



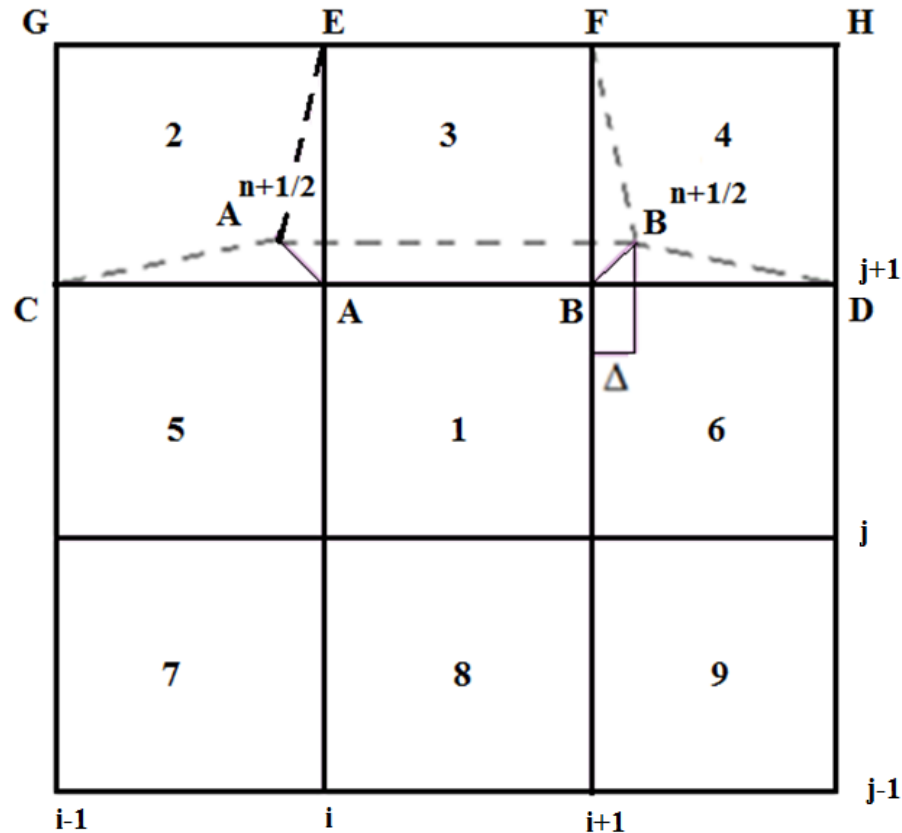
РФЯЦ-ВНИИЭФ
РОСАТОМ

МОДИФИКАЦИЯ СХЕМЫ ТИПА «КРЕСТ» ДЛЯ УСТРАНЕНИЯ «ШАХМАТНОЙ» ПОГРЕШНОСТИ

Забабахинские Научные Чтения

Ю.В. Янилкин, О.О. Топорова, А.М. Ерофеев

Описание погрешности



$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = (h^2 - h\Delta)$$

$$V_3^{n+1/2} = (h^2 - \Delta^2)$$

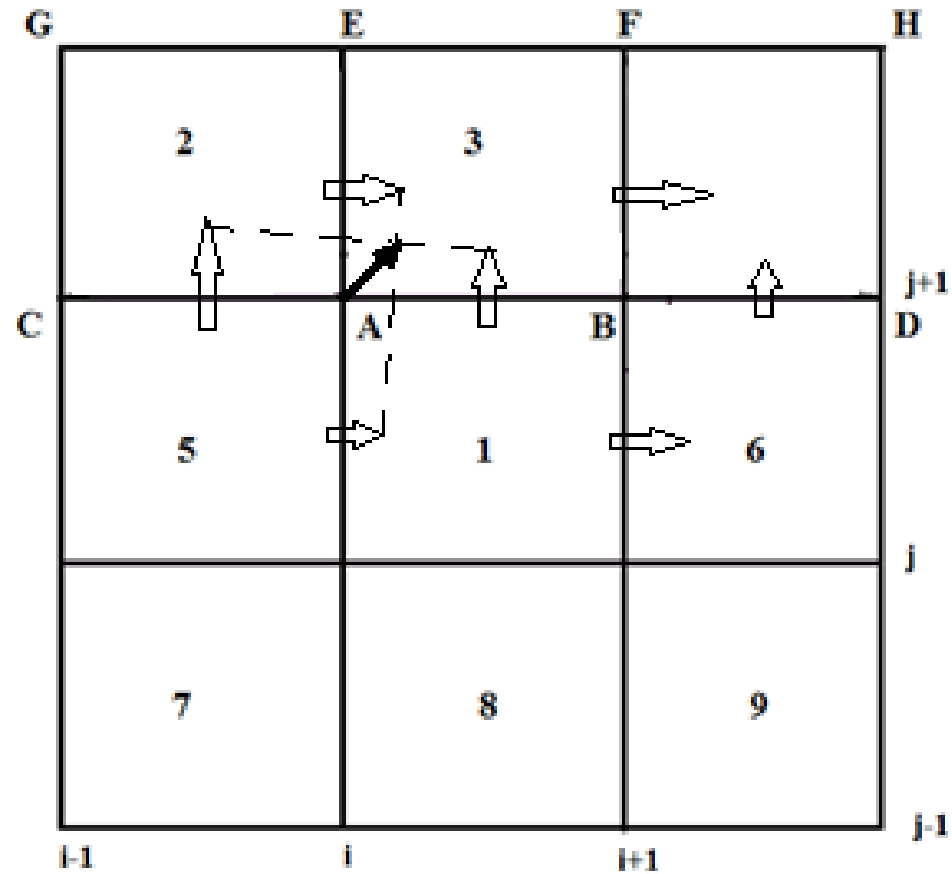
Так как $\Delta \ll h$, то $|\Delta V_3| < |\Delta V_2|$

Соответственно,

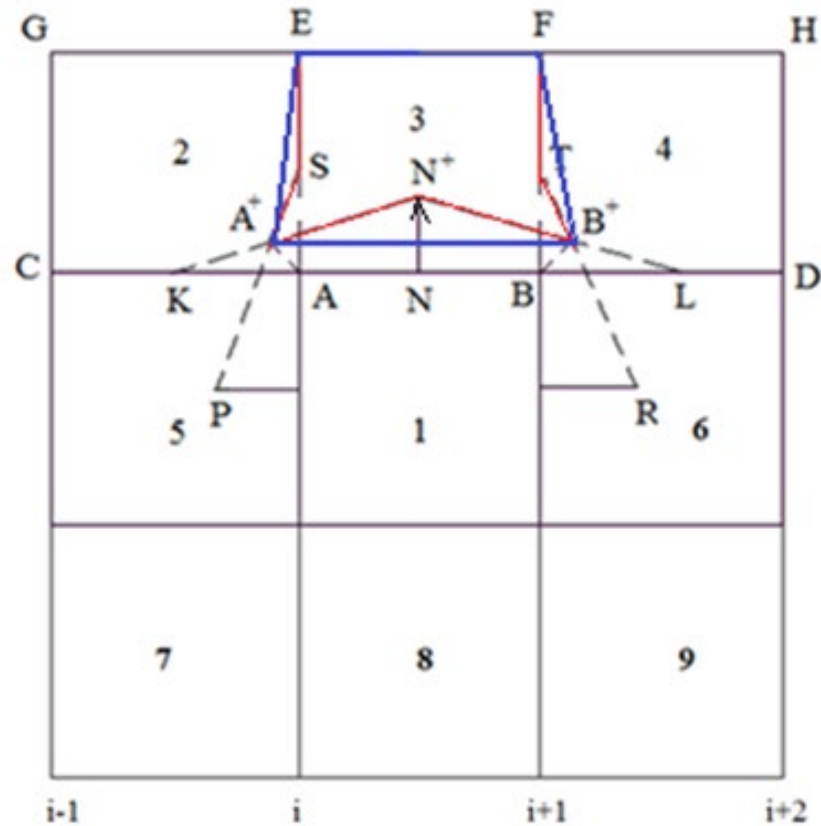
$$\rho_3 < \rho_2, \quad e_3 < e_2, \quad P_3 < P_2$$

Эйлеров этап несколько сглаживает указанную «шахматную» погрешность, однако не устраняет ее полностью.

Стандартная разностная схема лагранжевой газодинамики



Модификация разностной схемы



Объемы ячеек

стандартная схема,

$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = (h^2 - h\Delta)$$

$$V_3^{n+1/2} = (h^2 - \Delta^2)$$

$$|\Delta V_3| < |\Delta V_2|$$

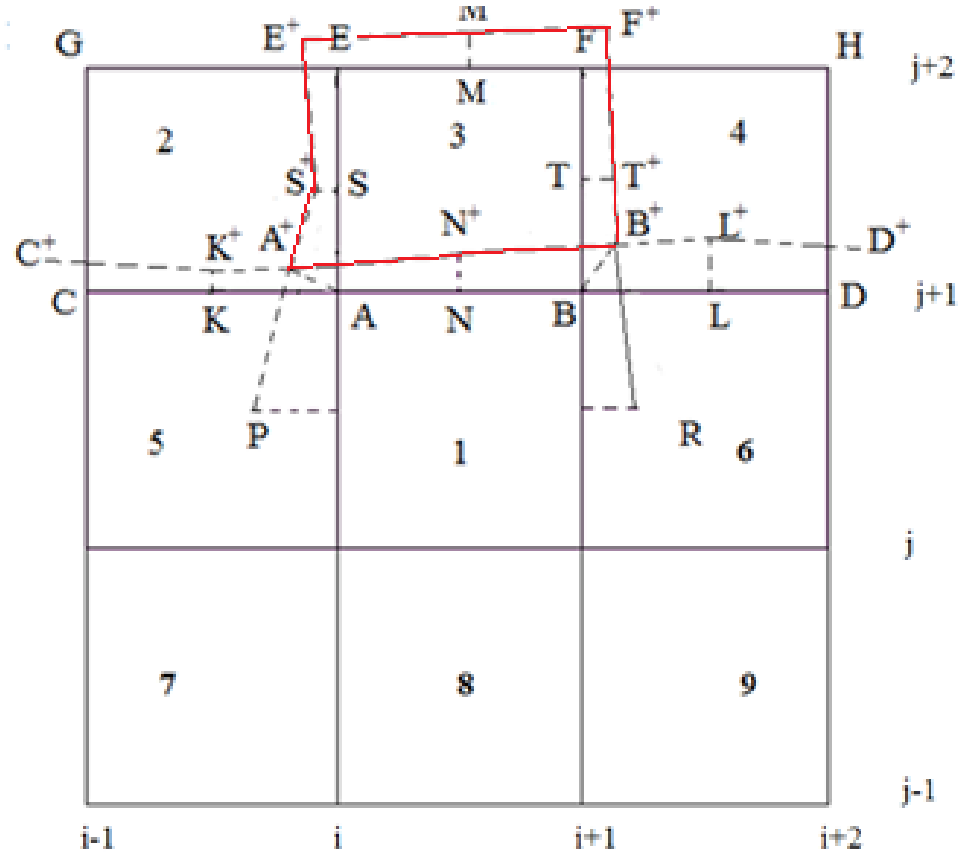
модифицированная схема

$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = h^2 - h\Delta/2$$

$$V_3^{n+1/2} = h^2 - h\Delta - 2\Delta^2$$

$$|\Delta V_3| > |\Delta V_2|$$

Модификация разностной схемы (общий случай)



$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1/2} = \frac{V^{n+1/2} - V^n}{V^n \tau}$$

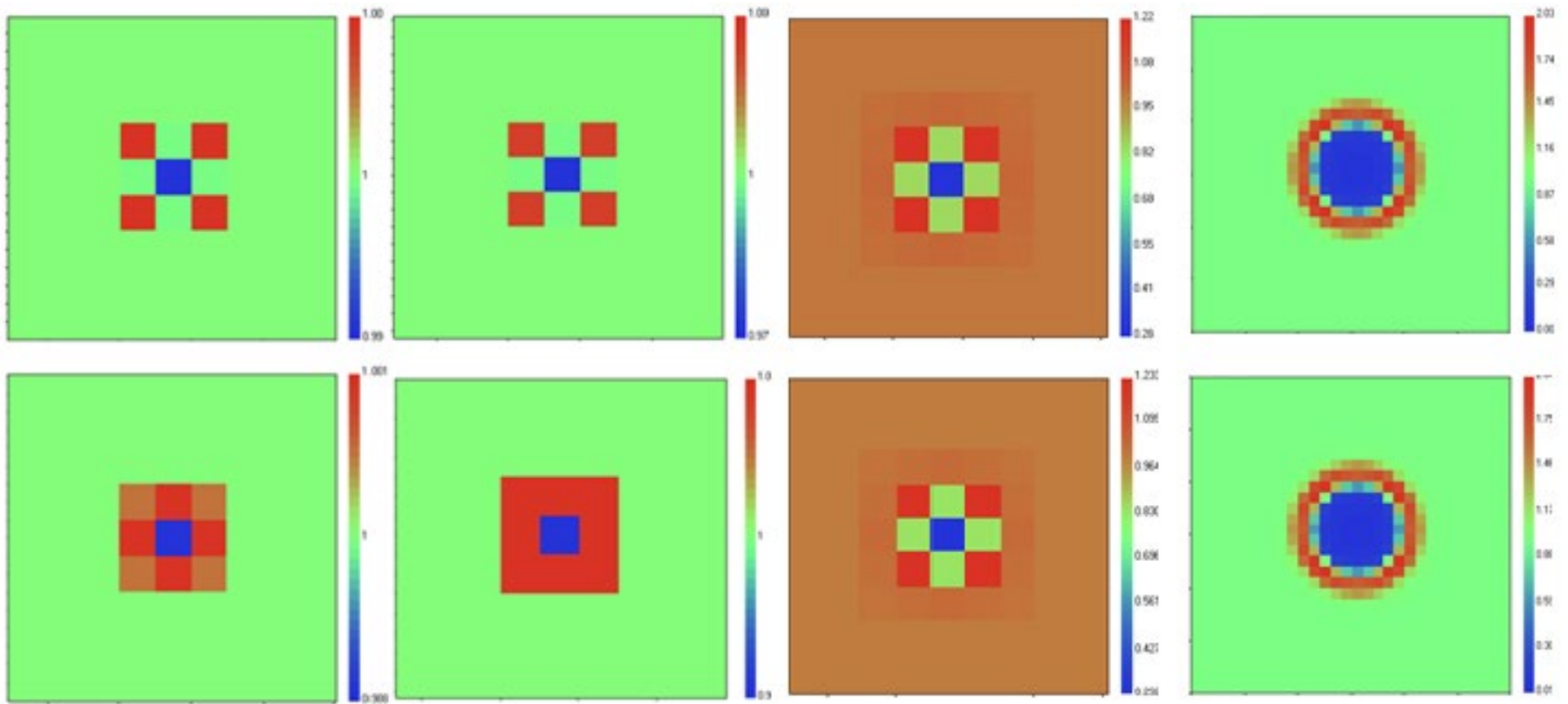
Модификация разностной схемы

Расчеты показали, что для упругопластики достаточно модификации программы лагранжевой газодинамики., без привлечения девиатора тензора напряжений. Ускорения за счет девиатора считаются стандартным способом.

Модификация легко реализуется и в трехмерной программе очевидным образом (пока не сделано).

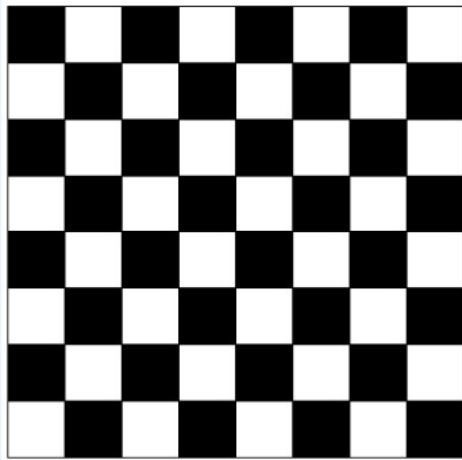
Тестовые расчеты

Пример 1. Давление в одной ячейке

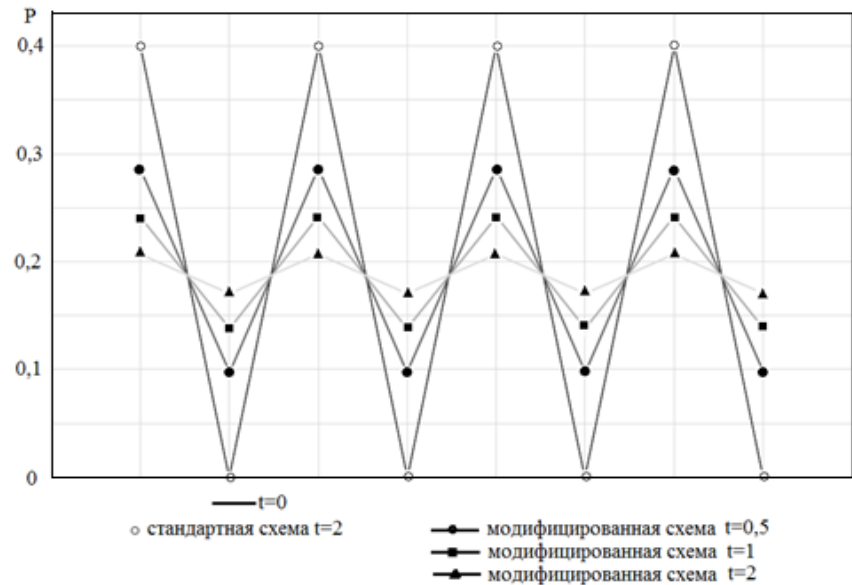


Картинки плотности в расчетах; слева направо: $N=1$, $N=2$, $N=20$, $N=300$;
а) стандартная схема, б) модифицированная схема

Пример 2. «Шахматное» давление

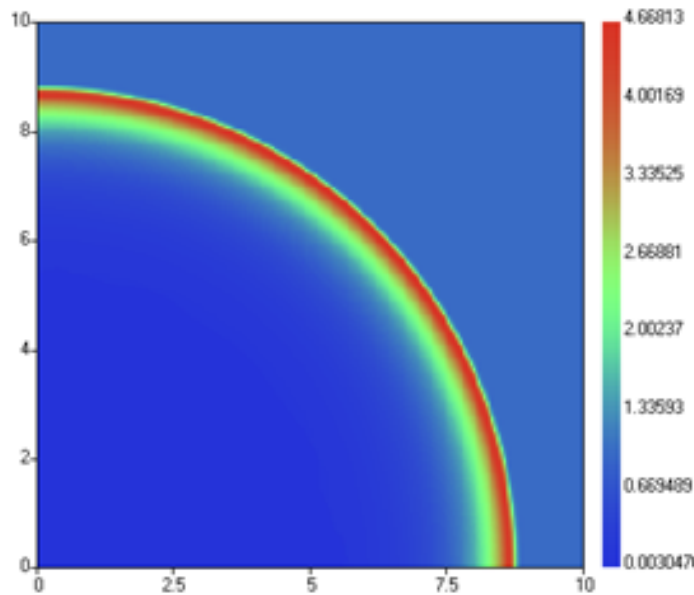
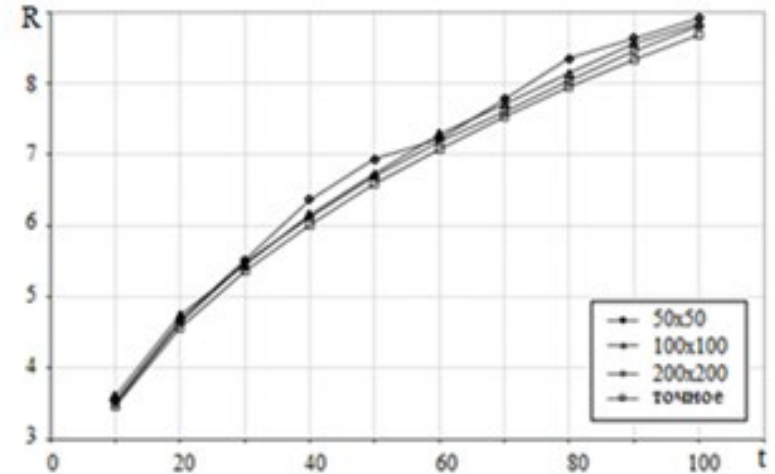
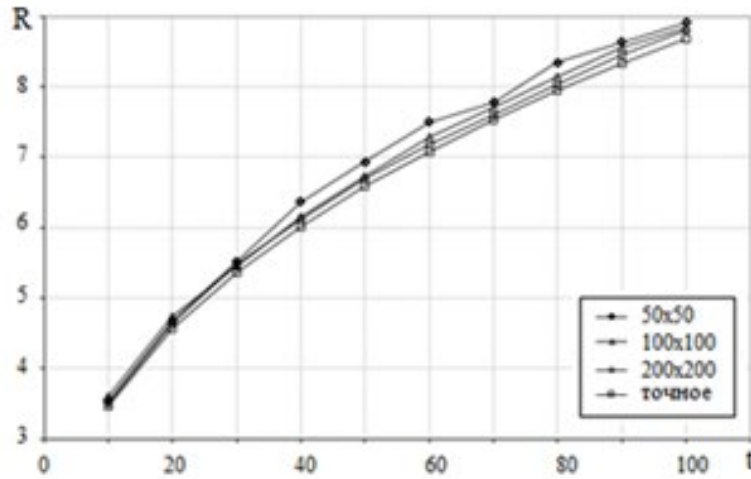


Начальное
распределение давления

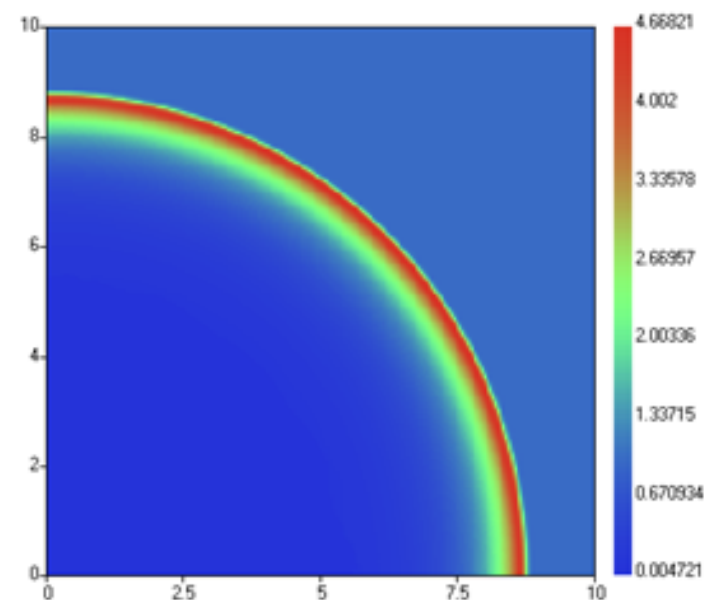


Давление вдоль произвольно выбранной
линии $y=\text{const}$
на разные моменты времени

Пример 3. Точечный (седовский) взрыв

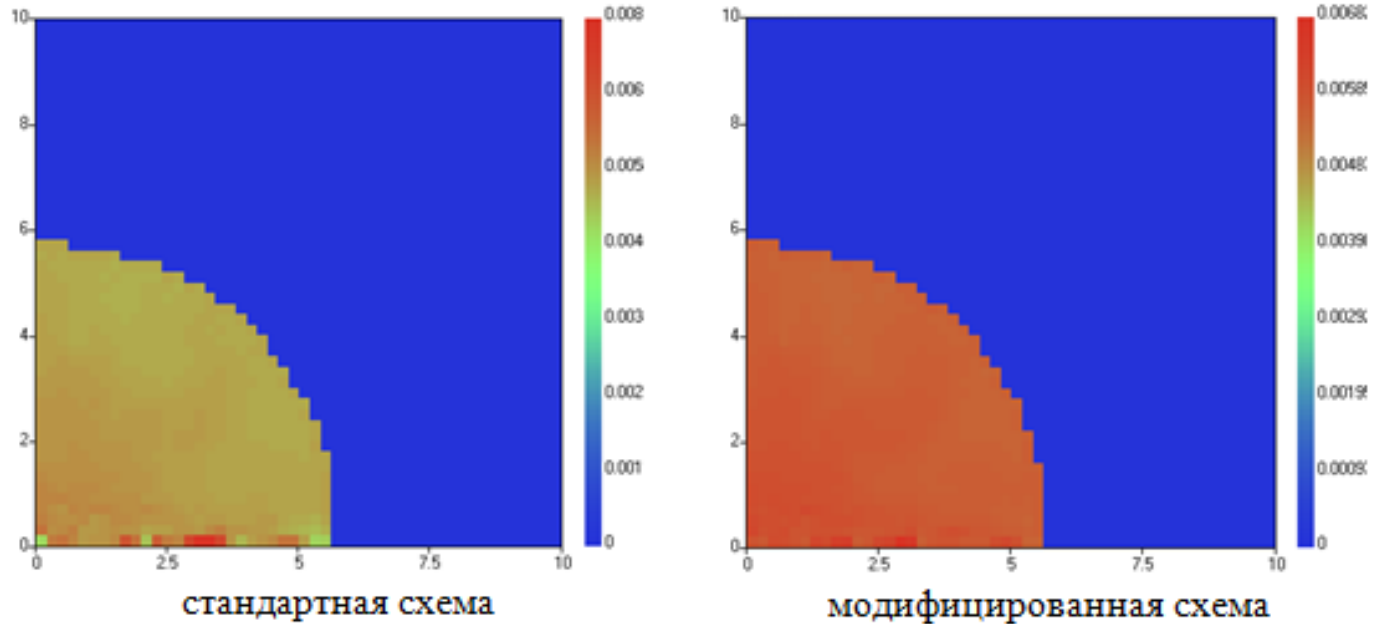


стандартная схема

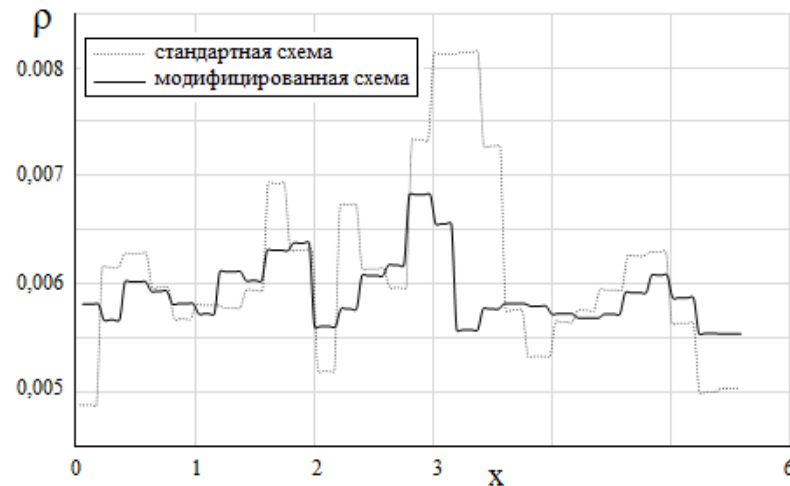


модифицированная схема

Пример 3. Точечный (седовский) взрыв

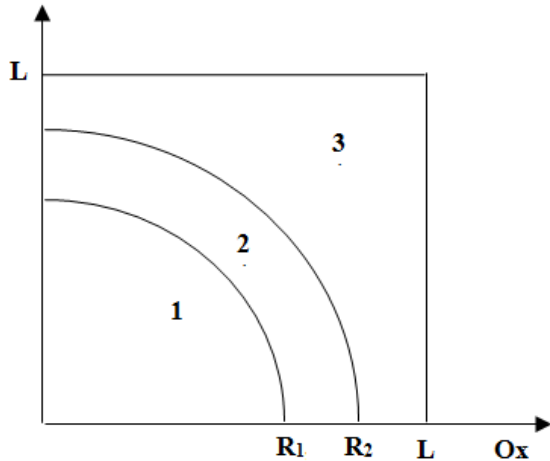


Поле плотности второго вещества в расчетах на сетке 50x50 ячеек



Профиль плотности второго вещества в расчетах на сетке 50x50 ячеек

Пример 4. Сферическое схождение оболочки

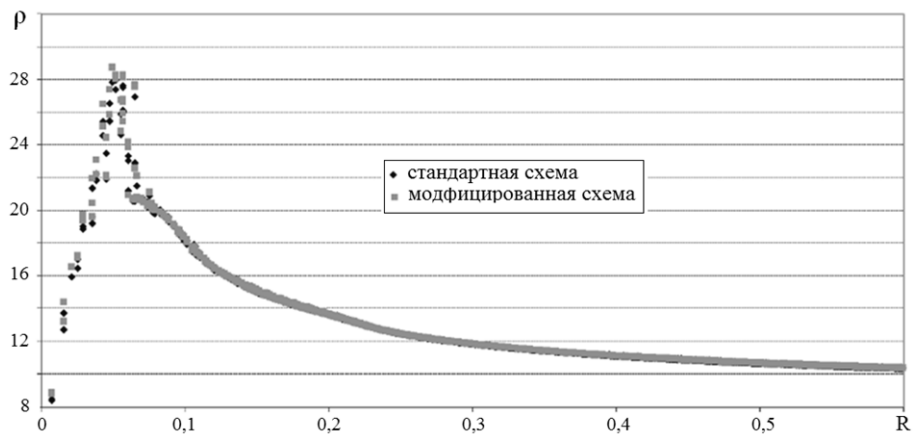


Начальные данные:

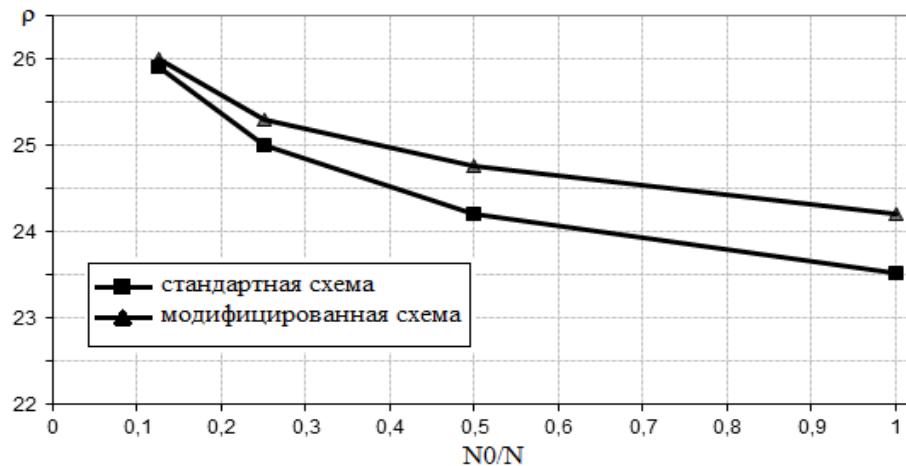
область 1 - $\rho_0 = 1$, $e_0 = 0$, $U_0 = 0$, УРС – идеальный газ с $\gamma = 5/3$.

область 2 - $\rho_0 = 10$, $e_0 = 0$, $U_0^R = -1$, УРС – типа Ми-Грюнайзена с константами: $\rho_0 = 10$, $c_0 = 4$, $n = 5$, $\gamma = 2$.

область 3 - вакуум с $P = 0$.

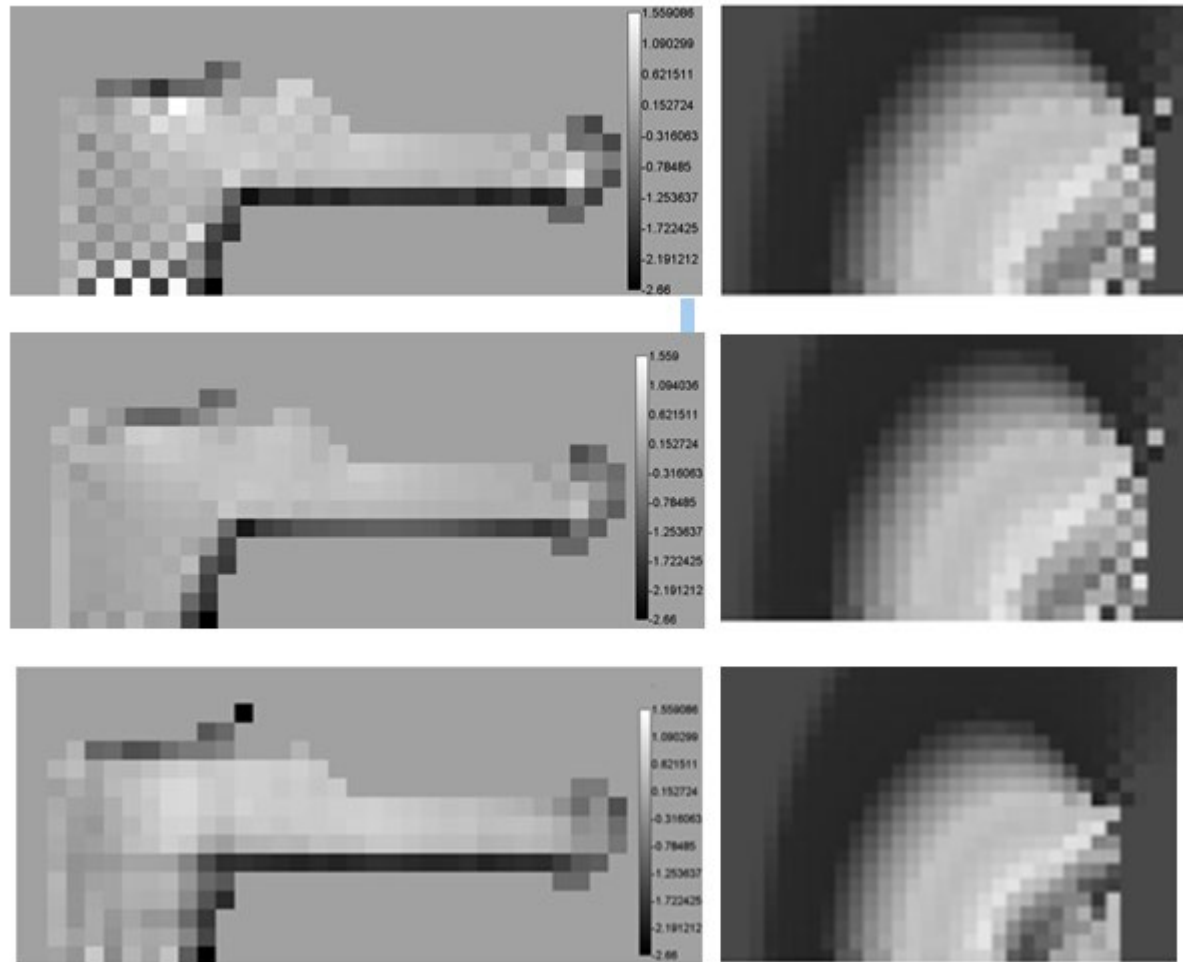
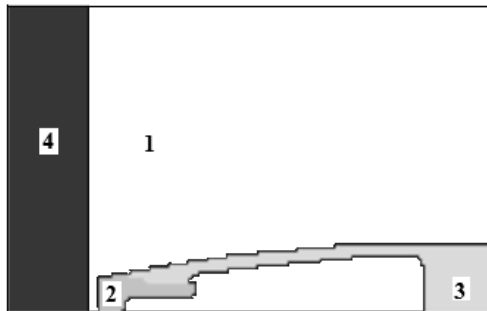


Профили плотности по всем ячейкам в расчетах на сетке с $2N_0$ на $t=0,37$



Максимальные плотности газа в зависимости от количества ячеек

Пример 5. Проникание ударника в грунт



Поле давлений в кавитаторе (слева) и в грунте (справа)

Заключение

Показано, что схемы типа «крест» обладают погрешностью, связанной с «шахматным» распределением термодинамических величин при возмущениях давления в расчетах. Предложена модификация 2D исходной схемы типа «крест» методики ЭГАК, позволяющая минимизировать указанную погрешность.

Проведенные численные исследования (в том числе и не вошедшие в данную работу) показали, что новая схема не только не ухудшает существующую схему в расчетах ударноволновых течений, но и может повышать точность моделирования.

Предложенная модификация схемы носит достаточно общий характер и может быть использована и в других методиках, кроме того, она легко обобщается на 3D случай.

Спасибо за внимание !