



РФЯЦ-ВНИИТФ  
РОСАТОМ

# Динамика размножения нейтронов в слоях стационарной системы

31.06.2023

Шмаков В.М., Гордейчук Л.Ф., Орлова С.А.

# Содержание



- Введение
- Спектральные сечения воспроизводства нейтронов
- Обоснование *BJN* - метода расчета интенсивностей размножения нейтронов
- Спектральные расчеты интенсивностей
- Групповые сечения воспроизводства нейтронов
- Групповые расчеты интенсивностей (полная система)
- Групповые расчеты интенсивностей (слои системы)
- Заключение

# Введение



В докладе рассмотрено поведение характеристик размножения нейтронов от момента начального распределения нейтронов до выхода распределения нейтронных потоков на собственную функцию и главное собственное значение ( $\lambda$ ).

Расчеты интенсивности размножения нейтронов проведены традиционным методом установления и  $B/N$ -методом с использованием сечений воспроизводства нейтронов.



## Характеристики размножения нейтронов

$\lambda_{rep}(t)$  - Интенсивность воспроизводства нейтронов

$\lambda_J(t)$  - Интенсивность утечки нейтронов

$\lambda_Q(t)$  - Интенсивность источников нейтронов

$\lambda(t)$  - Интенсивность размножения нейтронов (динамическая)

$\lambda_0$  - Интенсивность размножения нейтронов (статическая, временная постоянная, СЗ)

Связь между интенсивностями :  $\lambda(t) = \lambda_{rep} - \lambda_J + \lambda_Q$

$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lambda_0$  в процессе установления распределения нейтронного потока



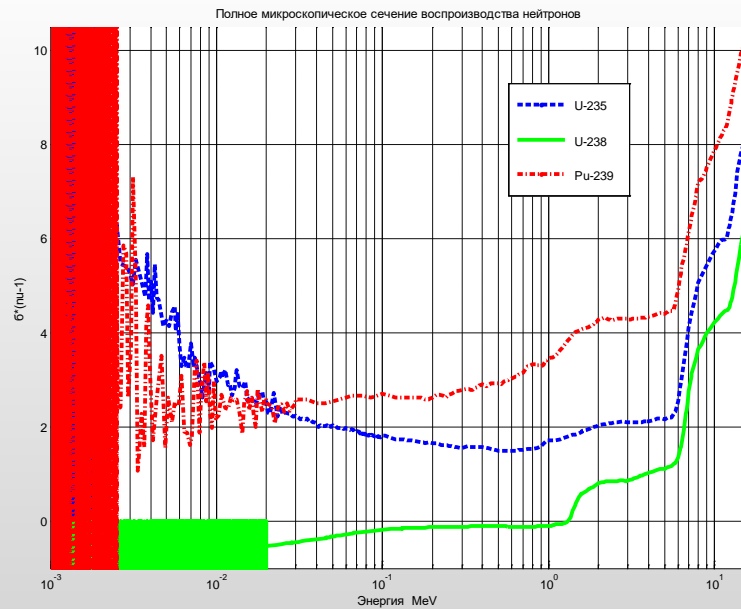
# Спектральные сечения воспроизводства $\sigma_{rep}(E)$

В расчетах интенсивностей размножения *BJN* –методом будут использоваться микроскопических сечениях воспроизводства нейтронов:

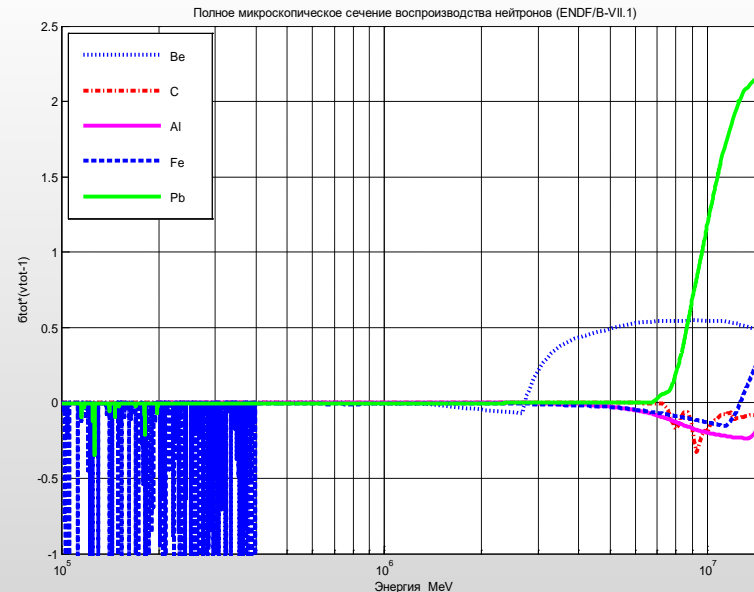
$$\sigma_{rep}(E) = \sum_x \sigma_x(E)(\nu_x(E)-1) = \sigma_t(E)(\bar{\nu}_t(E)-1) \quad (1)$$

суммирование идет по всем реакциям :  $x = el, inel, cap, fiss, n2n, \dots$

Сечениях воспроизводства рассчитываются для каждого материала в узлах полного сечения, как и KERMA, и находятся в библиотеках нейтронных констант. Эти сечения дополняют набор традиционных нейтронных ядерных данных.



делящиеся материалы



конструкционные материалы

# Интенсивность размножения $\lambda(t)$



Традиционно  $\lambda(t)$  в динамической системе определяют через логарифмическую производную по времени от полного числа нейтронов в системе –  $N_0(t)$ , которое получают численно, решая уравнение переноса.

$$\lambda(t) = \frac{\partial \ln N_0}{\partial t} = \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial t} \quad (2) \quad , \text{ решение уравнения (2): } N_0(t) = N_0(t_0) \cdot \exp\left(\int_{t_0}^t \lambda(\tau) d\tau\right) \quad (3)$$

Нестационарное уравнение переноса для плотности потока нейтронов  $\varphi(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \left\{ \iint_{E', \vec{\Omega}'} \rho \left[ \sigma_f' v_f' f_f' + \sigma_s' f_s' \right] \varphi' d\vec{\Omega}' dE' - \rho \sigma_t \varphi \right\} - \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi + q \quad (4)$$

где:  $\varphi' = \varphi'(t, \vec{r}, E', \vec{\Omega}')$ ,  $\sigma_x' = \sigma_x(E')$ ,  $v_x' = v_x(E')$ ,  $f_x' = f_x(E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$

Проинтегрировав (4) по объёму системы, углам и энергиям получим выражение (5), в котором все функционалы зависят только от времени.

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = B - J + Q \quad (5)$$

Если вычислять производную из левой части ур-я (5), то нужны хотя бы два значения  $N_0(t)$  для двух моментов времени.

Если вычислить правую часть ур-я (5), то получим производную для конкретного момента времени  $t$ .



## Интенсивность размножения $\lambda(t)$

Повторим уравнение (4) и выражение (5) для определения функционалов  $B, J, N_0, Q$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \equiv \frac{\partial n}{\partial t} = \left\{ \iint_{E', \vec{\Omega}'} \rho \left[ \sigma'_f v'_f f'_f + \sigma'_s f'_s \right] \varphi' d\vec{\Omega}' dE' - \rho \sigma_t \varphi \right\} - \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi + q \quad (4)$$

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = B - J + Q \quad (5)$$

где:

$$B = \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \{b\} d\vec{r} dE d\vec{\Omega} \quad - \text{ полное воспроизводство нейтронов в системе}$$

$$J = \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \varphi d\vec{r} dE d\vec{\Omega} \quad - \text{ утечка нейтронов через поверхность системы}$$

$$Q = \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} q(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} \quad - \text{ полная интенсивность источников нейтронов в системе}$$

$$N_0 = \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} n(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\vec{r} dE d\vec{\Omega} \quad - \text{ полное число нейтронов в системе}$$

В общем случае все функционалы в (5) зависят от времени.

# Связь воспроизводства и сечения воспроизводства



Расчет интеграла полного воспроизводства нейтронов  $B$  в системе с использованием сечения воспроизводства  $\sigma_{rep}(E)$

$$\begin{aligned}
 B &= \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \{b\} d\vec{r} dE d\vec{\Omega} = \\
 &\iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \left\{ \iiint_{E', \vec{\Omega}'} \rho [\sigma'_f \nu'_f f'_f + \sigma'_s f'_s] \varphi' d\vec{\Omega}' dE' - \rho \sigma_t \varphi \right\} d\vec{r} dE d\vec{\Omega} = \\
 &\iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \iiint_{E', \vec{\Omega}'} \rho [\sigma'_f \nu'_f f'_f + \sigma'_s f'_s] \varphi' d\vec{\Omega}' dE' d\vec{r} dE d\vec{\Omega} - \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho \sigma_t \varphi d\vec{r} dE d\vec{\Omega} = \\
 &\iiint_{E', \vec{\Omega}'} \varphi' d\vec{\Omega}' dE' \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho [\sigma'_f \nu'_f f'_f + \sigma'_s f'_s] d\vec{r} dE d\vec{\Omega} - \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho \sigma_t \varphi d\vec{r} dE d\vec{\Omega} = \\
 &\iiint_{E', \vec{\Omega}'} \varphi' d\vec{\Omega}' dE' \int_V \rho [\sigma'_f \nu'_f + \sigma'_s] d\vec{r} - \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho \sigma_t \varphi d\vec{r} dE d\vec{\Omega} = \\
 &\iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho [(\sigma_f \nu_f + \sigma_s) - \sigma_t] \varphi d\vec{r} d\vec{\Omega} dE = \\
 &\iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho \sigma_t (\bar{\nu} - 1) \varphi d\vec{r} d\vec{\Omega} dE = \iiint_{V, E, \vec{\Omega}} \rho \sigma_{rep} \varphi d\vec{r} d\vec{\Omega} dE \quad (6)
 \end{aligned}$$

Здесь использована нормировка энергоугловых распределений вторичных нейтронов :  $\iint_{E, \vec{\Omega}} f_x(E', \rightarrow E, \vec{\Omega}', \rightarrow \vec{\Omega}) dE d\vec{\Omega} = 1$





## Динамическая интенсивность размножения $\lambda(t)$

Если разделить выражение (5) на  $N_0$ , то получим выражения (7) и (8)

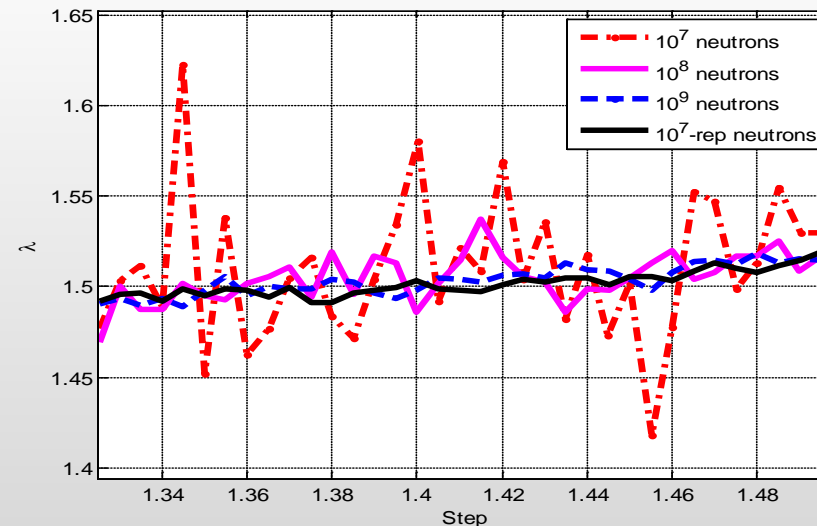
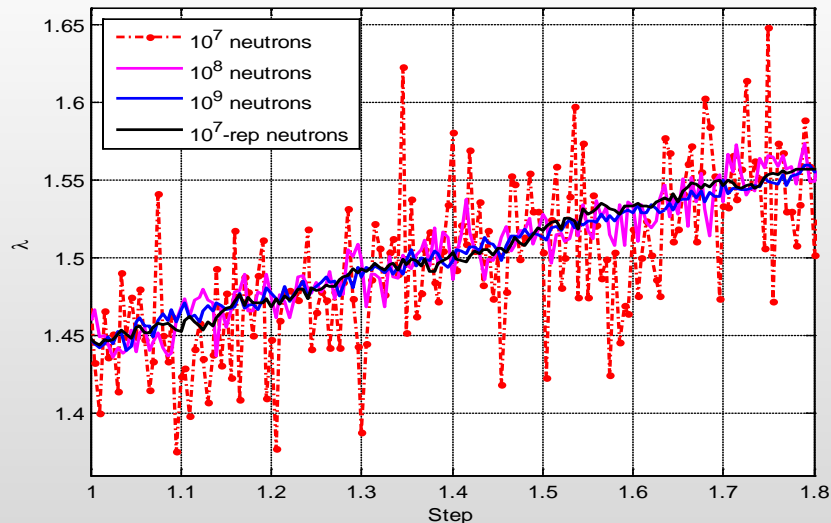
для расчёта динамической  $\lambda(t)$  с тремя “лямбдами” ***BJN - метод***

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial t} = \frac{B - J + Q}{N_0} = \lambda_{rep} - \lambda_J + \lambda_Q \quad (7)$$

где:  $\lambda_{rep} = \frac{B}{N_0}$ ,  $\lambda_J = \frac{J}{N_0}$ ,  $\lambda_Q = \frac{Q}{N_0}$  (8)

### Расчеты Монте-Карло с ENDF/B-V

Сравнение методов при использовании  $10^7$ ,  $10^8$  и  $10^9$  историй нейтронов



Можно сказать, что эффективность расчета с использованием сечений воспроизводства на два порядка выше чем расчета с логарифмической производной.



## Групповые сечения воспроизводства

Групповые микроскопические сечения воспроизводства рассчитываются из спектральных констант и добавляются в библиотеки групповых констант БРК.

$$\sigma_g^{rep} = \frac{\int_{\Delta E_g} \sigma_t(E)(\bar{\nu}(E) - 1) \cdot \varphi(E) dE}{\int_{\Delta E_g} \varphi(E) dE} = \sigma_g^{tot} (\bar{\nu}_g - 1) \quad (9)$$

Второй, более практичный, способ - досчитать групповые микроскопические сечения воспроизводства из групповых данных самой библиотеки **БРК** \*

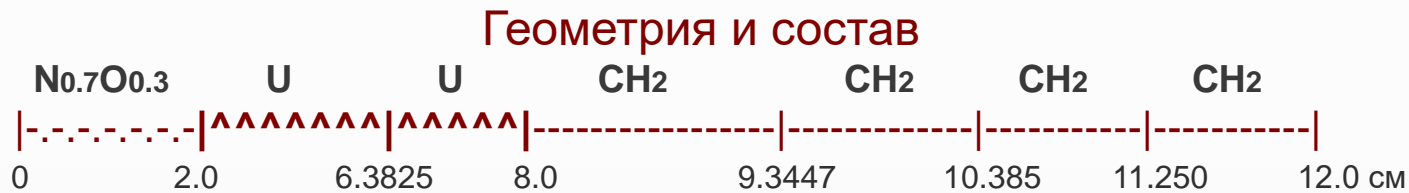
$$\sigma_g^{rep} = \left( \sum_k \beta_{0,gk} - \alpha_g \right) \quad (10)$$

\* сечение воспроизводства не меняется при проведении транспортных поправок



## Групповые расчеты. Интенсивности размножения в шаровой системе

$$\lambda_0, \lambda_{rep}(t), \lambda_J(t) \quad \text{и} \quad \lambda(t) = \lambda_{rep}(t) - \lambda_J(t)$$



Плотности: воздух = 0.023 г/см<sup>3</sup>; уран=20.5 и 8.0 г/см<sup>3</sup>; полиэтилен= 2.0 г/см<sup>3</sup>.

Начальная плотность нейтронов распределена равномерно по объёму системы.

В начальный момент нейтроны во всех слоях заданы только в 24-ой группе 26 групповых констант с энергией  $E_{24} \in [18-32] \text{ keV}$  и скоростью  $V_{24} = 21.354 \text{ см/мис}$

$$\lambda_0 = 2.002 \quad , \quad \rho U = 20.5 \text{ г} / \text{см}^3$$

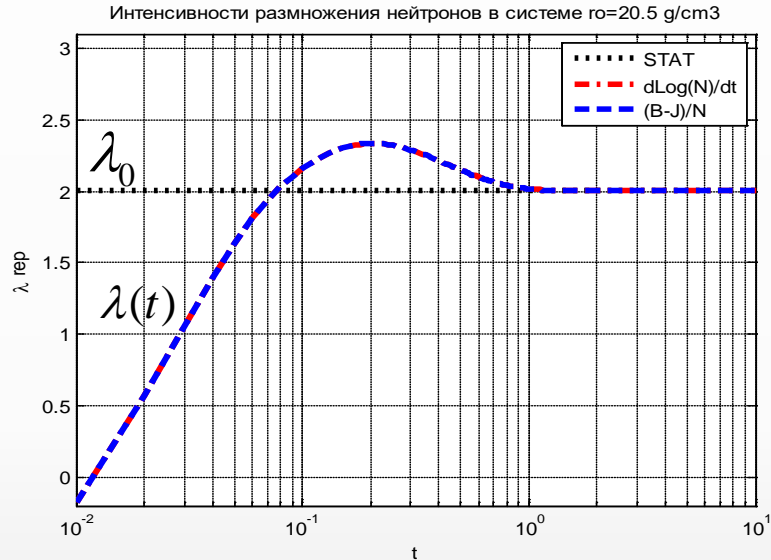
$$\lambda_0 = -0.0702 \quad , \quad \rho U = 8.0 \text{ г} / \text{см}^3$$

# Интенсивности размножения нейтронов во системе

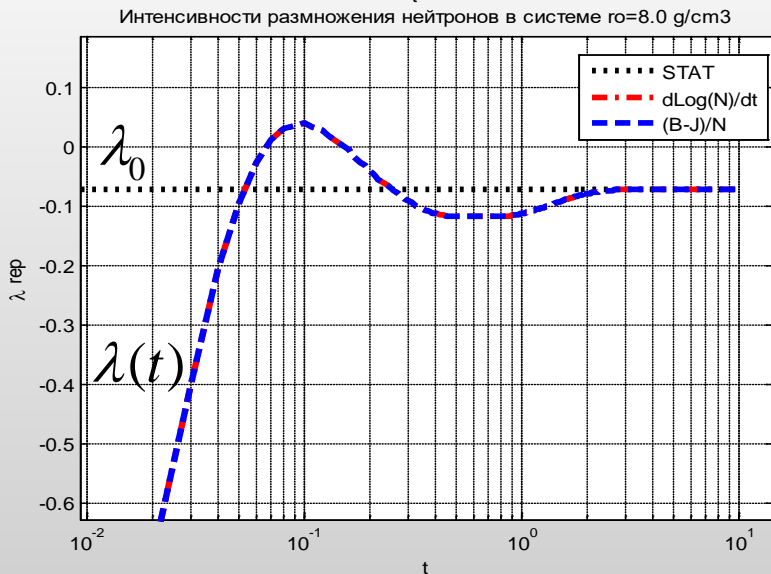


$$\lambda(t) = \lambda_{rep}(t) - \lambda_J(t)$$

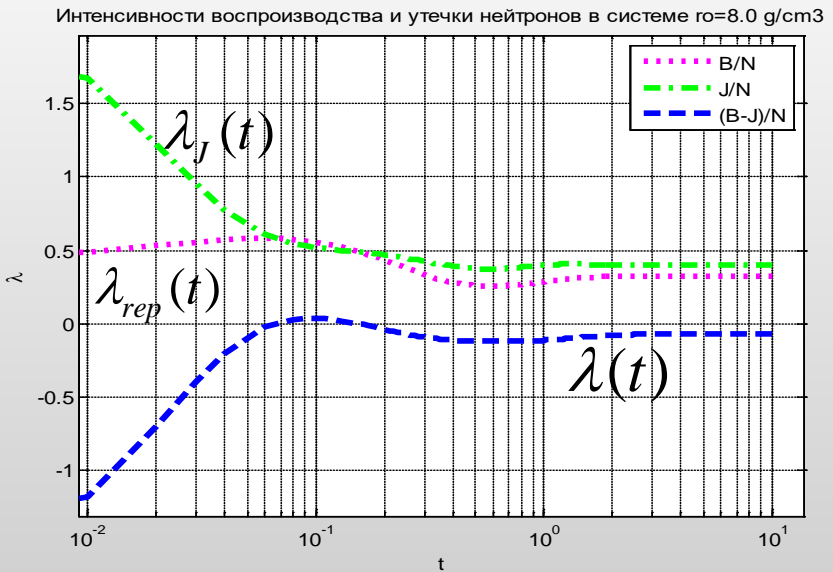
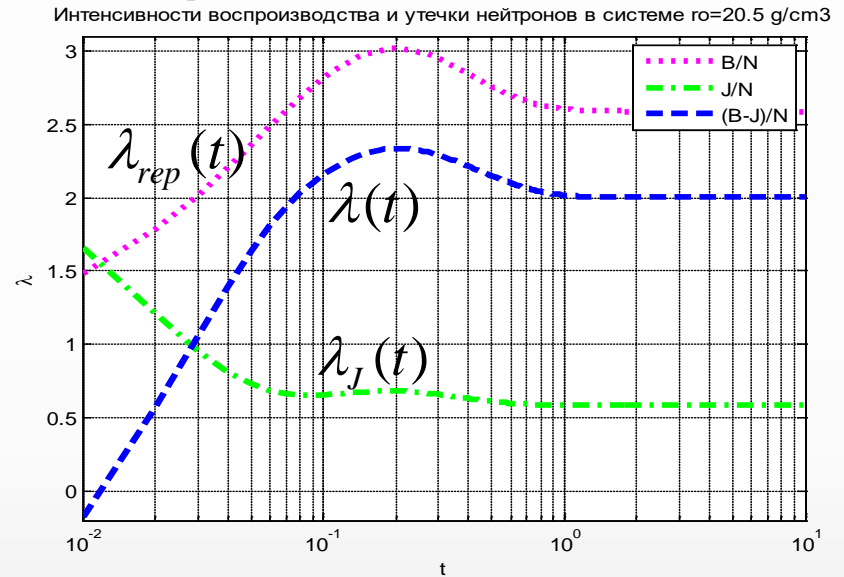
$$\lambda_{rep}(t), \lambda_J(t), \lambda(t)$$



$$\leftarrow \lambda_0 = 2.002 \rightarrow$$



$$\leftarrow \lambda_0 = -0.0702 \rightarrow$$





## Интенсивности размножения $\lambda_c(t)$ в слоях системы

Для всей системы, как говорилось выше, динамическая  $\lambda(t)$  определялась через логарифмическую производную:

$$\lambda(t) = \frac{\partial \ln N_0}{\partial t} = \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial t}$$

По аналогии введём интенсивность размножения нейтронов в отдельном слое системы

$$\lambda_c(t) = \frac{1}{N_c} \frac{\partial N_c}{\partial t} \quad (11)$$

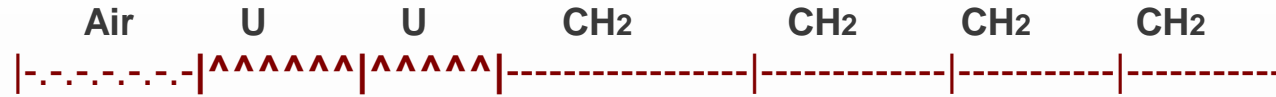
Тогда  $\lambda(t)$  всей системы можно записать в виде суммы  $\lambda_c(t)$  с весами  $w_c = N_c / N_0$ , где  $N_c$  число нейтронов в слое

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial t} = \frac{1}{N_0} \frac{\partial \sum_c N_c}{\partial t} = \sum_c \frac{N_c}{N_0} \left( \frac{1}{N_c} \frac{\partial N_c}{\partial t} \right) = \sum_c w_c \lambda_c(t) \quad (12)$$

# Групповые расчеты $\lambda_c(t)$ в слоях системы

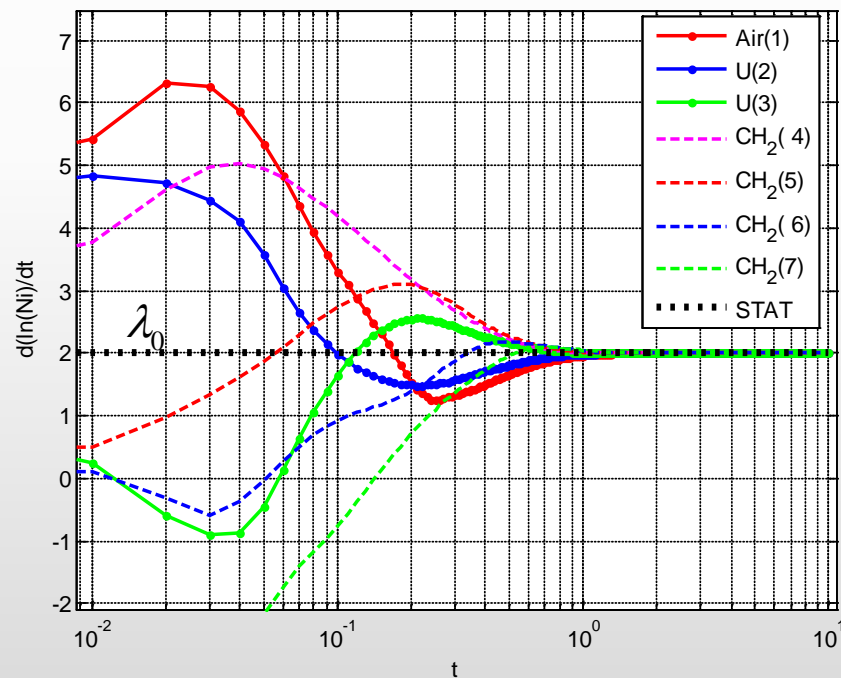


РФЯЦ-ВНИИТФ  
РОСАТОМ



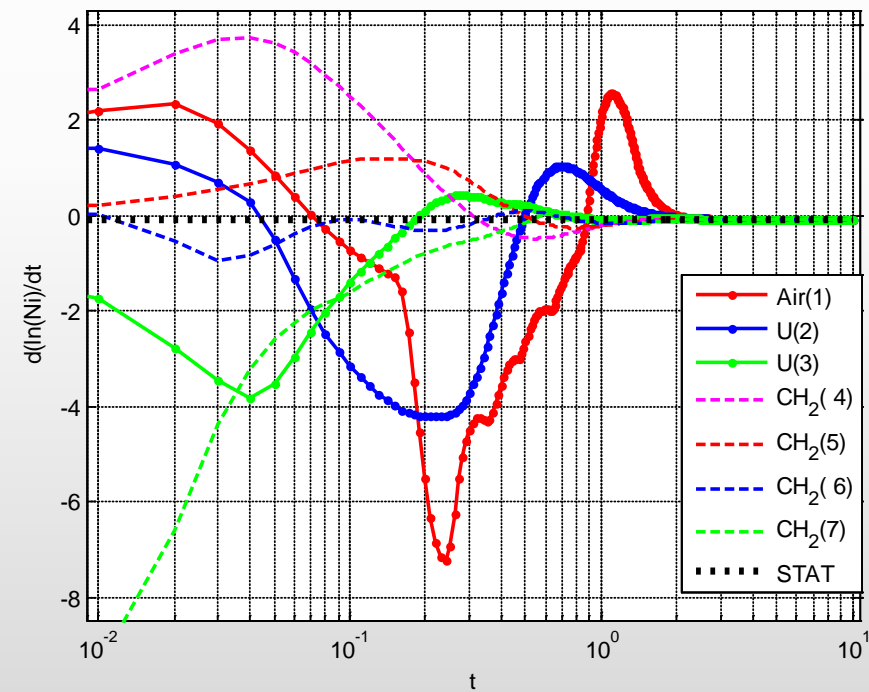
$$\lambda_0 = 2.002$$

Интенсивности размножения нейтронов в слоях  $\rho_0=20.5 \text{ g/cm}^3$



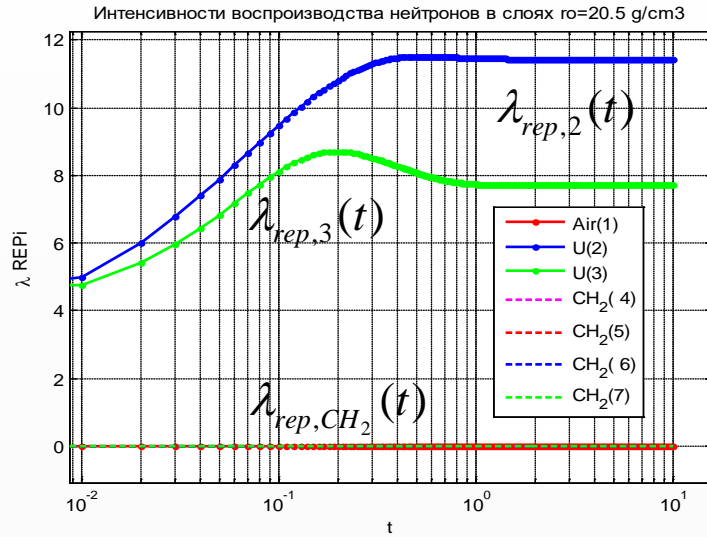
$$\lambda_0 = -0.0702$$

Интенсивности размножения нейтронов в слоях  $\rho_0=8.0 \text{ g/cm}^3$

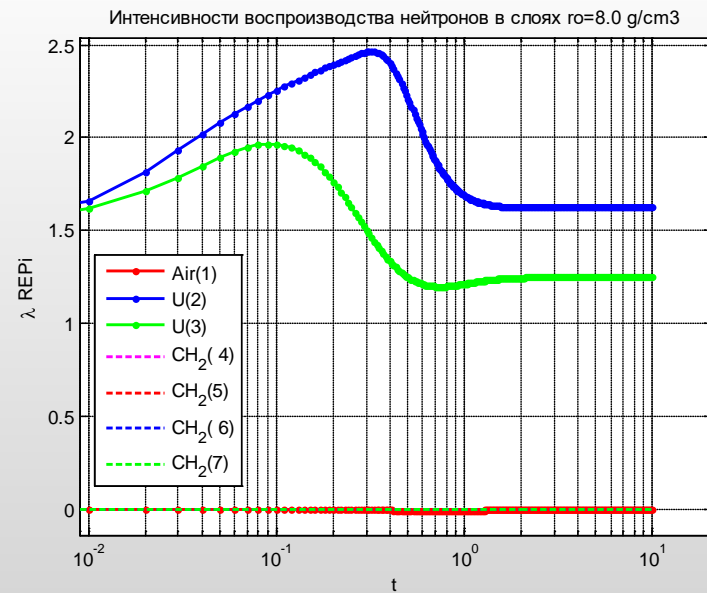
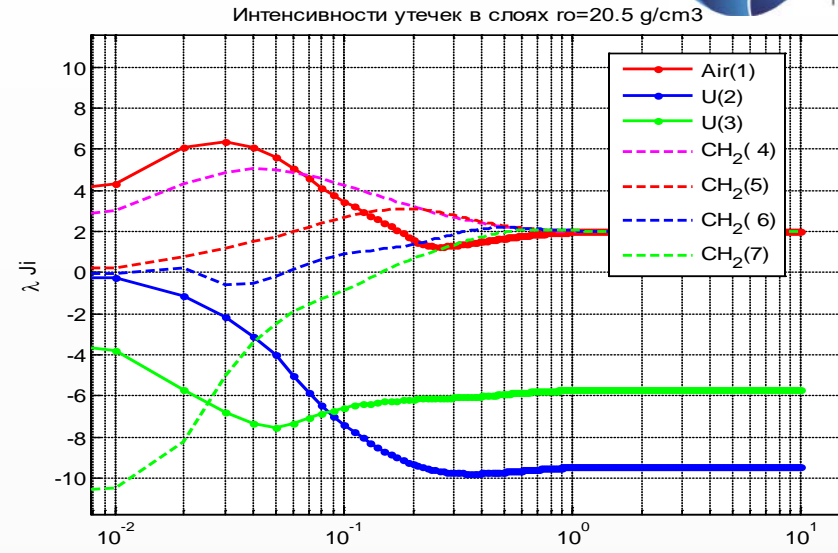


Интенсивности размножения  $\lambda_c$  в слоях системы и статическая  $\lambda_0$

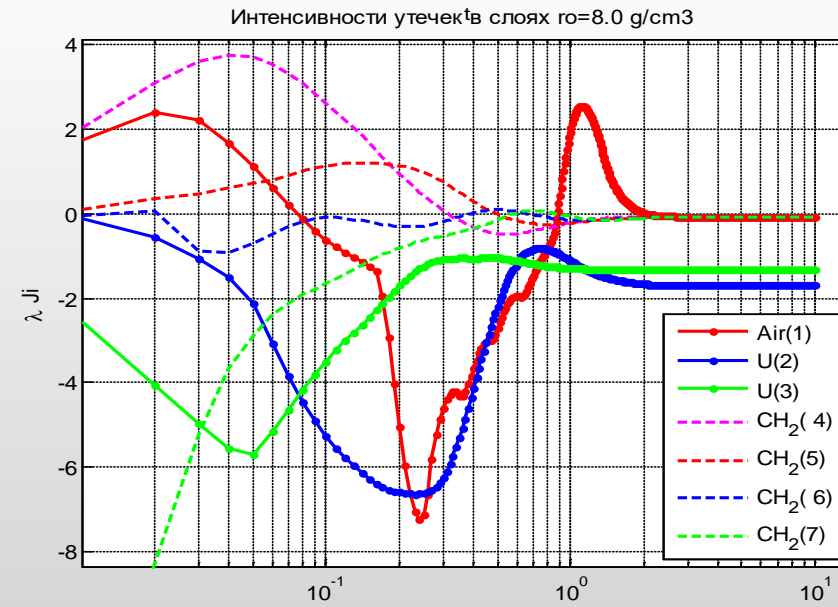
# Групповые расчеты $\lambda_{rep,c}(t)$ и $\lambda_{\Delta J,c}(t)$ в слоях



$$\leftarrow \lambda_0 = 2.002 \rightarrow$$



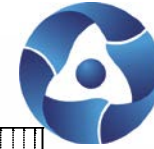
$$\leftarrow \lambda_0 = -0.0702 \rightarrow$$



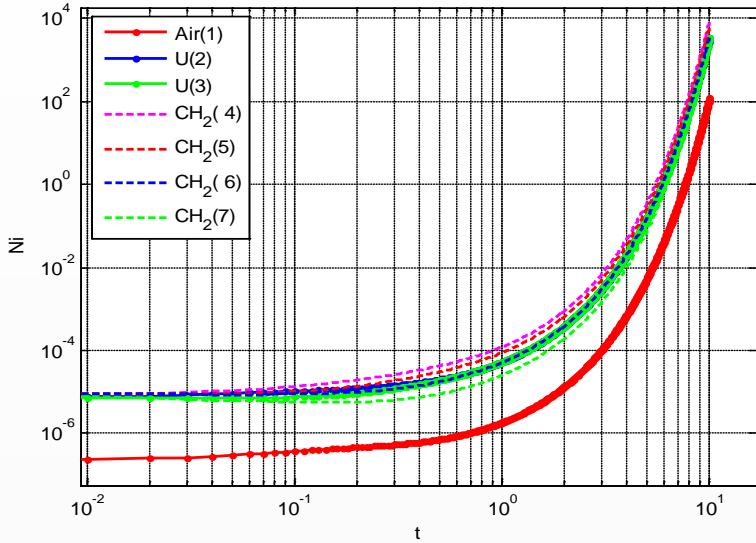
Интенсивности воспроизводства  $\lambda_{rep,c}(t)$

Интенсивности баланса утечек  $\lambda_{\Delta J,c}(t)$

# Групповые расчеты $N_c(t)$ и $w_c(t)$ в слоях

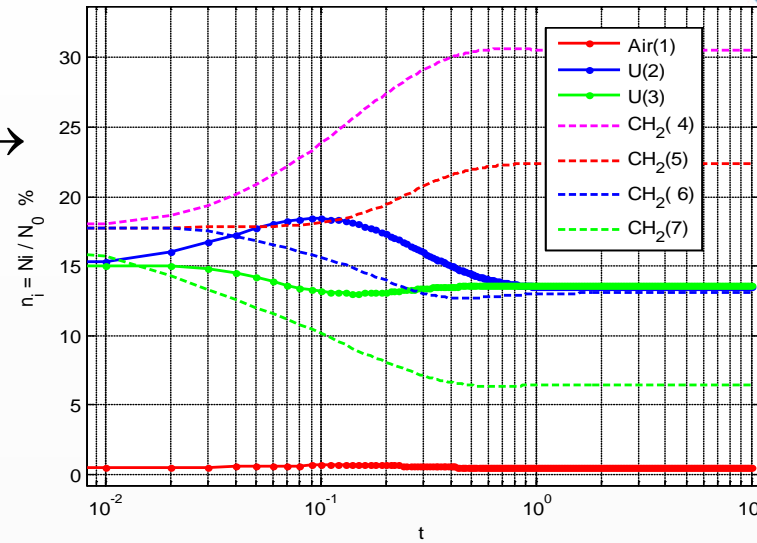


Число нейтронов в слоях  $\rho_0=20.5$  g/cm<sup>3</sup>

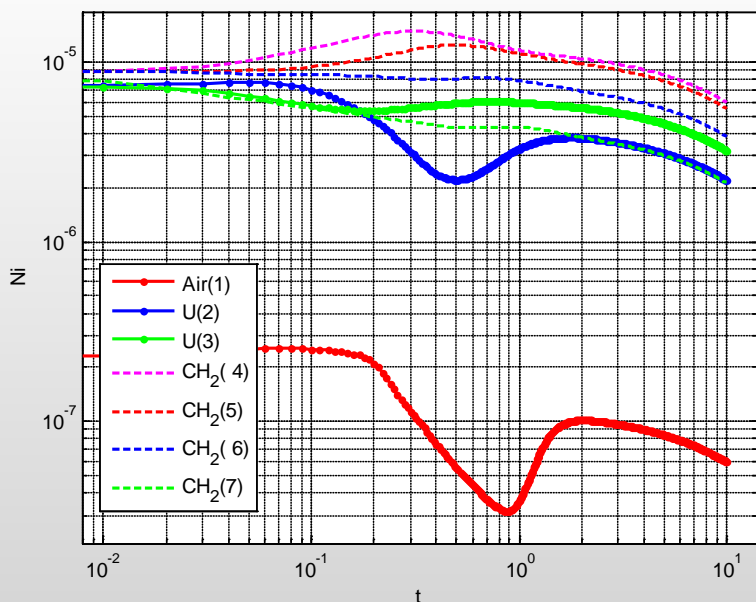


$$\leftarrow \lambda_0 = 2.002 \rightarrow$$

Доли числа нейтронов в слоях  $\rho_0=20.5$  g/cm<sup>3</sup>

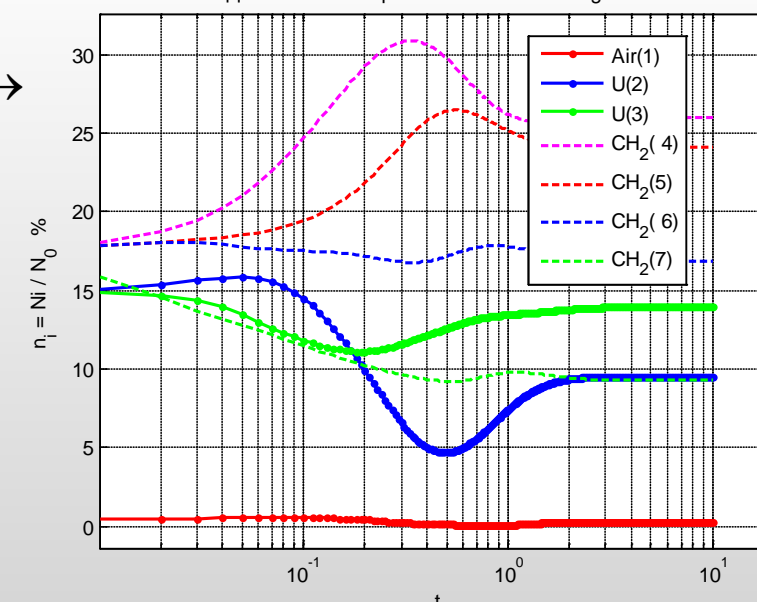


Число нейтронов в слоях  $\rho_0=8.0$  g/cm<sup>3</sup>



$$\leftarrow \lambda_0 = -0.0702 \rightarrow$$

Доли числа нейтронов в слоях  $\rho_0=8.0$  g/cm<sup>3</sup>



Число нейтронов в слоях  $N_c(t)$

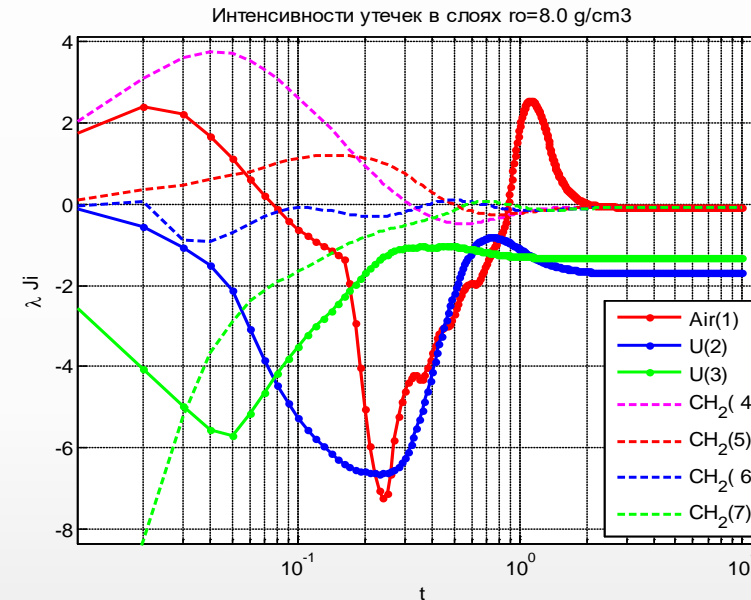
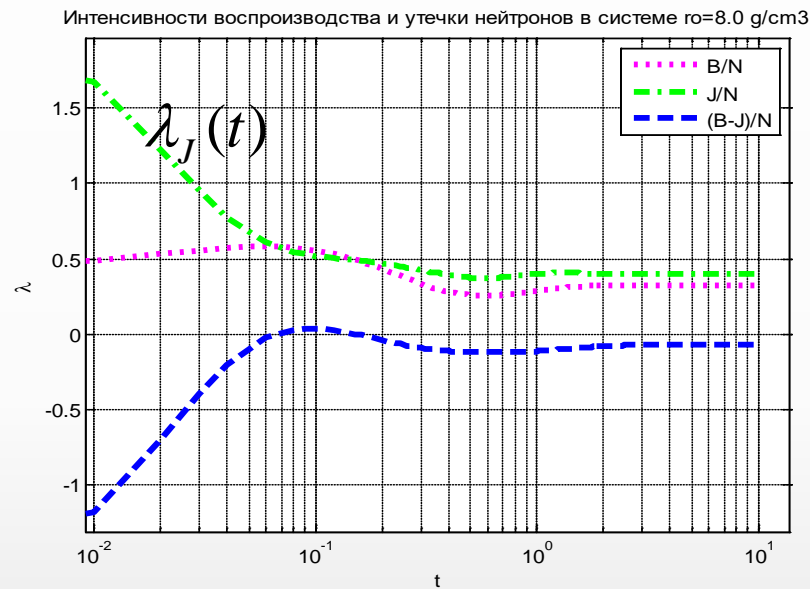
Доли числа нейтронов в слоях  $w_c$  (%)



# Комментарий к групповым расчетам



Сравним поведение интенсивность утечку в системе  $\lambda_J(t)$  и в слоях систем  $\lambda_{\Delta J,c}(t)$



Если продолжить рассматривать более мелкие области, то есть *система*  $\rightarrow$  *слой системы*  $\rightarrow$  *счетная ячейка*, то следует ожидать, что нерегулярности в интенсивностях будут возрастать. Следовательно потребуется следить за величиной шага интегрирования по времени. Этот вопрос затронут в работе:

Моисеев Н.Я., Шмаков В.М. Дискретно-аналитическая разностная схема для решения нестационарного уравнения переноса частиц методом расщепления // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2022, том 62, № 7. с. 1200-1208  
Comput. Math. Math. Phys. 62 (7), 1200-1208 (2022).



## Заключение

- В библиотеки спектральных и групповых констант добавлены сечения воспроизводства нейтронов  $\sigma_{rep}$ .
- Предложен *BJN*- метод расчета динамической  $\lambda(t)$  с использованием  $\sigma_{rep}$  для дискретных моментов времени. пол
- Приведено теоретическое и расчетное обоснование *BJN*- метода.
- Эффективность *BJN*-метода в расчетах Монте-Карло выше расчета  $\lambda(t)$  через логарифмическую производную на два порядка .
- Показано полное совпадение расчётов динамической  $\lambda(t)$  по *BJN*- методу с расчетами  $\lambda(t)$  по традиционному методу.

## Докладчик благодарит

**Л.Ф. Гордейчук и С.А. Орлову** - за реализацию *VJN*-метода , за проведенные расчеты и обработку результатов.

**Л.А.Климову и В.В. Чернова** - за константное обеспечение групповых расчётов.

**Е.И.Черепанову** - за константное обеспечение спектральных расчётов

**С.В. Сенчукова** - за реализацию *VJN*-метода и предоставленные результаты расчетов Монте-Карло.

и всех присутствующих

## ЗА ВНИМАНИЕ

**Шмаков Владимир Михайлович**

v.m.shmakov@mail.ru

31.05.2023