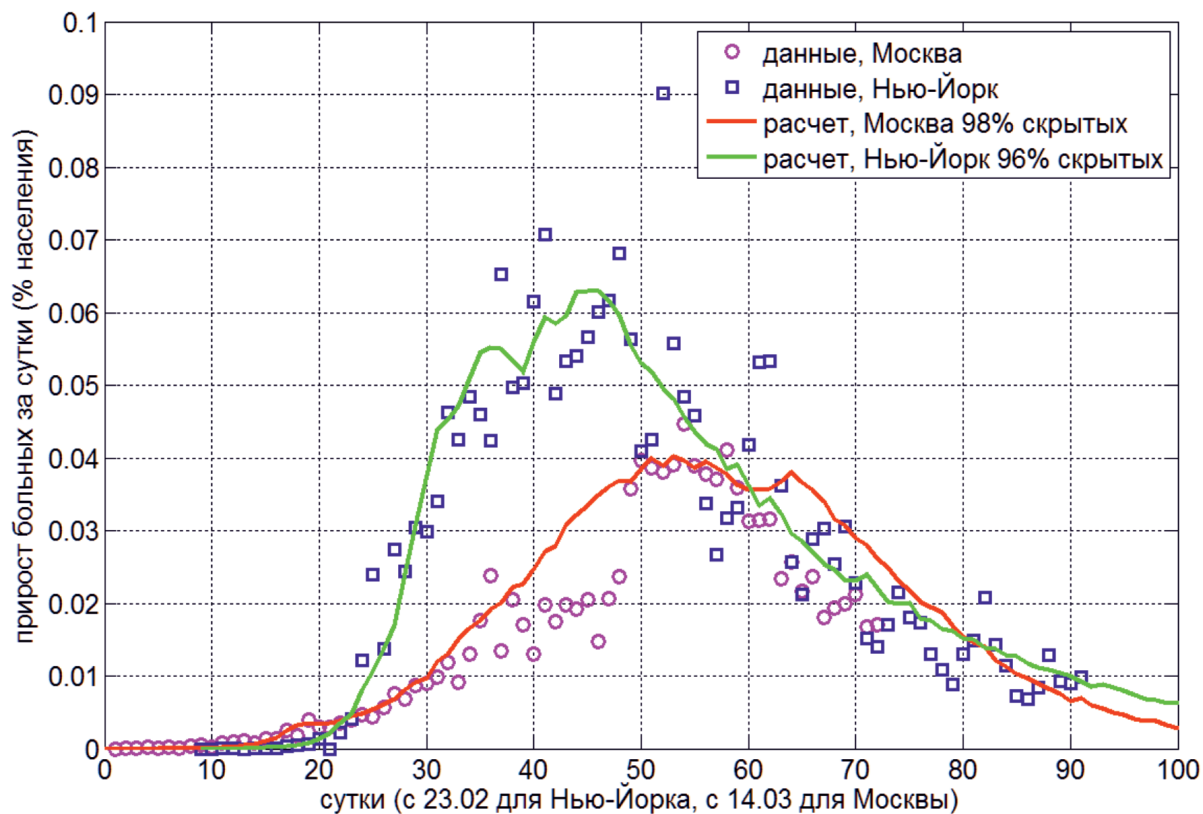


Рис. 19. Количество выявленных больных в день (% населения) для Москвы и Нью-Йорка

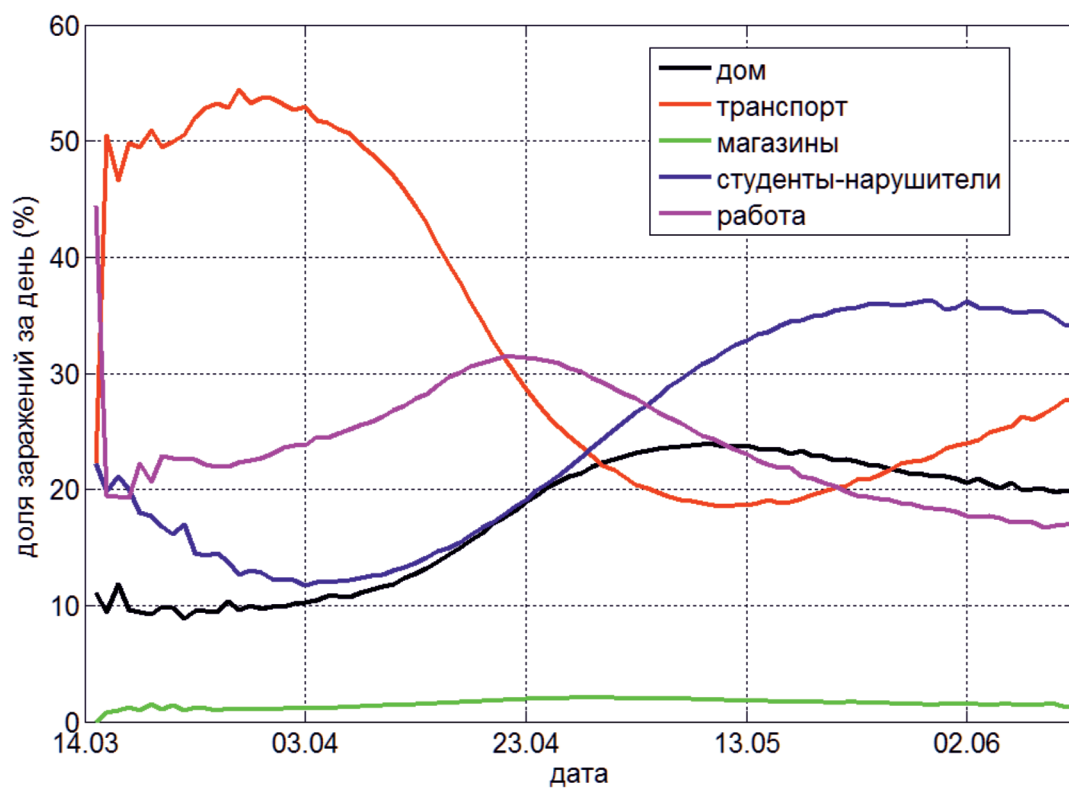


Рис. 20. Распределение количества заражений по местам контактов людей в зависимости от времени без введения карантинных мероприятий

Аналогично может быть получено более детальное распределение по таким каналам заражения, как отдельные виды общественного транспорта, детские сады, школы, университеты и т. д.

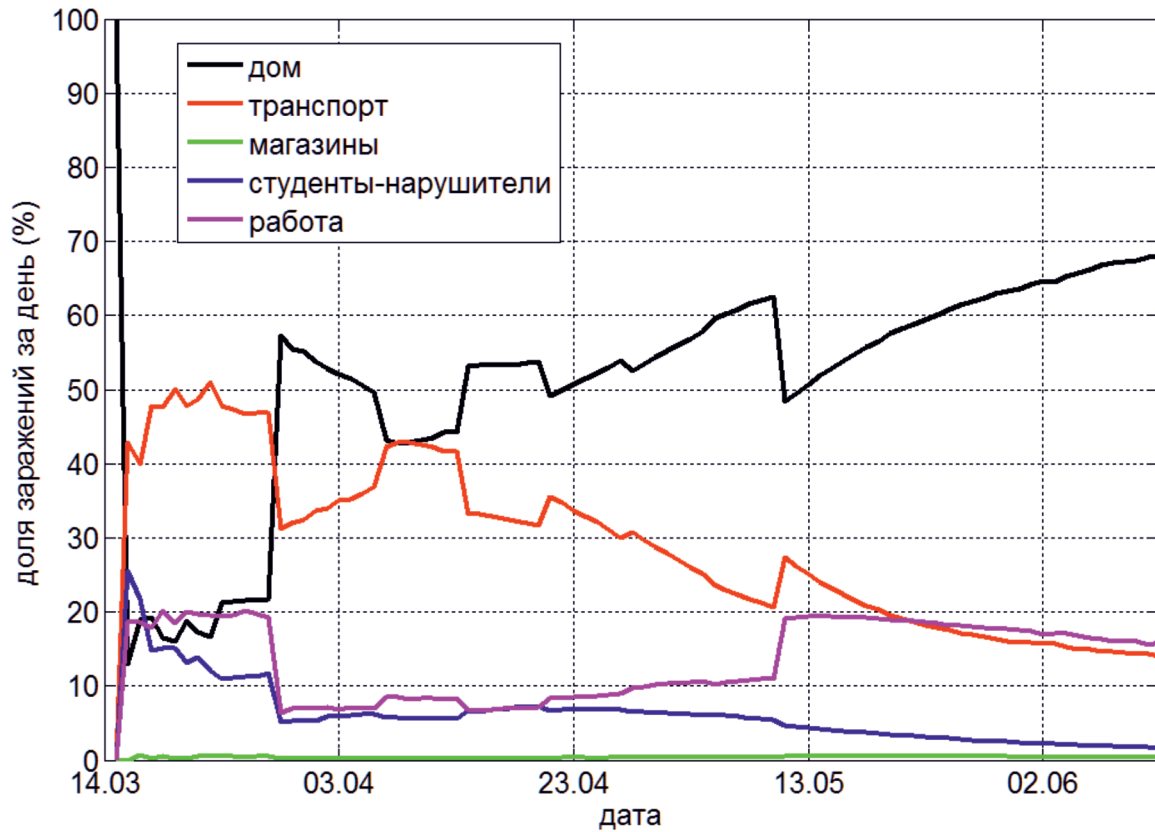


Рис. 21. Распределение количества заражений по местам контактов людей в зависимости от времени с учетом карантинных мероприятий

Таблица 10

Распределение заражений жителей по местам их контактов (каналам заражения)

Канал заражения		% инфицированных по каналу	
		нет карантина	карантин
работа	работники сферы жизнеобеспечения	1	1
	работники предприятий / офисов	7	3
	работники сферы услуг / соц. сферы	18	9
общественный транспорт	пользуются 70% жителей, не соблюдающих режим самоизоляции	28	25
дом	заражение от членов семьи	21	56
посещение продуктовых магазинов	все жители, кроме детей. Посещение один раз в два дня	1,6	0,4
школы, вузы / студенты-нарушители	школьники и студенты при отсутствии карантина; студенты-нарушители при действии карантина	23,4	5,6

Заключение

В работе на примере трех мегаполисов — Ухань, Нью-Йорк и Москва — проведено моделирование развития эпидемии COVID-19. Рассмотрено два подхода: детерминистский и статистический, которые используют методы соответственно теории нелинейных дифференциальных уравнений и агентного моделирования на основе метода Монте-Карло.

Дифференциальная модель SEIRD, несмотря на свою простоту, сыграла важную роль в определении основных законов развития эпидемии. Вначале она модернизировалась в сторону большего приближения к реальности: в уравнения были введены дополнительные коэффициенты карантина и госпитализации, позволившие моделировать временные или постоянные ограничительные меры, варьировать их жесткость. Вместо простых коэффициентов, описывающих «скорости» заражения β и выздоровления γ , были введены функции распределения для различных фаз течения заболевания, само число фаз также было увеличено.

Важным дополнением явилось включение в уравнения членов, описывающих скрытых вирусоносителей. Это те люди, которые, заразившись, болеют бессимптомно или в легкой форме, к врачам не обращаются, а продолжают вести нормальный образ жизни и поддерживать прежний уровень общения с окружающими. При большом проценте скрытых вирусоносителей именно эти люди являются основным каналом распространения инфекции, поскольку выявленные больные, как правило, немедленно изолируются от общества и в дальнейшем распространении заражения не участвуют. В исходной SEIRD-модели предполагается, что в таком состоянии больные находятся короткое время — 3–4 дня, а затем у них всё равно проявляются симптомы, и их изолируют. Это время было проварьировано в интервале от 4 до 24 дней, и была введена возможность прямого перехода в конечное иммунизированное состояние. Картина решений принципиально не изменилась, но максимумы пиков заражения стали меньше.

В статистической агентной модели разбиение на группы определялось социальной структурой населения, которая считалась универсальной для всех мегаполисов. При выделении групп использовались данные Росстата для Москвы [18, 19]. Данные по параметрам коронавирусного заражения на момент проведения исследований были противоречивы. В конечном итоге для моделирования были использованы средневзвешенные параметры, выбранные по данным, представленным в табл. 3. Параметры карантинных мероприятий были выбраны с учетом данных сервисов Яндекс [19] и Google [16], а также с учетом информации с официальных новостных ресурсов. Калибровка модели проводилась по данным о числе заболевших, полученным со страниц «Johns Hopkins University» и «стопкоронавирус.рф».

Статистическая агентная модель, несмотря на некоторую упрощенность модели поведения людей, позволяет расчетно анализировать такие факторы, как, например, введение карантина в отношении отдельных социальных групп или в отдельных сферах деятельности (работа, транспорт, магазины). К сожалению, достоинства статистической модели влекут за собой и некоторые её недостатки. Так, чтобы достоверно моделировать те или иные факторы, в основу расчета должны закладываться адекватные исходные данные — от численности населения и его распределения по социальным группам до загруженности различных видов транспорта или магазинов. Тем не менее, несмотря на отсутствие детальных статистических данных, построенная модель показала неплохие прогностические качества.

Полученные расчетные данные показывают, что принимаемые властями ограничительные меры дают свой эффект, и в ряде регионов число заражений уже идет на спад. Однако это не означает, что после отмены карантинных эпидемия не может вспыхнуть вновь.

Тем не менее карантинные меры позволяют добиться решения двух чрезвычайно важных задач. Во-первых, с уменьшением темпов заражения при карантине снижается пиковая нагрузка на медицинскую систему, и, соответственно, удастся спасти больше людей. Во-вторых, карантин

затягивает развитие эпидемии, давая ученым-вирусологам необходимое время для детального изучения свойств коронавируса и особенностей протекания вызываемого им заболевания COVID-19, выработки оптимальных методов лечения и, наконец, создания вакцины, с помощью которой можно будет иммунизировать население и тогда уже достичь окончательной победы над эпидемией.

Список использованных источников

1. **Edelstein-Keshet, L.** Mathematical Models in Biology [Text] // Society for Industrial and Applied Mathematics. – 2006.
2. **Hescote, Herbert W.** The Mathematics of Infectious Diseases [Text] // SIAM Review. – 2000. – 42. – P. 599–653.
3. **Legrand, J.** Understanding the dynamics of Ebola epidemics [Text] / J. Legrand, R. F. Grais, P. Y. Boelle, A. J. Valleron, A. Flahault // Epidemiology and Infection. 2007. – Vol. 135. – № 4. – P. 610–621.
4. **Серговец, А. А.** Диагностика, лечение и профилактика новой коронавирусной инфекции (COVID-19) [Текст] / А. А. Серговец, И. И. Азаров, М. Б. Паценко и др. // Материалы по коронавирусной инфекции. – Военно-медицинская академия имени С. М. Кирова. – Эл. адрес: <https://www.vmeda.org/wp-content/uploads/2020/04/covid-190406.pdf>.
5. **Перминов, В. Д.** Индивидуум-ориентированная модель распространения эпидемии в городских условиях [Текст] / В. Д. Перминов, М. А. Корнилина // Математическое моделирование. – 2007 – 19. – С. 116–127.
6. **Зацепин, О. В.** Расчеты методом Монте-Карло по программе ПРИЗМА нейтронно-физических характеристик активной зоны ВВЭР-1000 [Текст] / О. В. Зацепин, Я. З. Кандиев, Е. А. Кашаева и др. // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов. – 2011 – 4. – С. 64–73.
Kandiev, Y. Z. “PRIZMA” Status. Annals of Nuclear Energy [Text] / Y. Z. Kandiev, E. A. Kashaeva, K. E. Khatuntsev et al. – 2015. – 82. – P. 116–120.
7. **He, X.** Temporal dynamics in viral shedding and transmissibility of COVID-19 [Text] / X. He, E. N. Y. Lau, P. Wu et al. // Nat. Med. – 2020. Published: 15 April 2020. – Эл. адрес: <https://doi.org/10.1038/s41591-020-0869-5>.
8. **Ruiyun, Li, Sen Pei, Bin Chen,** Substantial undocumented infection facilitates the rapid dissemination of novel coronavirus (SARS-CoV-2) [Text] / Li Ruiyun, Pei Sen, Chen Bin // Science. – 2020. – 368. – Iss. 6490. – P. 489–493. – DOI: 10.1126/science.abb3221.
9. Официальная информация о коронавирусе в России. – Мировая статистика. Яндекс Карты. – Эл. адрес: <https://стопкоронавирус.рф> (дата обращения 05.05.2020).
10. COVID-19 Data Repository by the Center for Systems Science and Engineering (CSSE) at Johns Hopkins University. – Эл. адрес: <https://github.com/CSSEGISandData/COVID-19> (дата обращения 05.05.2020).
11. COVID-19 pandemic in New York City. – From Wikipedia, the free encyclopedia. – Эл. адрес: https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19_pandemic_in_New_York_City (дата обращения 05.05.2020).
12. COVID-19 pandemic in Russia. – From Wikipedia, the free encyclopedia. – Эл. адрес: https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19_pandemic_in_Russia (дата обращения 05.05.2020).
13. NYC COVID-19 Citywide Information Portal. – Эл. адрес: <https://www1.nyc.gov/site/doh/covid/covid-19-data.page> (дата обращения 05.05.2020).
14. Официальная информация о коронавирусе в России. – Новости. – Эл. адрес: <https://стопкоронавирус.рф> (дата обращения 05.05.2020).
15. COVID-19 Community Mobility Reports. See how your community is moving around differently due to COVID-19. – Эл. адрес: <https://www.google.com/covid19/mobility/>.
16. Федеральная служба государственной статистики. Социально-экономическое положение г. Москвы. – Эл. адрес: <https://gks.ru/region/doc1145/Main.htm>.
17. Труд и занятость в России. 2019: статистический сб. – М. : Росстат, 2019. – Т. 78 – 135 с. – Эл. адрес: https://gks.ru/storage/mediabank/Trud_2019.pdf.
18. Яндекс исследования. Один день из жизни московского транспорта. – По данным Яндекс. – Карт. – Эл. адрес: <https://yandex.ru/company/researches/2020/moscow/trolltrambus>.
19. **Пшеничная, Н. Ю.** Особенности эпидемиологии, клиники и стратегии ведения контактных лиц и пациентов с COVID-19 в КНР [Текст]: доклад ФГБУ «НМИЦ ФПИ» Минздрава России. – 2020.
20. **Ерёменко, М. А.,** Тёмин Л. В. Частное сообщение ПАО «Сбербанк». – 21.05.2020.

Адарченко Владимир Анатольевич
Бабань Сергей Андреевич
Брагин Алексей Анатольевич
Гребёнкин Константин Фриденович
Зацепин Олег Владимирович
Козловских Александр Сергеевич
Легоньков Владимир Владимирович
Липилина Елена Николаевна
Литвиненко Игорь Алексеевич
Лобода Пётр Анатольевич
Овечкин Антон Александрович
Рыкованов Георгий Николаевич
Самарин Сергей Иванович
Ураков Максим Сергеевич
Фальков Андрей Леонидович
Хатунцев Кирилл Евгеньевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ЭПИДЕМИИ КОРОНАВИРУСА ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЯМ

Препринт № 264

Выпускающий редактор
Компьютерная верстка
Корректор

Л. С. Талантова
О. В. Завьялова
Н. И. Потеряхина

Подписано в печать 29.05.2020. Формат 70×90/16. Гарнитура TimesTenC.

Усл. п. л. 1,76. Тираж 50 экз. Заказ № 198

Оригинал-макет подготовлен Издательством РФЯЦ — ВНИИТФ.

Адрес издательства: 456770, г. Снежинск Челябинской обл.,
ул. Васильева, 13,
тел.: (351-46) 5-23-50, 5-22-75,
e-mail: L.S.Talantova@vniitf.ru,
<http://www.vniitf.ru/>

Отпечатано в ОНТИ РФЯЦ — ВНИИТФ