



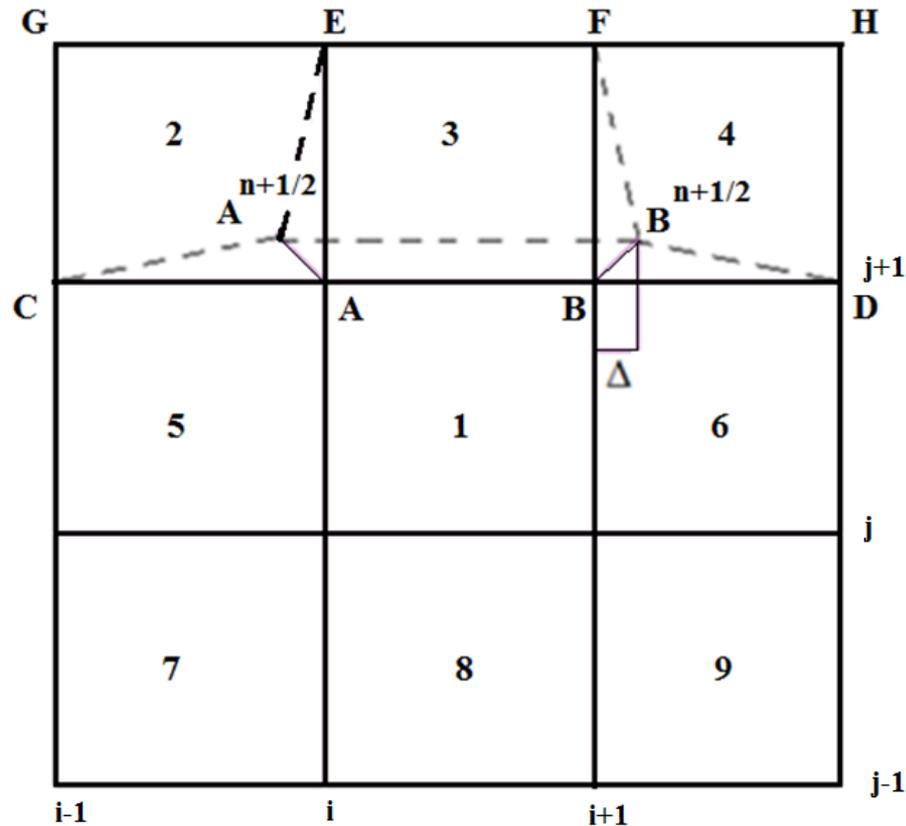
РФЯЦ-ВНИИЭФ  
РОСАТОМ

# МОДИФИКАЦИЯ СХЕМЫ ТИПА «КРЕСТ» ДЛЯ УСТРАНЕНИЯ «ШАХМАТНОЙ» ПОГРЕШНОСТИ

Забабахинские Научные Чтения

**Ю.В. Янилкин, О.О. Топорова, А.М. Ерофеев**

# Описание погрешности



$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = (h^2 - h\Delta)$$

$$V_3^{n+1/2} = (h^2 - \Delta^2)$$

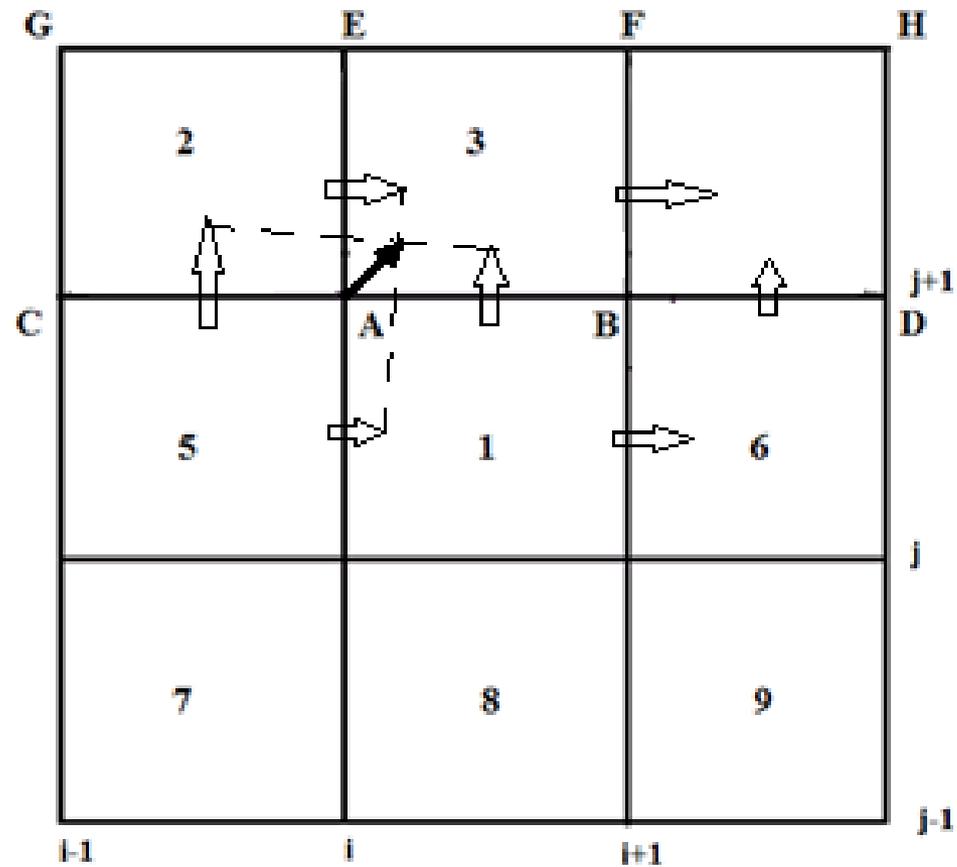
Так как  $\Delta \ll h$ , то  $|\Delta V_3| < |\Delta V_2|$

Соответственно,

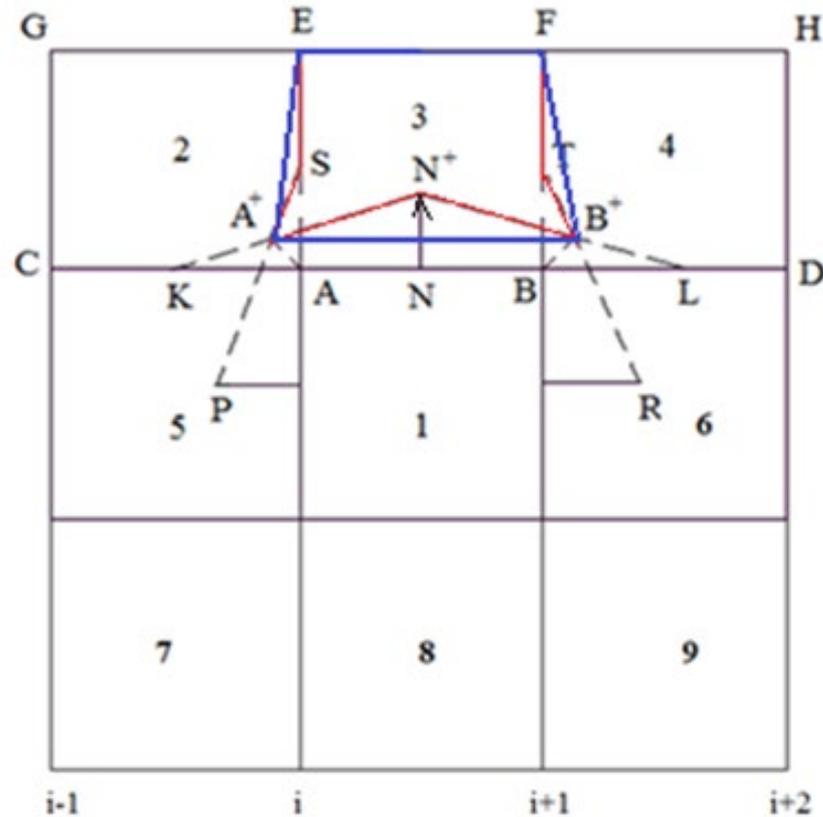
$$\rho_3 < \rho_2, \quad e_3 < e_2, \quad P_3 < P_2$$

Эйлеров этап несколько сглаживает указанную «шахматную» погрешность, однако не устраняет ее полностью.

# Стандартная разностная схема лагранжевой газодинамики



# Модификация разностной схемы



## Объемы ячеек

стандартная схема,

$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = (h^2 - h\Delta)$$

$$V_3^{n+1/2} = (h^2 - \Delta^2)$$

$$|\Delta V_3| < |\Delta V_2|$$

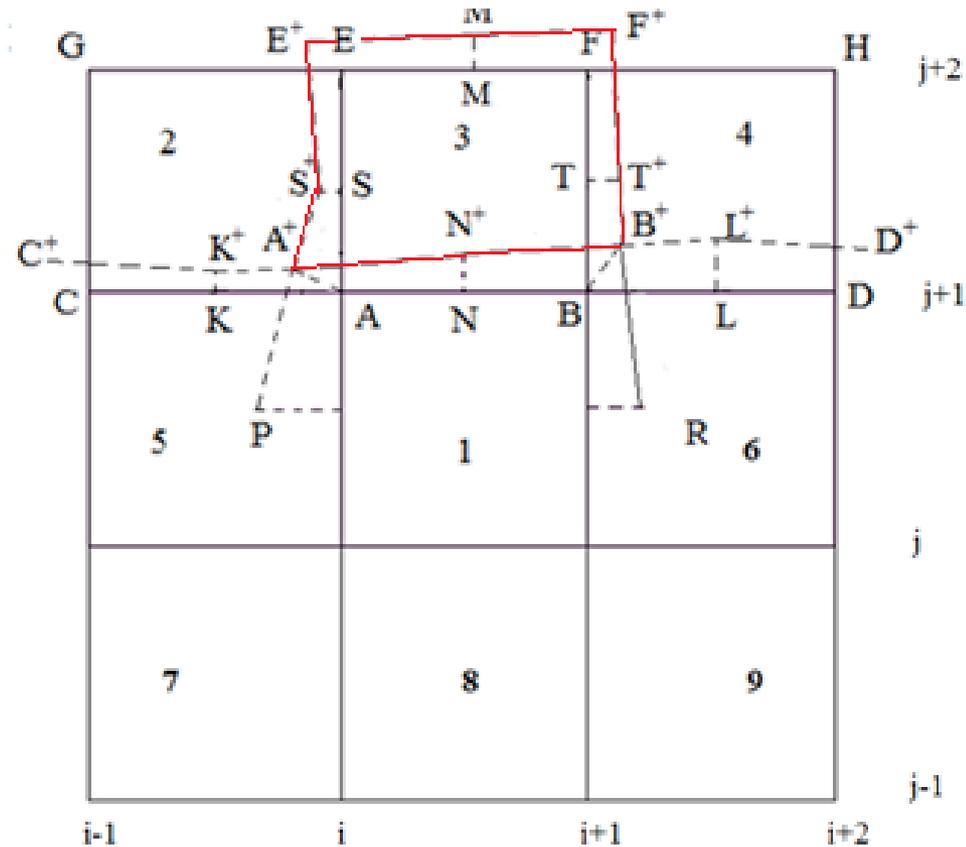
модифицированная схема

$$V_2^{n+1/2} = V_4^{n+1/2} = h^2 - h\Delta/2$$

$$V_3^{n+1/2} = h^2 - h\Delta - 2\Delta^2$$

$$|\Delta V_3| > |\Delta V_2|$$

# Модификация разностной схемы (общий случай)



$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1/2} = \frac{V^{n+1/2} - V^n}{V^n \tau}$$

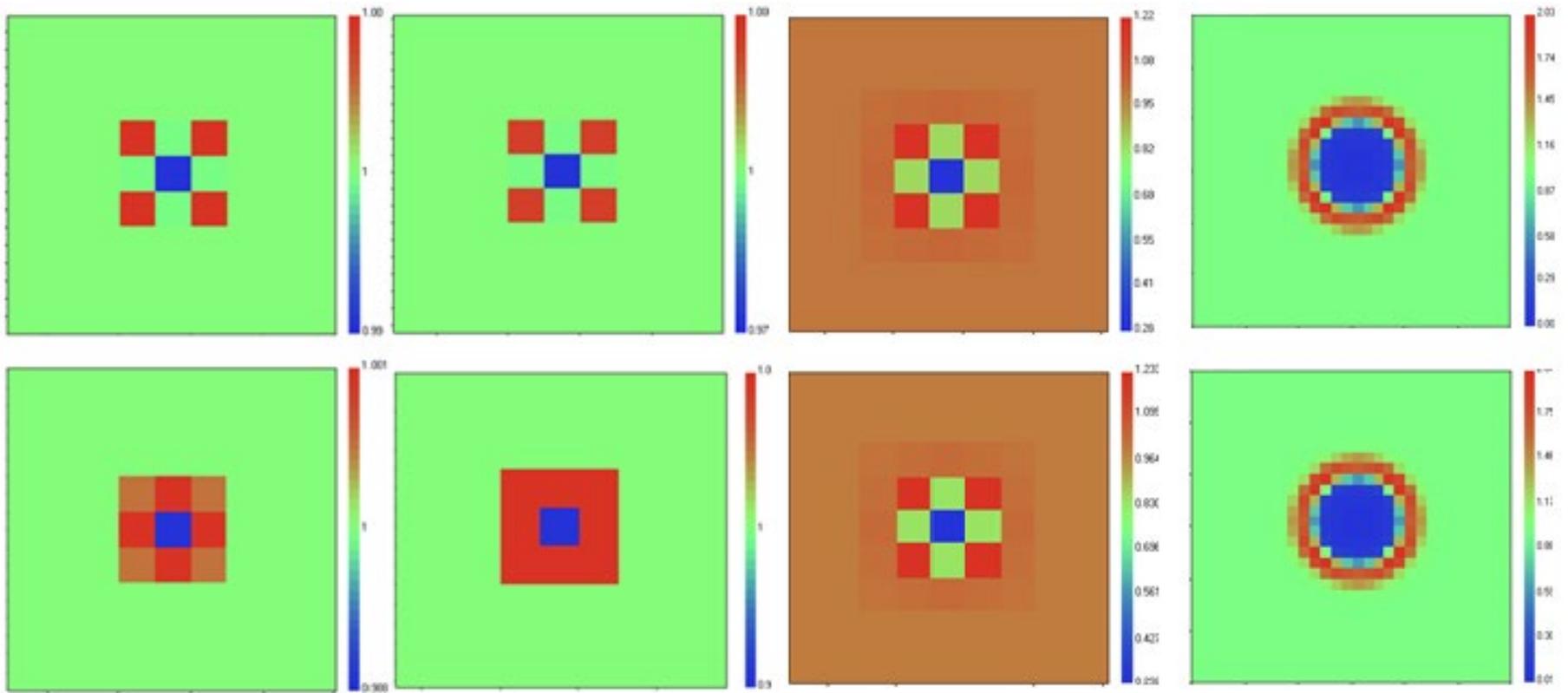
# Модификация разностной схемы

Расчеты показали, что для упругопластики достаточно модификации программы лагранжевой газодинамики., без привлечения девиатора тензора напряжений. Ускорения за счет девиатора считаются стандартным способом.

Модификация легко реализуется и в трехмерной программе очевидным образом (пока не сделано).

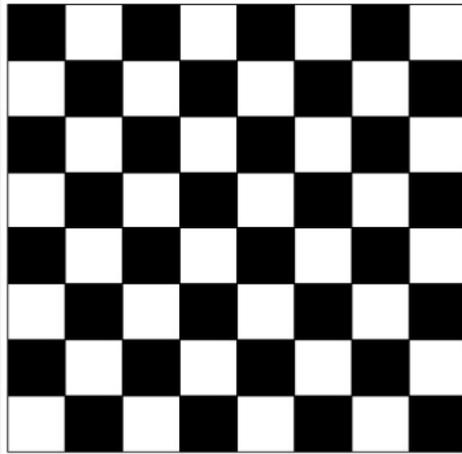
# Тестовые расчеты

# Пример 1. Давление в одной ячейке

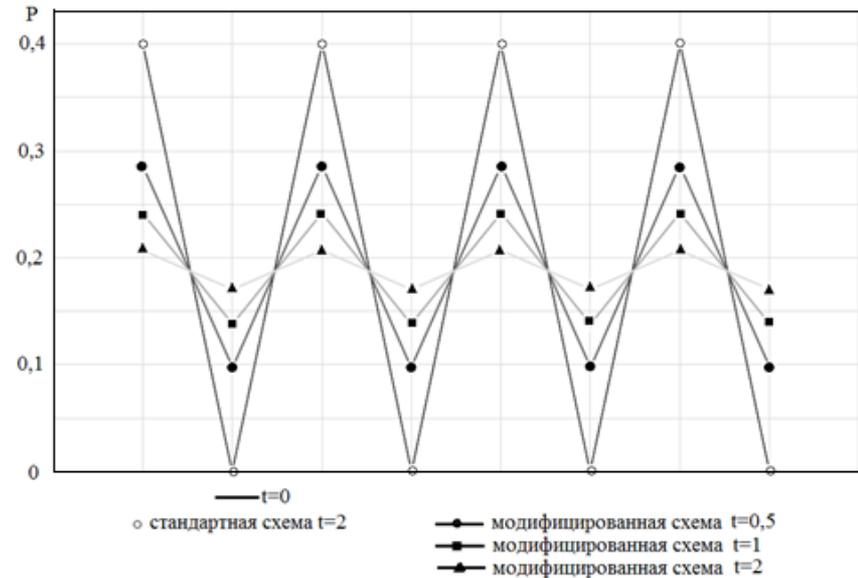


Картини плотности в расчетах; слева направо:  $N=1$ ,  $N=2$ ,  $N=20$ ,  $N=300$ ;  
а) стандартная схема, б) модифицированная схема

## Пример 2. «Шахматное» давление

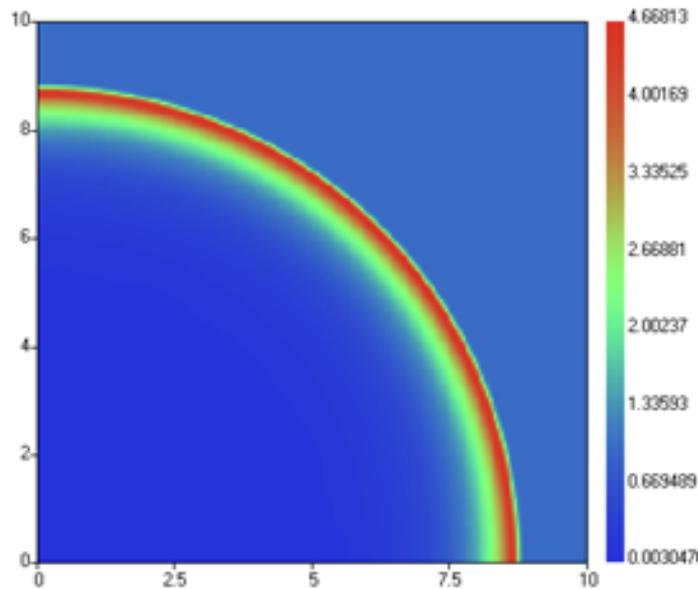
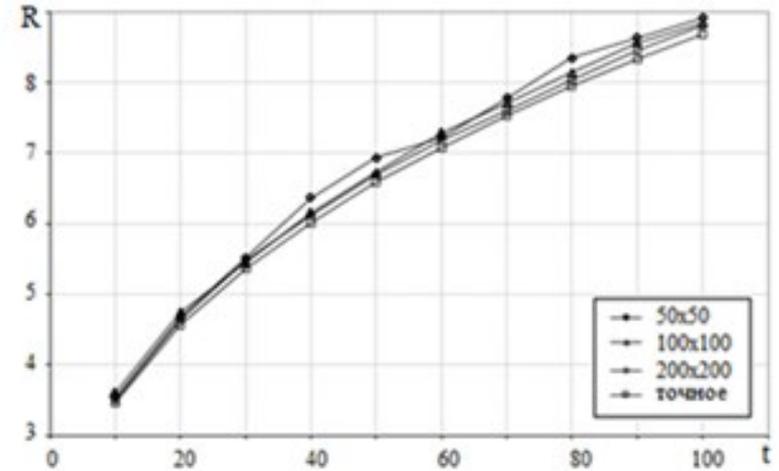
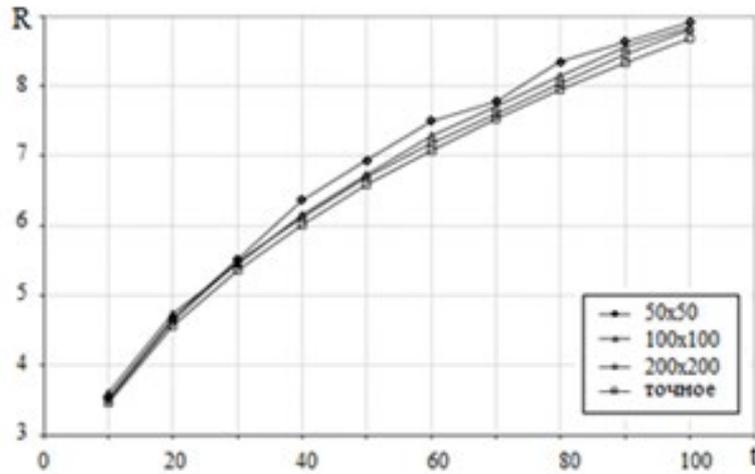


Начальное  
распределение давления

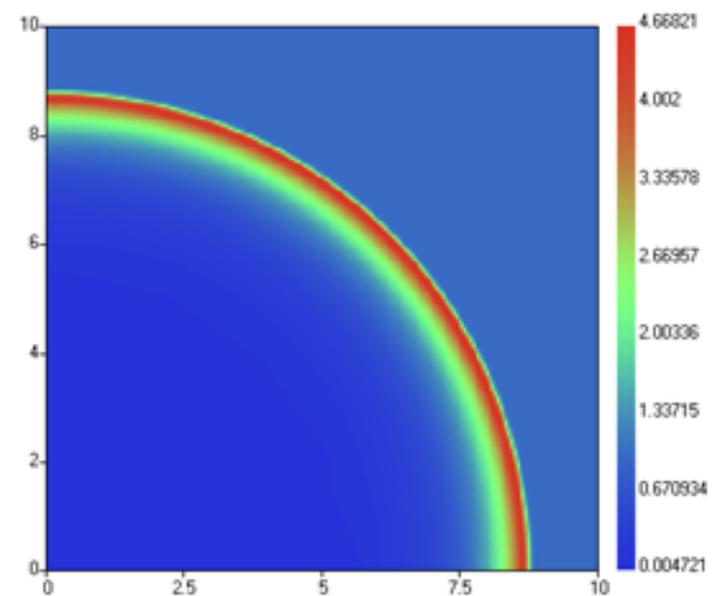


Давление вдоль произвольно выбранной  
линии  $y=\text{const}$   
на разные моменты времени

# Пример 3. Точечный (седовский) взрыв

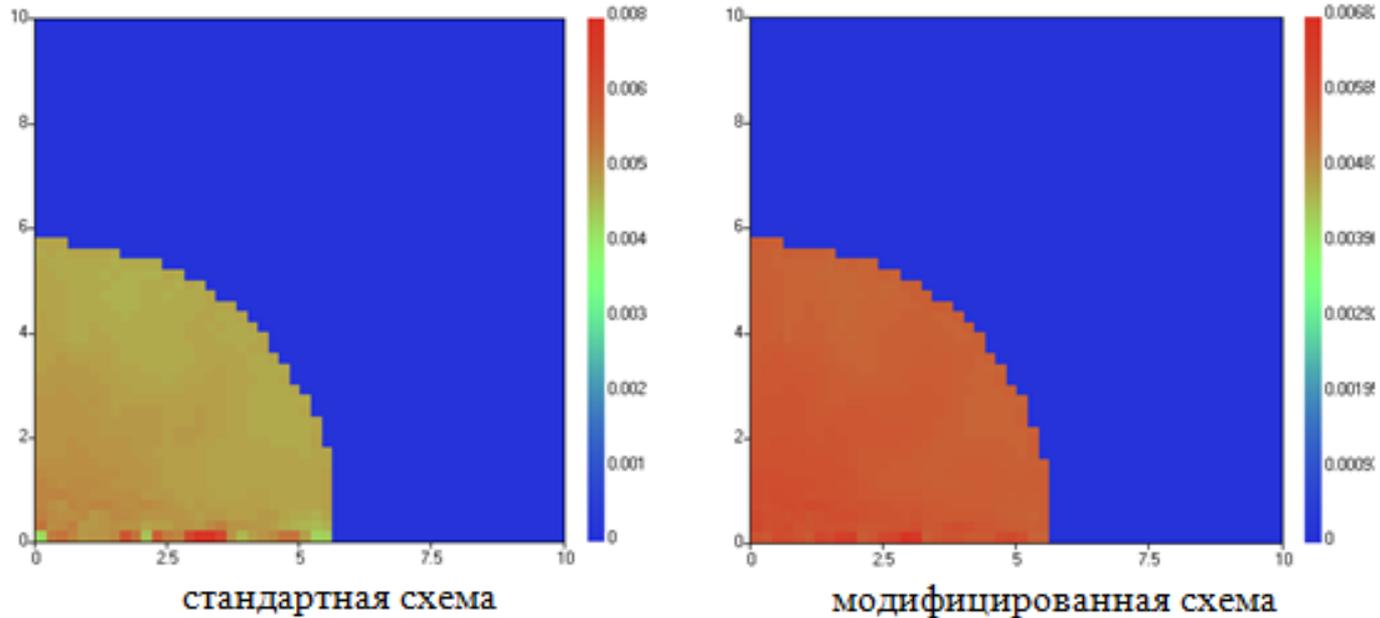


стандартная схема

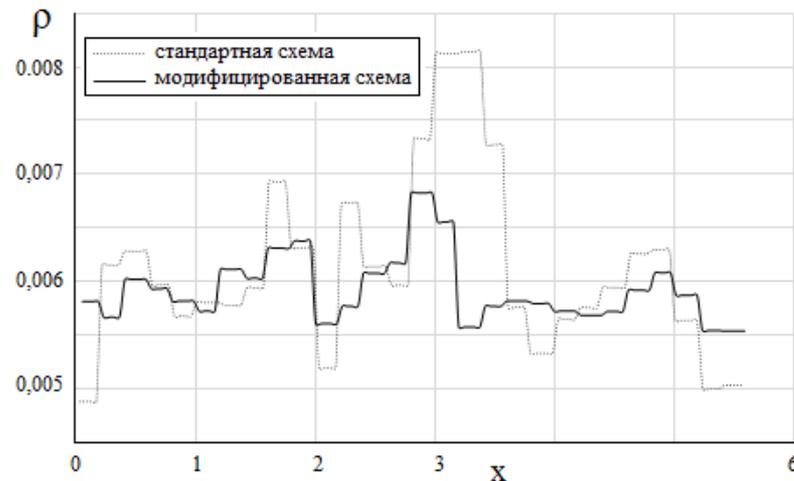


модифицированная схема

## Пример 3. Точечный (седовский) взрыв

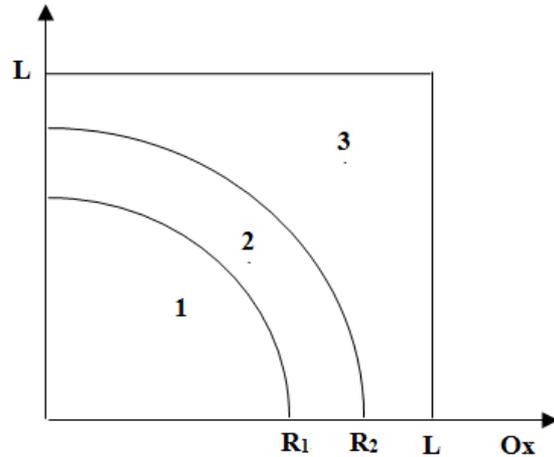


Поле плотности второго вещества в расчетах на сетке 50x50 ячеек



Профиль плотности второго вещества в расчетах на сетке 50x50 ячеек

# Пример 4. Сферическое схождение оболочки

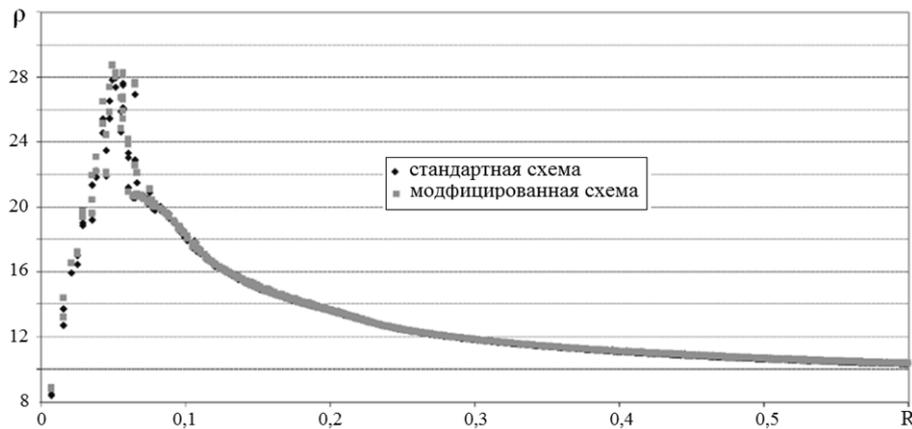


Начальные данные:

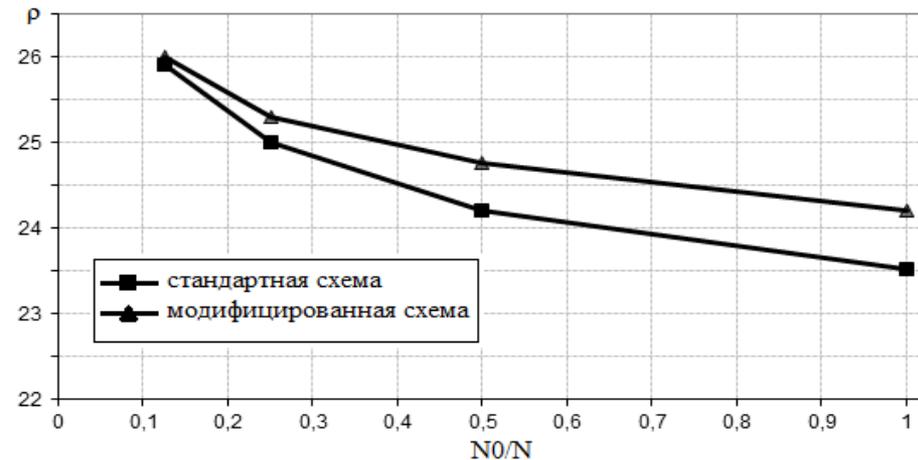
область 1 -  $\rho_0 = 1$ ,  $e_0 = 0$ ,  $U_0 = 0$ , УРС – идеальный газ с  $\gamma = 5/3$ .

область 2 -  $\rho_0 = 10$ ,  $e_0 = 0$ ,  $U_0^R = -1$ , УРС – типа Ми-Грюнайзена с константами:  $\rho_0 = 10$ ,  $c_0 = 4$ ,  $n = 5$ ,  $\gamma = 2$ .

область 3 - вакуум с  $P = 0$ .

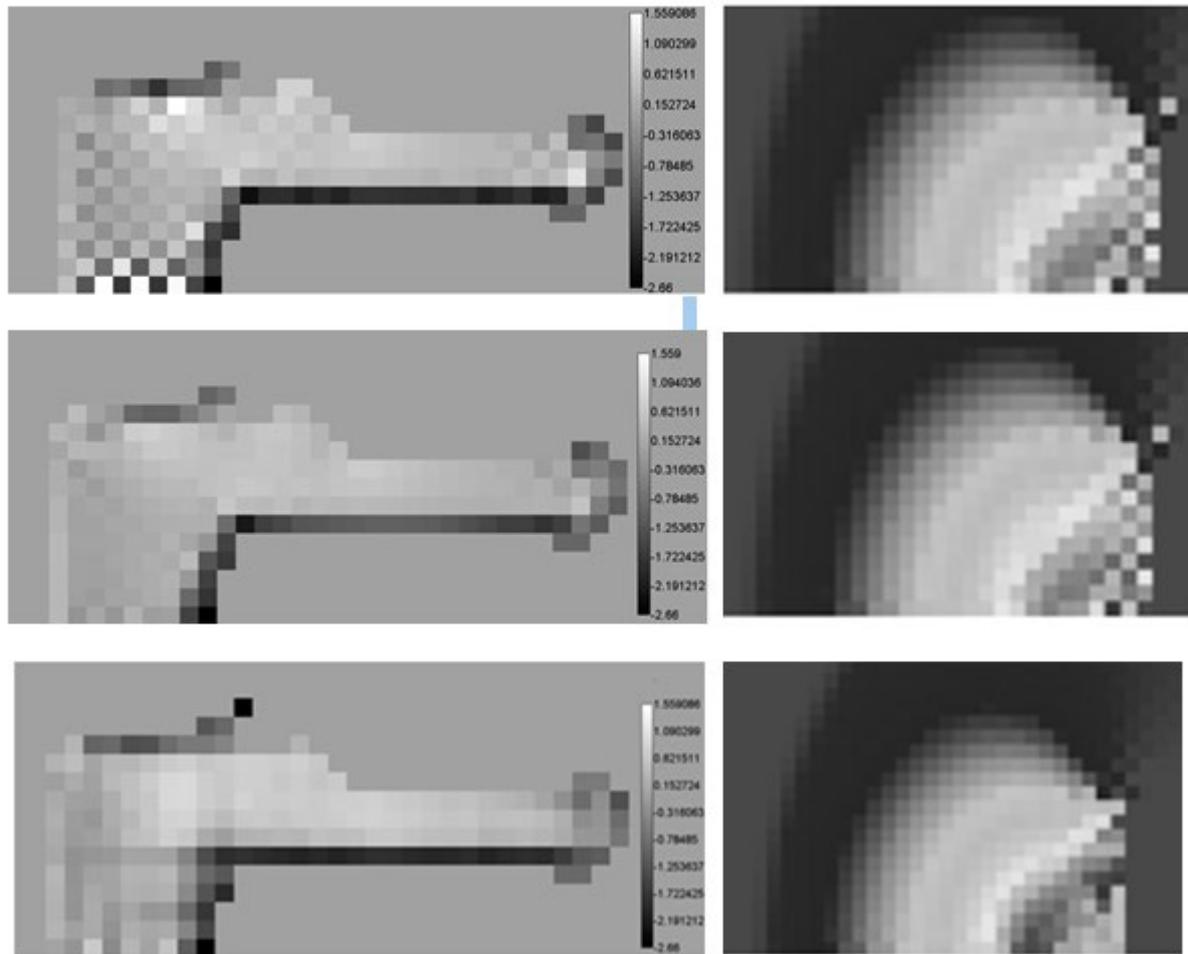
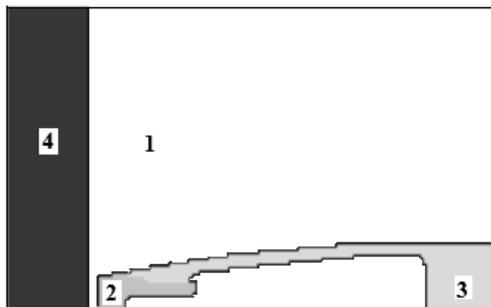


Профили плотности по всем ячейкам в расчетах на сетке с  $2N_0$  на  $t=0,37$



Максимальные плотности газа в зависимости от количества ячеек

## Пример 5. Проникание ударника в грунт



Поле давлений в кавитаторе (слева) и в грунте (справа)

# Заключение

Показано, что схемы типа «крест» обладают погрешностью, связанной с «шахматным» распределением термодинамических величин при возмущениях давления в расчетах. Предложена модификация 2D исходной схемы типа «крест» методики ЭГАК, позволяющая минимизировать указанную погрешность.

Проведенные численные исследования (в том числе и не вошедшие в данную работу) показали, что новая схема не только не ухудшает существующую схему в расчетах ударноволновых течений, но и может повышать точность моделирования.

Предложенная модификация схемы носит достаточно общий характер и может быть использована и в других методиках, кроме того, она легко обобщается на 3D случай.

**Спасибо за внимание !**