



ЛОГОС  
АЭРО-ГИДРО

ПТН «Технологии высокопроизводительных вычислений, включая суперкомпьютерные технологии»

## **Моделирование турбулентности в индустриальных приложениях**

**Национальный центр физики и математики**

**Молодёжная лаборатория № FSWE-2021-0009** национального проекта «Наука и университеты» - «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания гидродинамических характеристик жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования индустриальных объектов»

**КОЗЕЛКОВ АНДРЕЙ СЕРГЕЕВИЧ**  
**д.Ф.-м.н., руководитель разработки ЛОГОС-АЭРО-ГИДРО**

Большая часть практически важных течений являются турбулентными

### Природа



Извержение вулкана



Затопленная струя

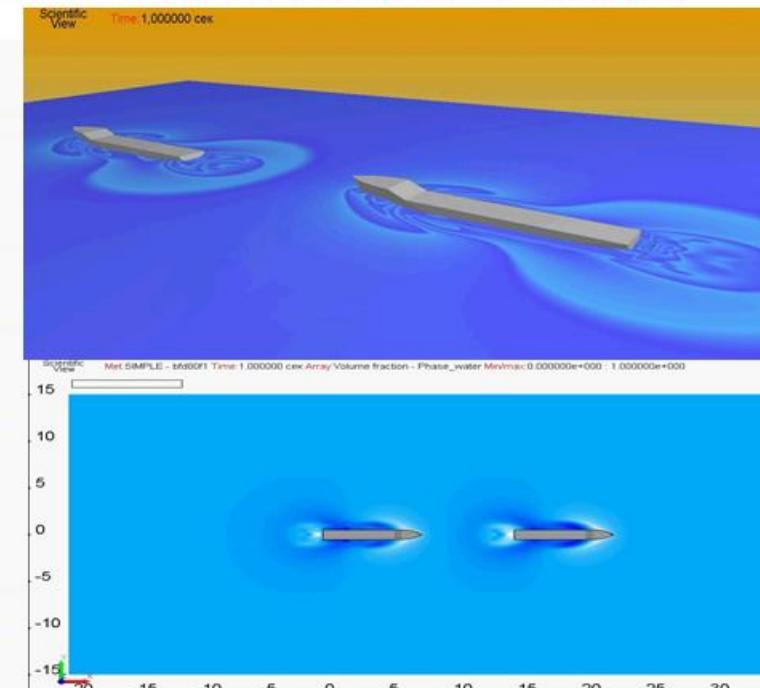
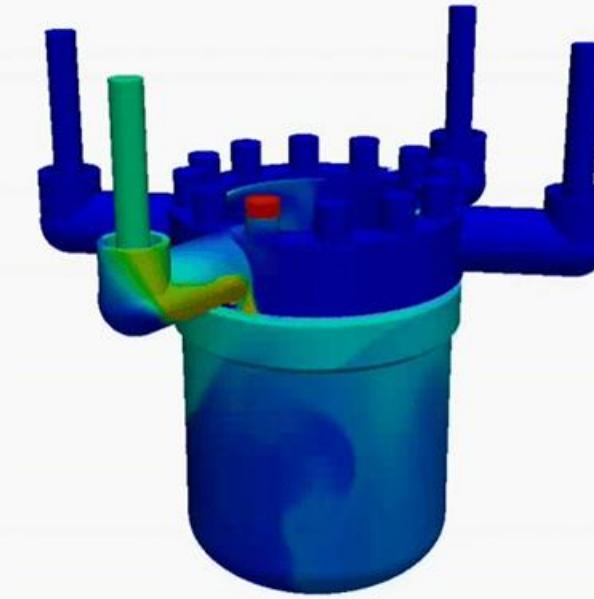
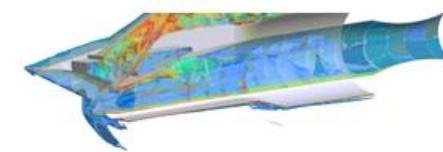
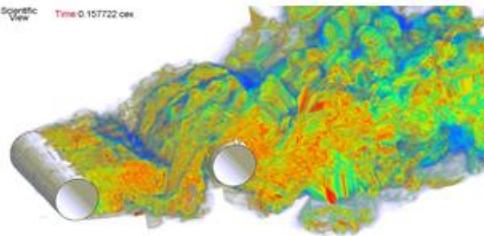


След за островом в океане



Галактические облака

### Техника



**Все известные определения турбулентности не отражают всю суть этого физического явления**

Турбулентность – это трехмерное нестационарное движение жидкости, в котором вследствие растяжения вихрей создается непрерывное распределение хаотических пульсаций параметров потока в интервале длин волн от минимальных, определяемых вязкими силами, до максимальных, определяемых граничными условиями

П.Брэдшоу

Турбулентность - это неупорядоченное движение, которое возникает в жидкостях, когда они обтекают непроницаемые поверхности или же когда соседние друг с другом потоки одной и той же жидкости следуют рядом или проникают один в другой.

Т. Карман

Турбулентное движение жидкости предполагает наличие неупорядоченного течения, в котором различные величины претерпевают хаотическое изменение во времени и по пространственным координатам и при этом могут быть выделены статистически точные их осредненные значения.

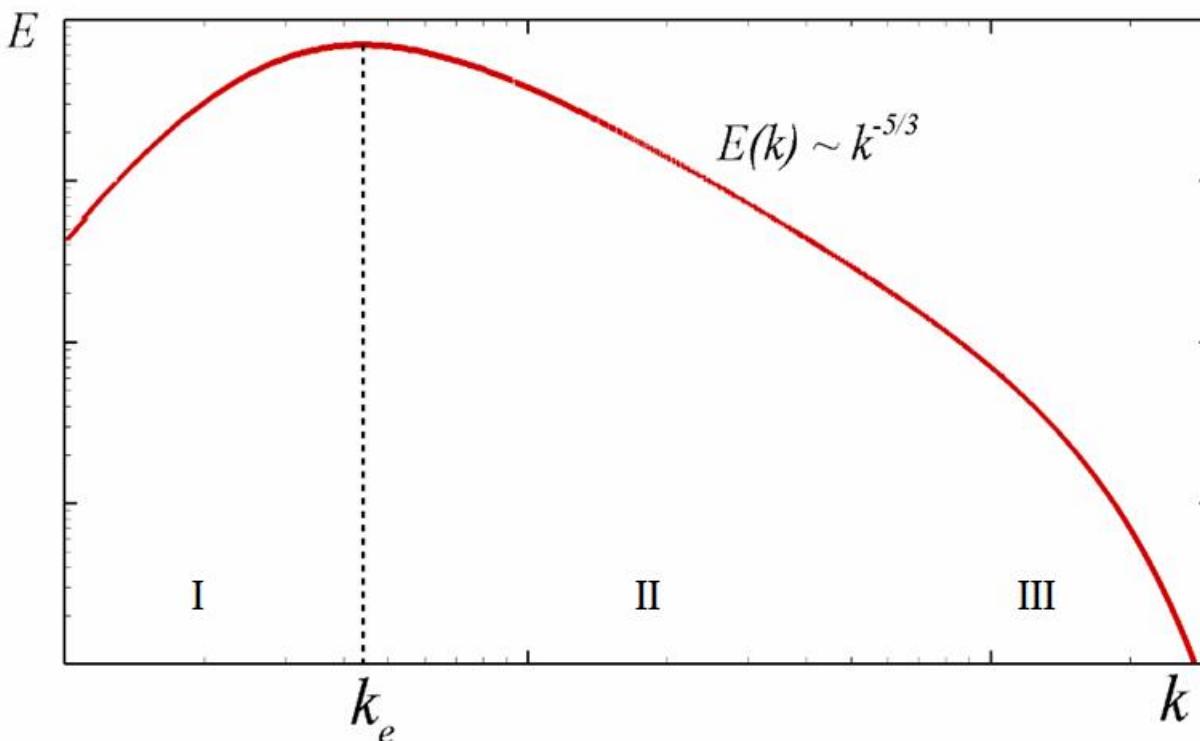
И. Хинце

#### Общее свойство:

- Трехмерный **нестационарный** характер;
- Наличие в потоке крупных когерентных структур;
- Наличие в потоке очень мелких хаотичных структур.

#### Численное моделирование:

- Решение уравнений Навье-Стокса во всех масштабах;
- «Супер» мелкие сетки;
- Область источника (турбулизатор);
- Области диссипации «крупных» вихрей;
- Области диссипации «мелких» вихрей;
- Пограничный слой;
- Большие углы атаки;



## Прямое численное разрешение всех масштабов турбулентного течения – **DNS**

Решение полных нестационарных трехмерных уравнений Навье–Стокса, что при отсутствии численных и другого рода ошибок позволяет получить мгновенные характеристики турбулентного потока. (Миллиард ячеек сетки для разрешения всех вихрей в области 0,1 на 0,1 м.)

## Осреднение по малому интервалу «времени» и «пространству» - **RANS**

### Система незамкнута

Замыкание осуществляется на основе гипотезы Буссинеска, устанавливающей связь между напряжениями Рейнольдса и осредненными параметрами течения

$$\bar{\tau}_{ij}^t = -\rho \bar{u}_i \bar{u}_j = \mu_t \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad \mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}$$

$$u = \bar{u} + u'$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \nabla) \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla (\bar{p}) + \nabla^2 \left( \frac{\mu}{\rho} \bar{u} \right) - \nabla \rho \bar{u}_i \bar{u}_j$$

**RSM** - Определение отдельно каждой компоненты, входящей в тензор напряжений Рейнольдса на основе численного решения уравнений переноса (6 уравнений)

## **RANS** – определение турбулентной вязкости $\mu_t$ с помощью полуэмпирической модели турбулентности

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} + \tilde{P}_t - \rho \varepsilon + P_B$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tilde{P}_t -$$

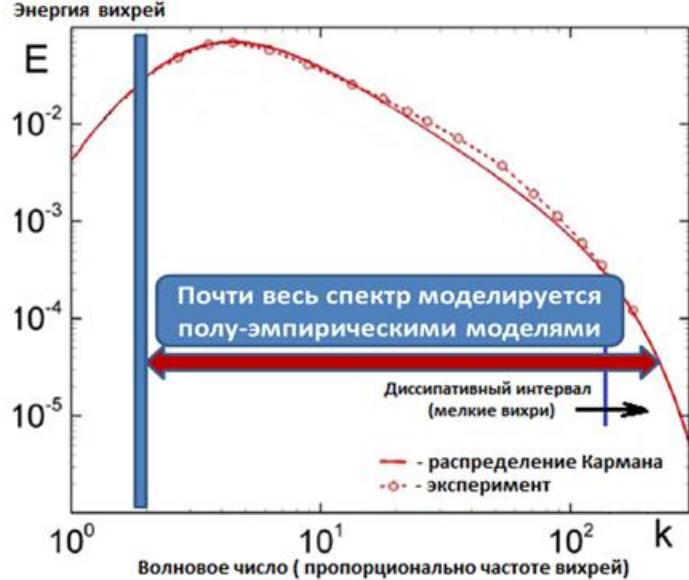
$$- C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} P_B + C_{\varepsilon 4} \rho \varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

- Начиная с 70-х годов прошлого века разработаны десятки модификаций **k-ε RNG**, **k-ε Chen**, **k-ε Realizable** и масса других
- Константы определяются экспериментально
- Наиболее успешные индустриальные модели - **SST** и **SA**

### Преимущества для индустриальных приложений

- Приемлемое сеточное разрешение
- Устойчивый итерационный процесс
- Приемлемые результаты для интегральных характеристик

Неустранимый недостаток **RANS** - используется осреднение по всему диапазону турбулентных масштабов



### Модель – моделирует

- Недостаточная точность в основной области (эволюции вихрей)
- Отсутствует сеточная сходимость к точному решению
- Усовершенствования **RANS** моделей до конца не исчерпаны
- Прогресс - маловероятен
- Универсальная модель – неразрешимая задача

Выбор модели турбулентности зависит от характера турбулентного потока, требуемой точности, доступных вычислительных ресурсов и временных затрат. Выбор подходящей модели турбулентности для решения конкретной задачи требует четких представлений свойств и ограничений каждой модели турбулентности.

### LES - осреднение уравнений Навье-Стокса по «пространству» - фильтрация



**Вихри разрешаются. Вихри, которые меньше размера ячейки – моделируются алгебраическими моделями, остальные разрешаются**

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_{\mu} + \tau_{SGS})$$

$$\mu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 S, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

$$\Delta = V^{1/3} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$$

размер ячейки = размер фильтра

- Какой масштаб вихрей нужен – такой и разрешаю
- Предсказание нестационарных характеристик – спектры пульсаций величин
- Требования к сеточной модели – могут приближаться к DNS

## DES – гибридный RANS+LES

Использует автоматическое определение зоны LES (близость к стенке, наличие вихреобразования). Не использует генерацию турбулентных пульсаций - турбулентный контент создается самопроизвольно из-за физических условий.

### RANS

- Хорошо работает в пристенных слоях, не требуя много ячеек
- Не обеспечивает нужной точности в основной области

### LES

- Требует большое количество ячеек в пристенной области
- Хорошо моделирует эволюцию вихрей в основной области

### DES

RANS-моделирование в пристенной слое

LES-моделирование в основной области

Основная идея метода:

- LES включается только в тех областях, где размеры ячеек достаточно для разрешения турбулентности (основная область эволюции вихрей)
- RANS работает в остальной области течения

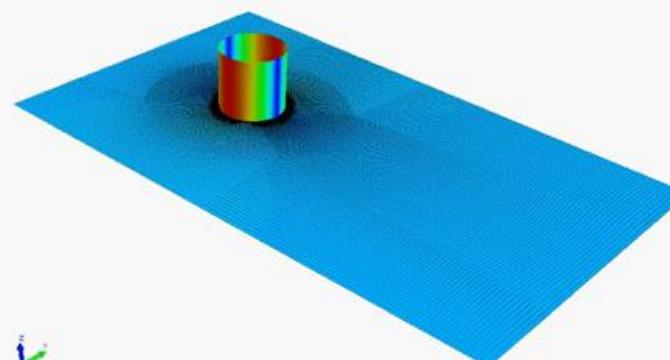
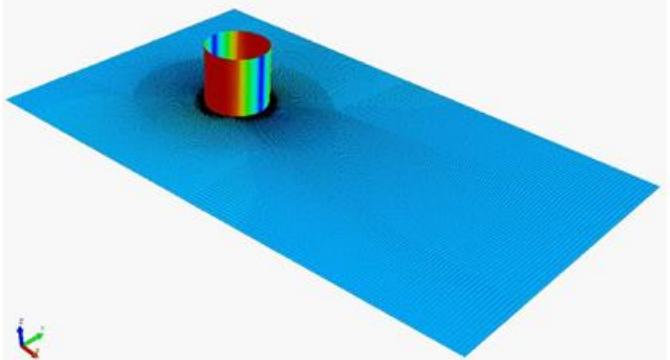
### DES-SST

### DES-SA

### DDES

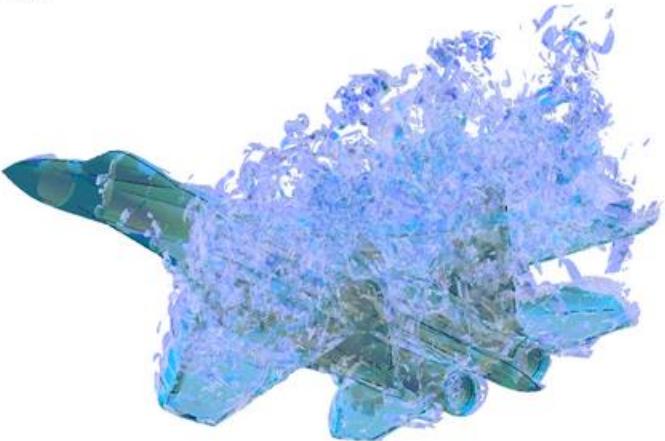
### IDDES

Вихревая дорожка Кармана



## Итог: RANS, LES, DES, DNS

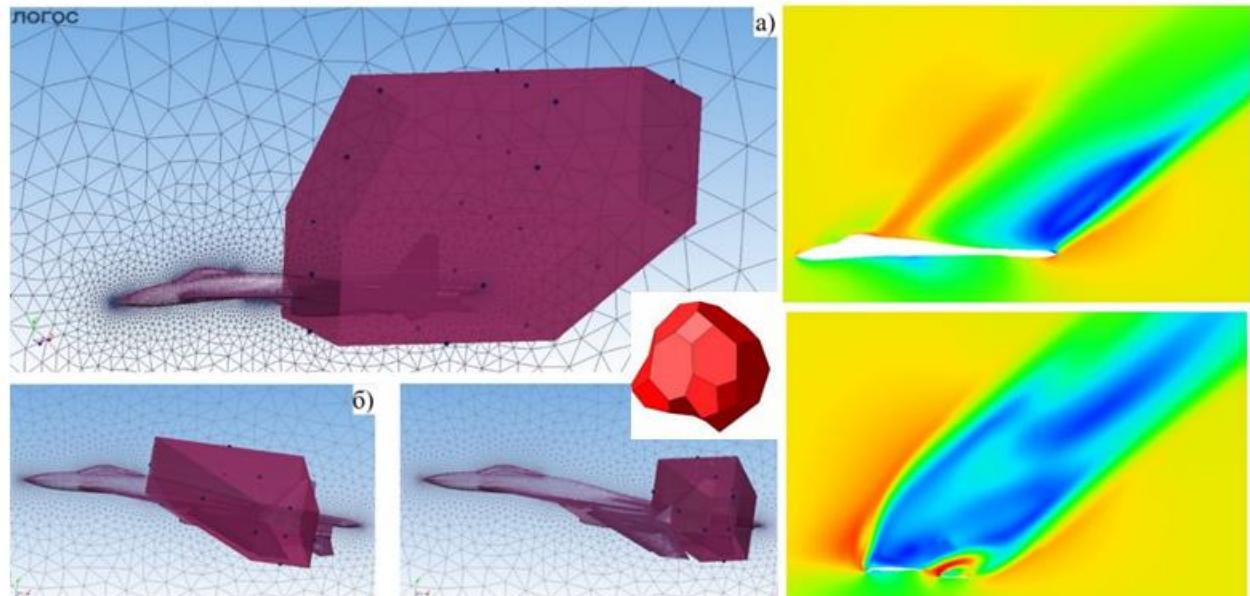
Scientific View Met LogosTVD Time: 0.004000 сек



Spalart P R. Strategies for turbulence modeling and simulations // J. Heat Fluid Flow, 2000, v. 21, pp. 252–263.

Метод	Сетка	Готовность
3D Steady RANS	$10^7$	1985
3D Unsteady RANS	$10^7$	1995
DES	$10^8$	2000
LES	$10^{11,5}$	2045
DNS	$10^{16}$	2080

## Индустриальное использование LES, DES – произвольные неструктурированные сетки



- Проводиться пробный стационарный расчет
- Анализируется особенности структуры течения
- Вводятся локальные измельчения сетки в области формирования отрыва потока

### URANS расчет:

Размер сетки: ~70 млн.  
Размер ячейки: ~ 0.026м  
Число процессоров: ~ 600

### DES расчет:

Размер сетки: ~250 млн.  
Размер ячейки: ~ 0.013м  
Число процессоров: ~1500

## Метод отсепарованных вихрей - формулировка на базе **RANS (SST)**

### **RANS**

#### **Осреднение**

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_{\mu} + \tau_t) \\ \tau_{\mu} = 2\mu \left( S - \frac{1}{3} I \nabla \cdot \vec{u} \right), S = \frac{1}{2} \left( \nabla \vec{u} + [\nabla \vec{u}]^t \right), \\ \tau_t = 2\mu_t \left( S - \frac{1}{3} I \nabla \cdot \vec{u} \right) + \frac{2}{3} k I; \quad \mu_t = \frac{C_{\mu} \rho k^2}{\varepsilon} \end{cases}$$

**VS**

### **LES**

#### **Фильтрование**

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\tau_{\mu} + \tau_{SGS}) \\ \tau_{SGS} = 2\mu_{SGS} \left( S - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) I \right) + \frac{2}{3} k_{SGS} I, \\ \mu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 \left\{ 1.0 - \exp \left[ - (y^+ / 25)^3 \right] \right\} S \end{cases}$$

### **Гибридный масштаб**

$$l_{DES} = \min \{ l_{RANS}, C_{DES} \Delta \}$$

$$C_{DES} \Delta > l_{RANS} \quad \textbf{RANS} \quad C_{DES} \Delta < l_{RANS} \quad \textbf{LES}$$

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_T) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_{RANS}$$

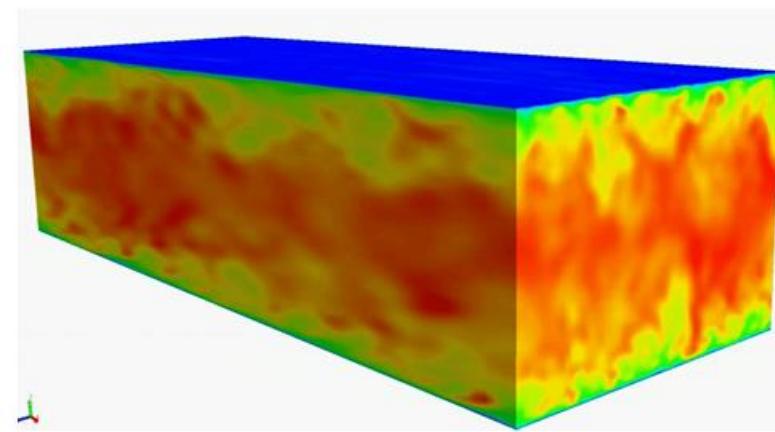
$$\rho \frac{Dk_{SGS}}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \sigma_k \mu_{SGS}) \nabla k] + P_k - \rho k^{3/2} / l_{LES}$$

$$l_{RANS}^{SST} = k^{1/2} / (\beta^* \omega) \quad l_{LES} = C_{DES}^{SST} \Delta$$

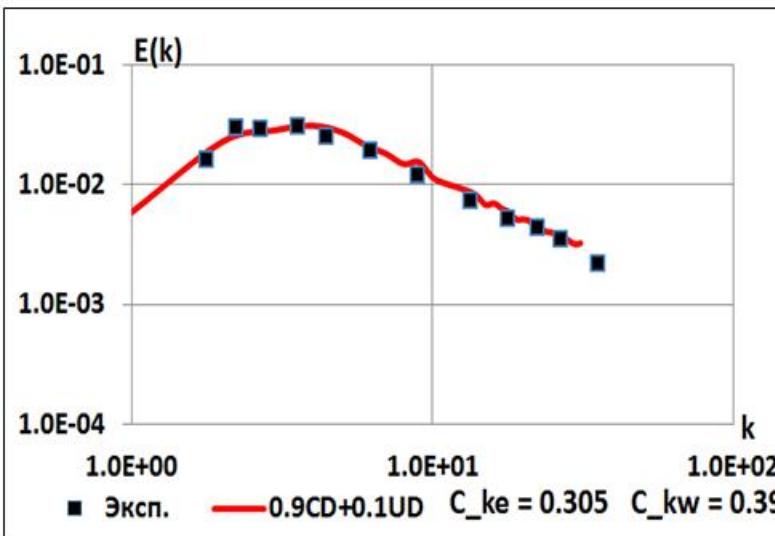
**В формулировку DES на базе SST входят 2 константы:  $C_{k\varepsilon}, C_{k\omega}$**

- Константы определяют работу модели DES в LES-области (влияют на величину подсеточной вязкости)
- Их значения напрямую влияют на моделирование каскадной передачи энергии турбулентных вихрей
- Значения  $C_{k\varepsilon}, C_{k\omega}$  сильно зависят от используемой численной схемы
- Необходима калибровка  $C_{k\varepsilon}, C_{k\omega}$  для каждой отдельной численной схемы (!)

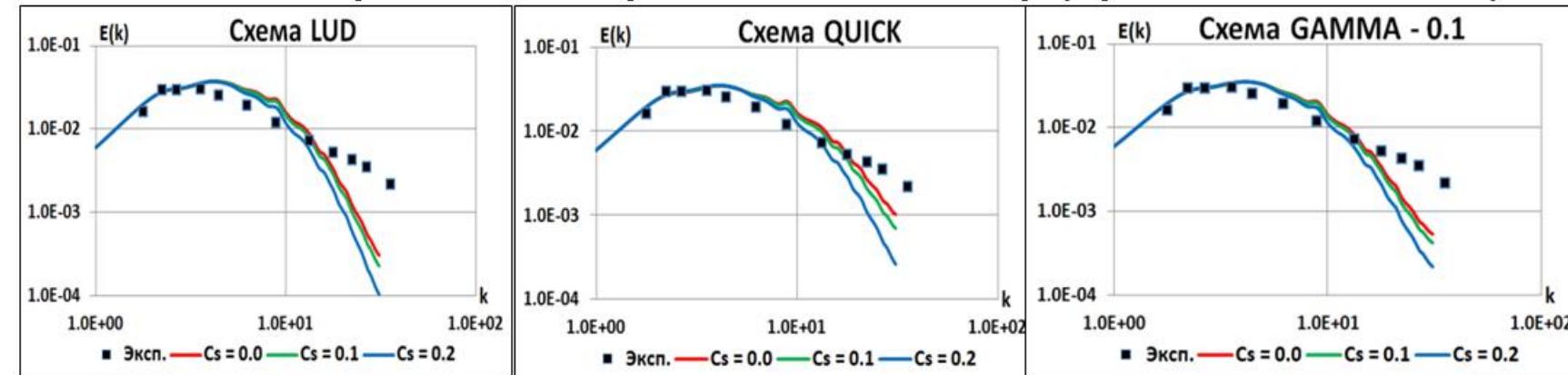
**LES**



**DES**

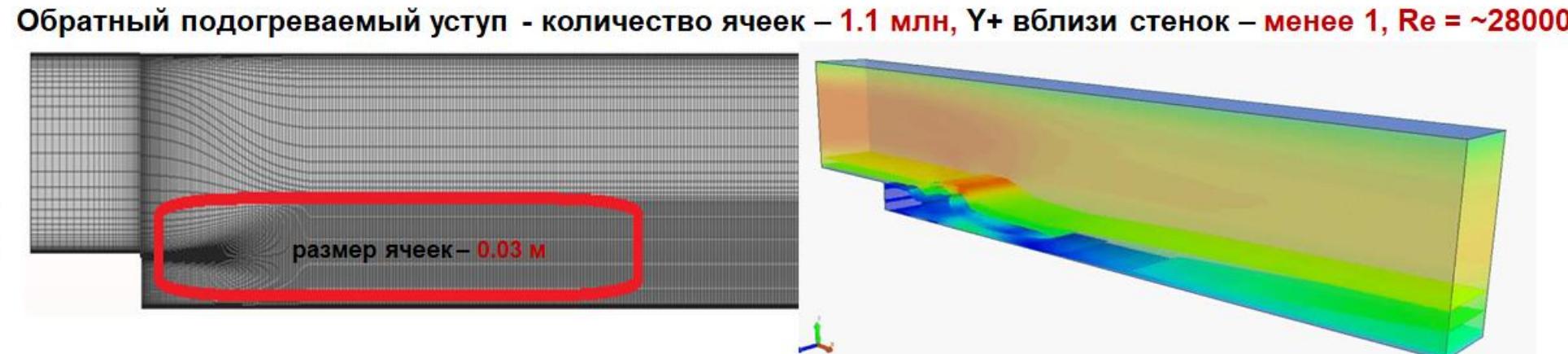
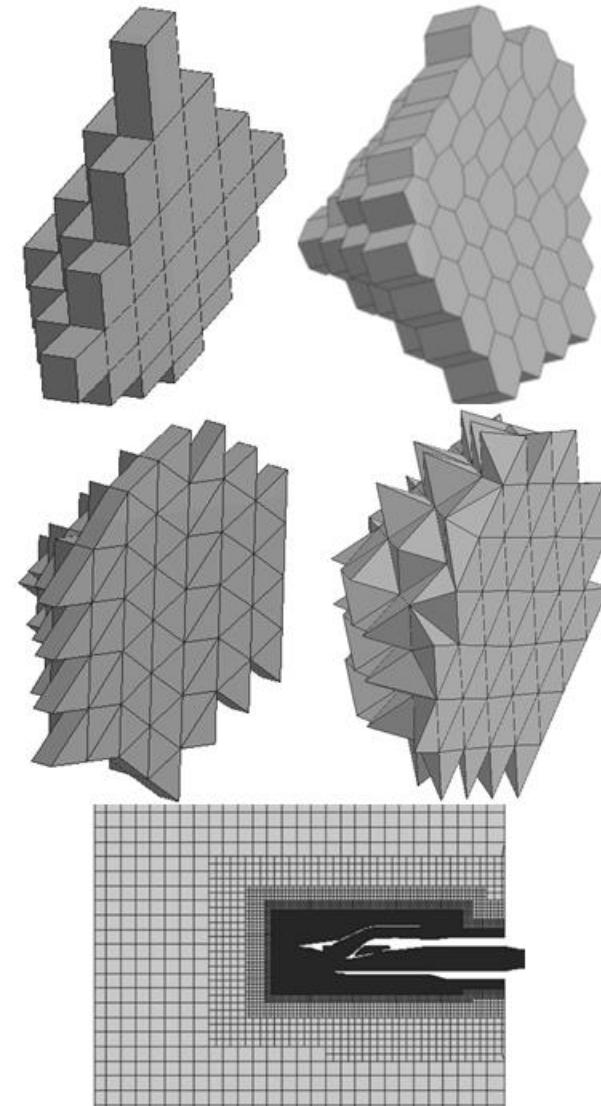


Эксперимент - энергетический спектр (время 0.87 и 2 сек.)

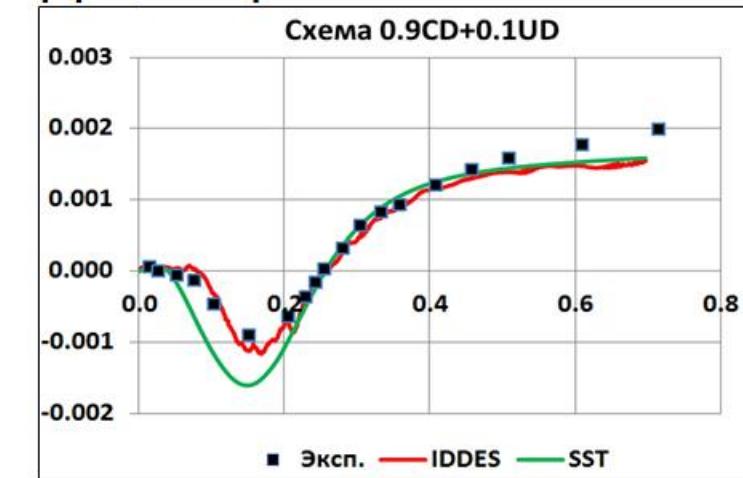
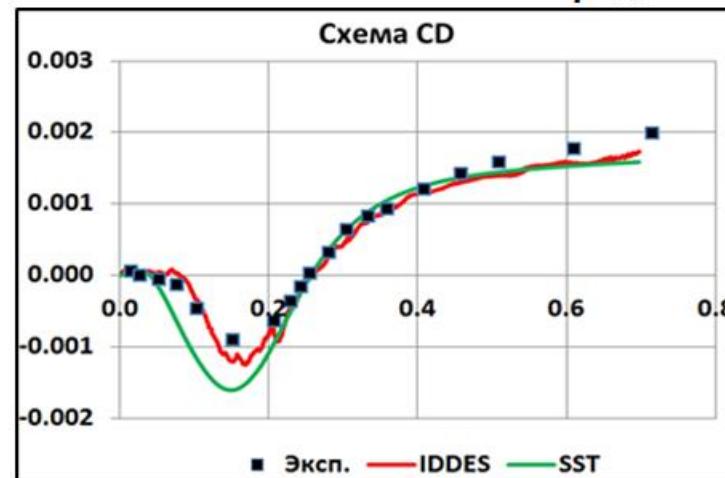


- Схемы **занижают энергию высокочастотной части спектра** и даже при нулевой подсеточной вязкости и не обеспечивают правильного описания каскадной передачи энергии
- CD и 0.9CD+0.1UD** правильно описывают результирующий энергетический спектр

- Конечно-объемные схемы менее диссипативны на кубических элементах
- В области LES предпочтительна гексагональная изотропная сетка - в промышленных задачах построение такой сетки трудоемкая и не всегда возможная задача

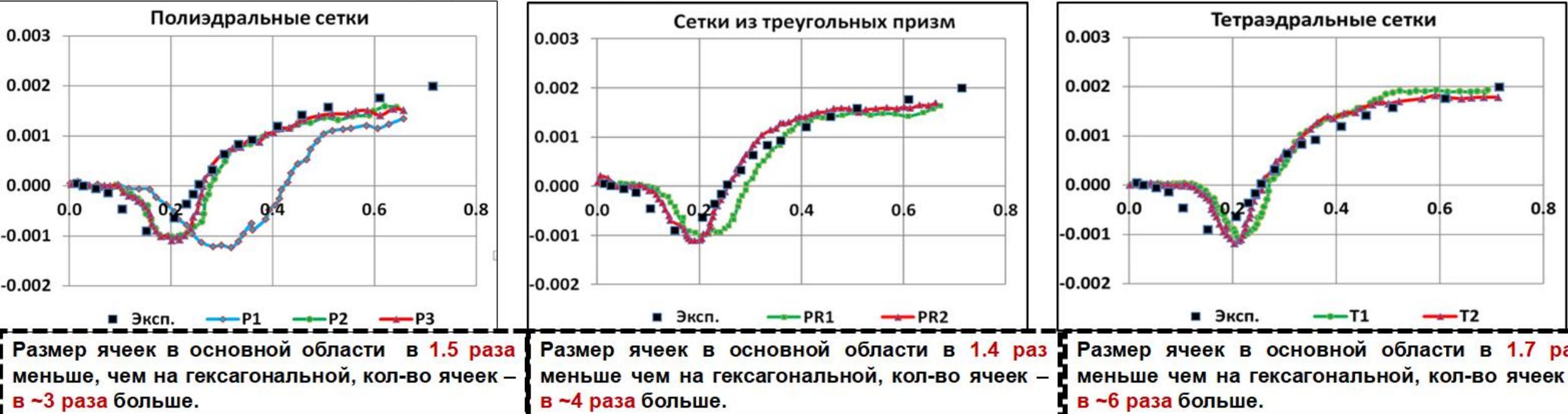


Гексагональная сетка - Осредненный коэффициент трения на нижней стенке



- Заметное улучшение результата при использовании DES
- Одинаковое решение, при разных схемах дискретизации - правильная калибровка

## Обратный подогреваемый уступ – Схема 0.9CD+0.1UD – Приемлемый результат

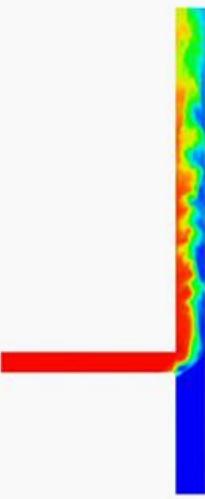


## Требования к сеткам для DES

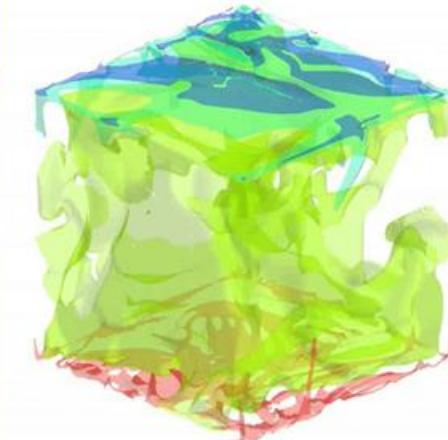
Характерные размеры ячеек оцениваем из условия разрешения погранслоя

Безразмерная величина ячейки вдоль потока  $\Delta x^+ < 60$ ,  
 $\Delta x^+ = \rho u_t \Delta x / v$

Безразмерная величина ячейки поперек потока  $\Delta y^+ < 25$ ,  
 $\Delta y^+ = \rho u_t \Delta y / v$



	Смешение теплоносителей	Течение в трубе с охлаждением
Re	$1,5 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^5$
Кол-во ячеек	$\sim 15\text{-}50$ млн	$\sim 1$ млрд.
Шаги по времени	$\sim 3 \cdot 10^4$	$\sim 3 \cdot 10^5$
Кол-во ядер	$\sim 300\text{-}1000$	$\sim 15\text{-}20$ тыс.
Время счета	$\sim 24\text{-}48$ ч.	$> 480$ ч.



## Альтернативная низкодиссипативная численная схема BCD

Основная идея формулировки схемы: динамическое изменение степени лимитирования

**Осцилляций нет – схема функционирует как CD, осцилляции есть – GAMMA = CD+UD**

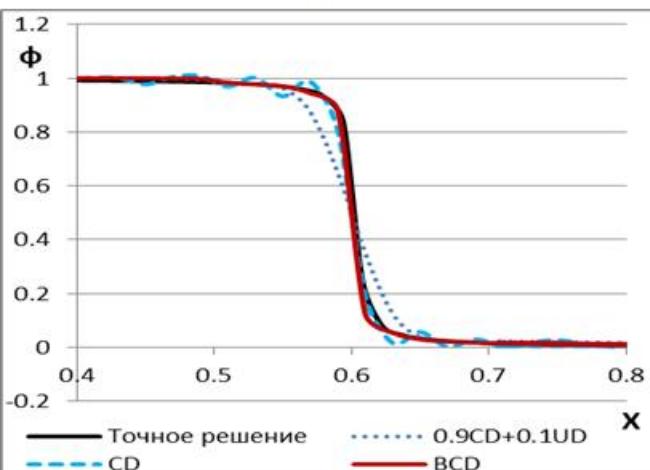
**Доля противопоточности определяется автоматически – в наиболее проблемных местах «максимум», в наименее проблемных – «минимум»**

$$\begin{cases} \phi_k^* = (\lambda\gamma - \gamma + 1)\phi_P^* + \gamma - \lambda\gamma, & (\phi_P^* < 0 \cup \phi_P^* > 1) \\ \phi_k^* = \frac{(\lambda-1)(1-\gamma)}{\beta}(\phi_P^*)^2 + \left[(1-\gamma)\left(1+\frac{1-\lambda}{\beta}\right) + \lambda\gamma\right]\phi_P^* + \gamma(1-\lambda), & (0 \leq \phi_P^* \leq \beta) \\ \phi_k^* = \lambda\phi_P^* + (1-\lambda), & (\beta < \phi_P^* \leq 1) \end{cases}$$

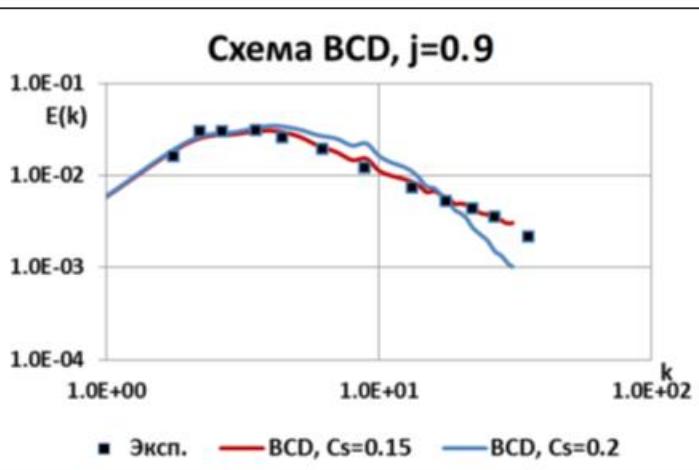
Ограничение определяется параметром  $\Upsilon$ :  
 $\Upsilon = 1 \rightarrow \text{BCD} = \text{CD}$   
 $\Upsilon = 0 \rightarrow \text{BCD} = \text{GAMMA}$

### Свойства схем

#### Перенос фронта скаляра



#### Вырождение турбулентности



#### Схема CD

Численные осцилляции есть и имеет хороший фронт

#### Схема 0.9CD+0.1UD

Численных осцилляций нет и пологий фронт,

#### Схема GAMMA

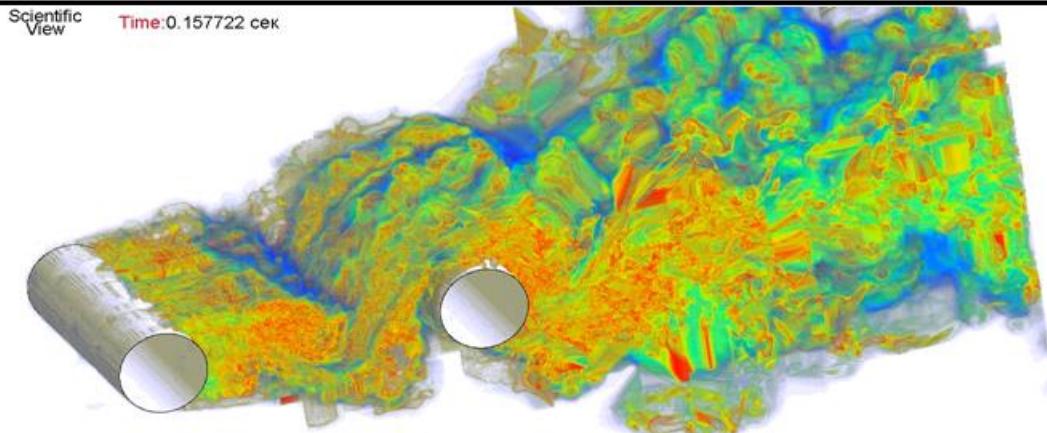
Численных осцилляций нет и имеет хороший фронт

#### Схема BCD

Численных осцилляций нет и имеет хороший фронт и менее диссипативна

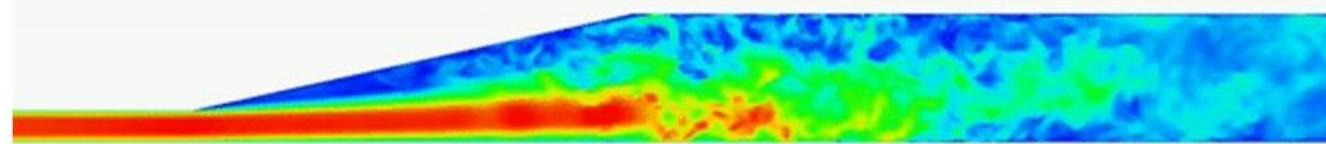
## Внешняя гидродинамика

Обширные отрывные зоны в неограниченном пространстве



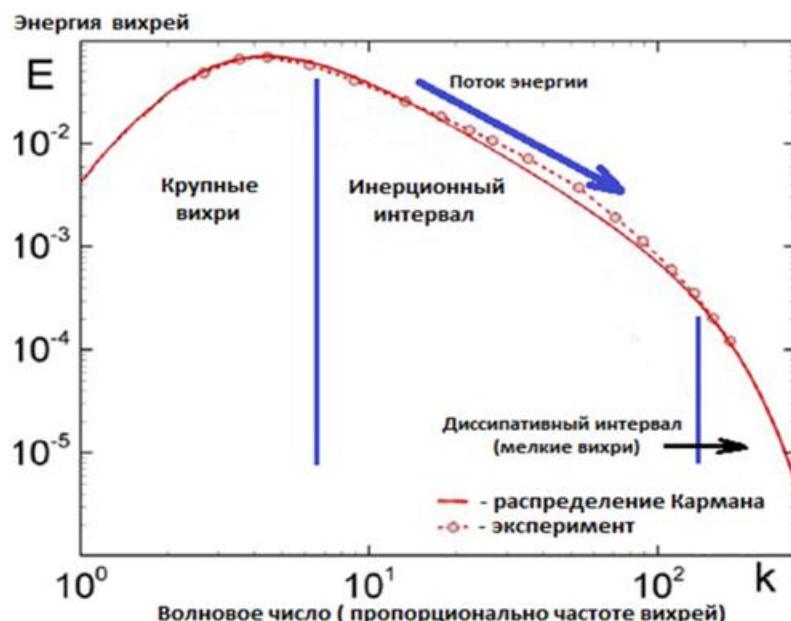
## Внутренняя гидродинамика –

Ограниченност – плохо и долго развиваются «большие» вихри



Может генерировать пульсации?

Зонный RANS-LES подход эффективен для течений с любым размером отрывной зоны, в том числе и в зонах с малым отрывом

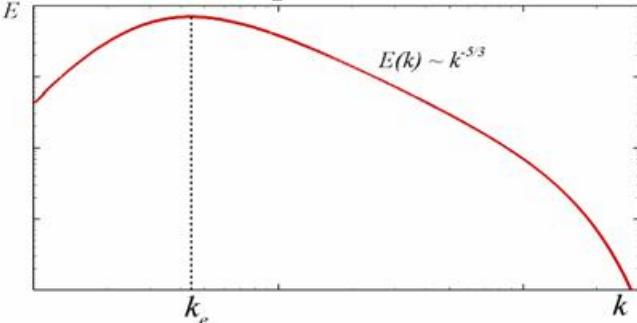


## Генерация пульсаций

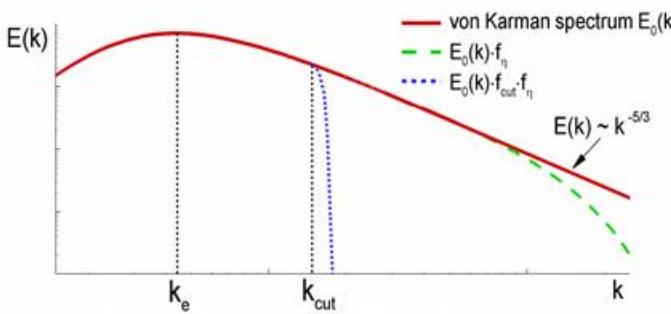
- Восстановление частотного спектра турбулентных пульсаций по RANS-решению
- Генерация поля скорости, удовлетворяющему заданному тензору напряжений Рейнольдса, и найденному спектру

Тензор напряжений – точность генерации вихрей

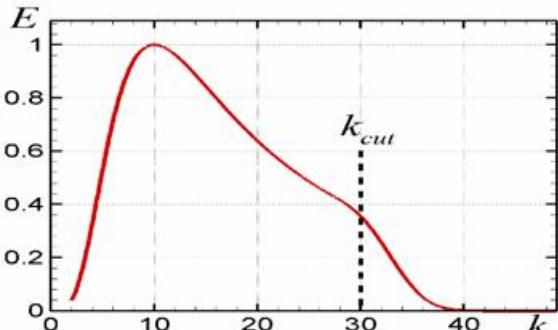
## Колмогоровский спектр



**Спектр турбулентных пульсаций при различных параметрах турбулентности**



$$E(k) = \frac{(k/k_e)^4}{[1 + 2.4(k/k_e)^2]^{17/6}} f_\eta f_{cut}$$



### Основная идея:

**Этап 1.** Восстановление частотного спектра турбулентных пульсаций по RANS-решению, найденному на первом этапе. Используются эмпирические соотношения. **RANS?**

**Этап 2.** Генерация поля скорости, удовлетворяющему заданному тензору напряжений Рейнольдса, и найденному спектру.

### Этап 1

Определяем скорость и тензор – если **RANS**, то  $\tau_{ij}^t = -\rho \bar{u_i} \bar{u_j} = \mu_t \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$ ,  $\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}$

Если уточнить, то нужен **RSM**, где  $u'_i = a_{ij} \psi_j$  через тензор анизотропии

$$a_{ij} = \frac{\bar{u'_i} \bar{u'_j}}{k_t} - \frac{2}{3} \delta_{ij}$$

$a_{ij} = \beta_1 T_{1,ij} + \beta_2 T_{2,ij} + \beta_3 T_{3,ij} + \beta_4 T_{4,ij} + \beta_6 T_{6,ij} + \beta_9 T_{9,ij}$

Тензорные группы определяются согласно модели турбулентности RSM

$$T_{1,ij} = S_{ij}, \quad T_{2,ij} = S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} H_s \delta_{ij}, \quad T_{3,ij} = \Omega_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} H_\Omega \delta_{ij};$$

$$T_{4,ij} = S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}, \quad T_{6,ij} = S_{ik} \Omega_{kl} \Omega_{lj} - \Omega_{ik} \Omega_{kl} S_{lj} - \frac{2}{3} IV \delta_{ij} - H_\Omega S_{ij};$$

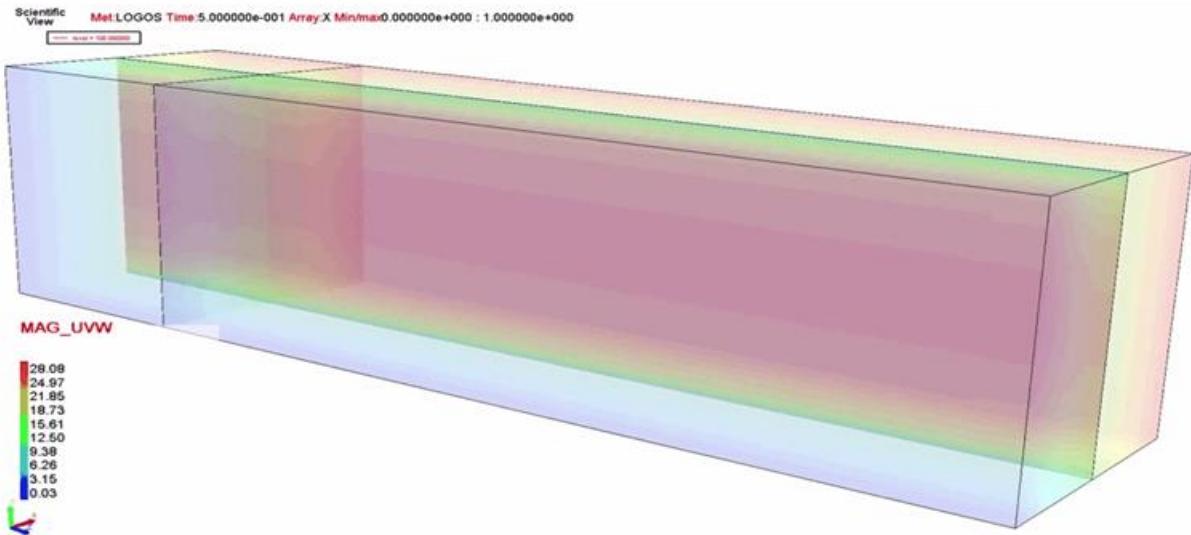
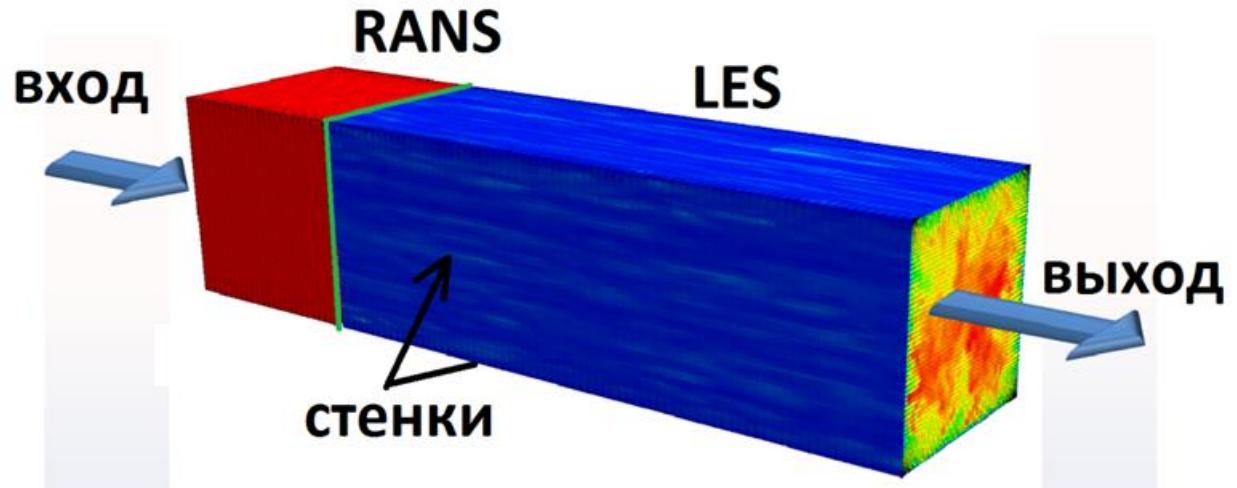
$$T_{9,ij} = \Omega_{ik} S_{kl} \Omega_{lm} \Omega_{mj} - \Omega_{ik} \Omega_{kl} S_{lm} \Omega_{mj} + \frac{1}{2} H_\Omega (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}).$$

### Этап 2

- На активной части интерфейса генерируются турбулентные пульсации поля скорости
- Они выступают как входное граничное условие для LES области и как граничное условие с заданным выходным потоком для RANS области.

Области LES расчета зафиксированы - расположены в зонах, где необходимо уточнение численного решения

Явная генерация турбулентных пульсаций производится специальными алгоритмами на границе областей RANS-LES



## Технология

Двухэтапный расчет

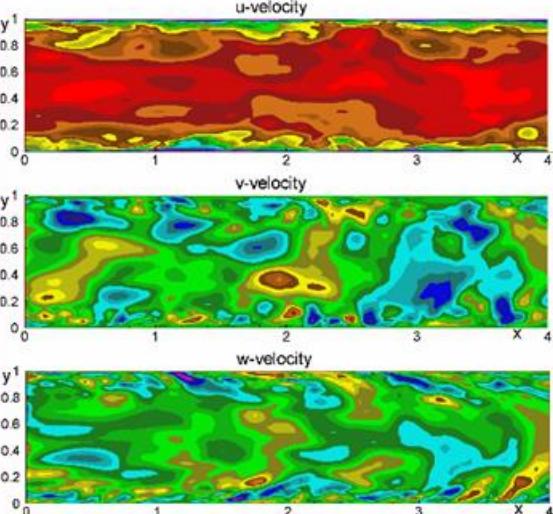
### Этап 1 – стационарный RANS расчет

Определяются параметры турбулентности на границе областей. Интерфейс работает как внутренние грани

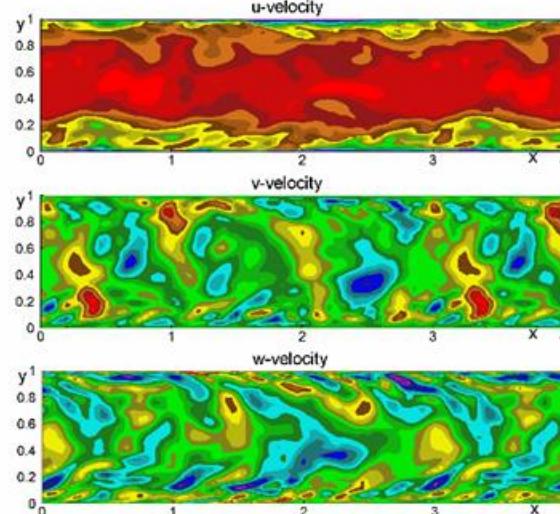
### Этап 2 – нестационарный расчет

Интерфейс работает как вход с генерированием турбулентных пульсаций

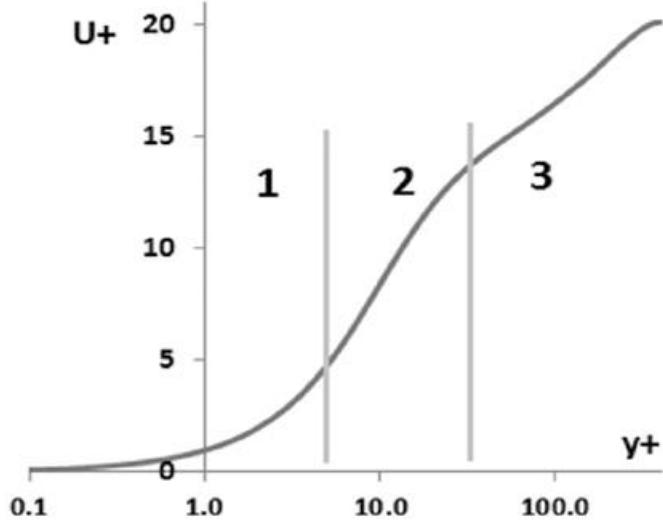
### Канал: Генератор



### LES



## Структура пограничного слоя



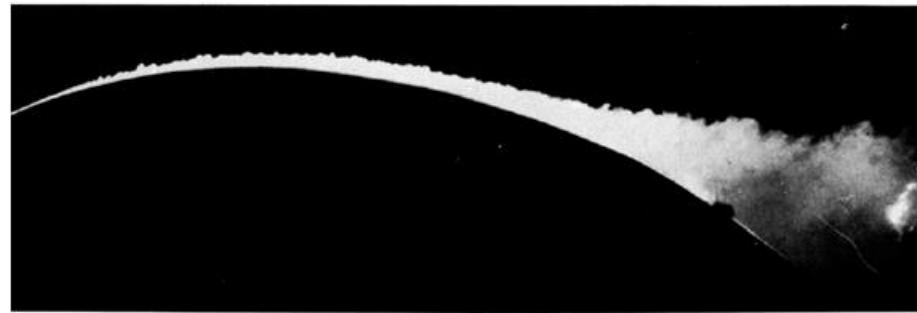
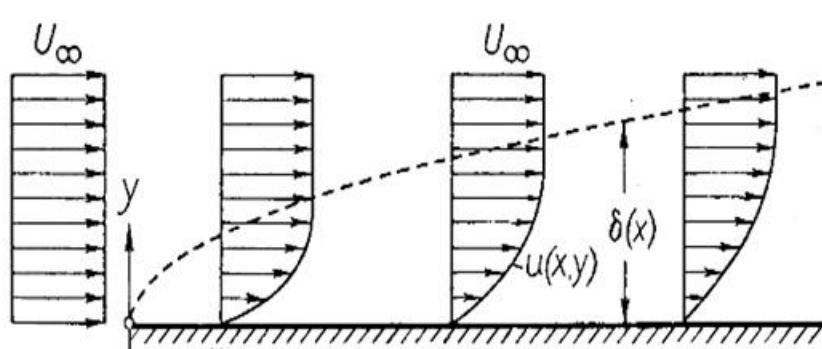
1. Вязкий подслой
2. Логарифмический
3. Переходный

### Количественные характеристики

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \text{— динамическая скорость}$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad \text{— безразмерная продольная скорость}$$

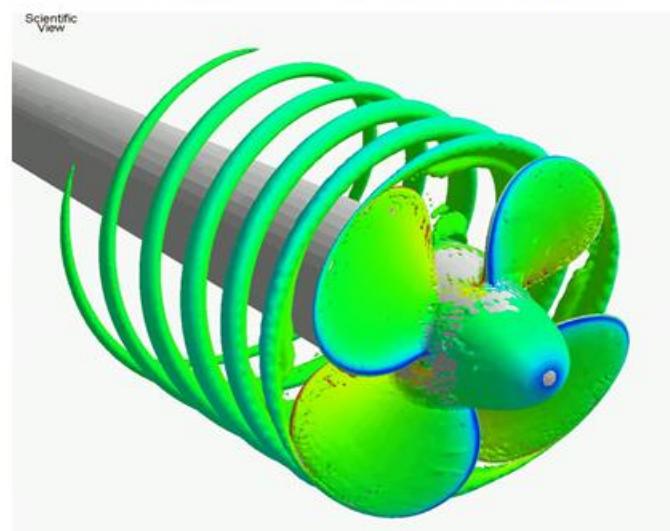
$$y^+ = \frac{y\nu}{u_\tau} \quad \text{— безразмерное расстояние до стенки}$$



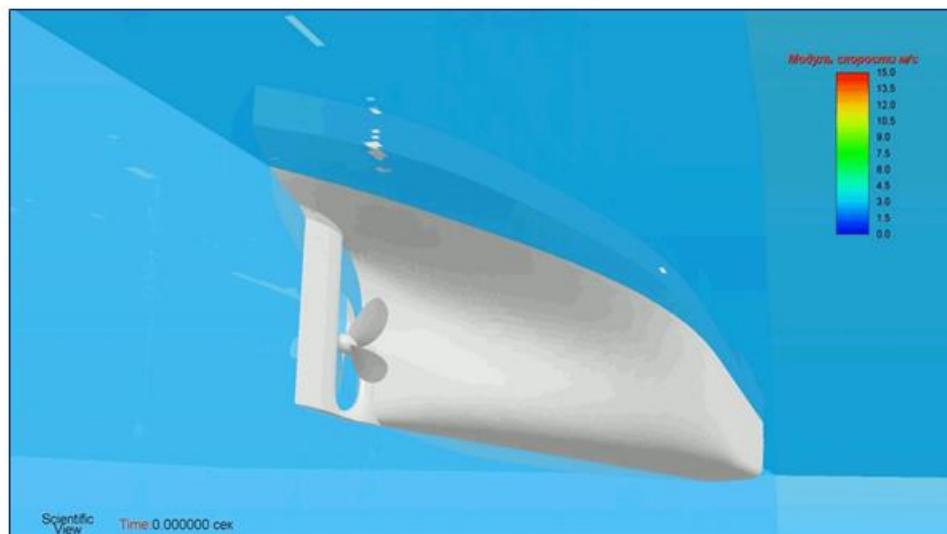
1. Наибольший градиент скорости наблюдается в вязком и переходном подслоях
2. Моделирование – только очень подробная сетка вблизи стенки –  $y^+ < 1$
3. Для индустриальных задач построение таких сеточных моделей не всегда возможно и временно оправдано

### Пример – система «судно-винт»

Всегда можно построить сетку  $y^+ < 1$



Практически нереально построить сетку  $y^+ < 1$



Решение для индустриальных задач - использование пристеночных функций, которые обеспечивают приемлемую точность предсказания трения на стенке в широком интервале изменения  $y+$

## Модель SST All y+

### Автоматическое определение ширины пограничного слоя

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} k) = \nabla [(\mu + \sigma_k \mu_T) \nabla k] + P_k - \beta^* \rho \omega k$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \omega) = \nabla [(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \nabla \omega] + \gamma \frac{\rho}{\sigma_T} P_k - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega}$$

**Связь скорости в первой пристеночной ячейке с трением на стенке**

$$u_1 = \nu_* \left( \frac{1}{y_+^4} + \left( \frac{k}{\ln(Ey_+)} \right)^4 \right)^{-\frac{1}{4}}$$

$$\nu_* \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

**Удельная скорость диссипации  $\omega$  в первой расчетной точке**

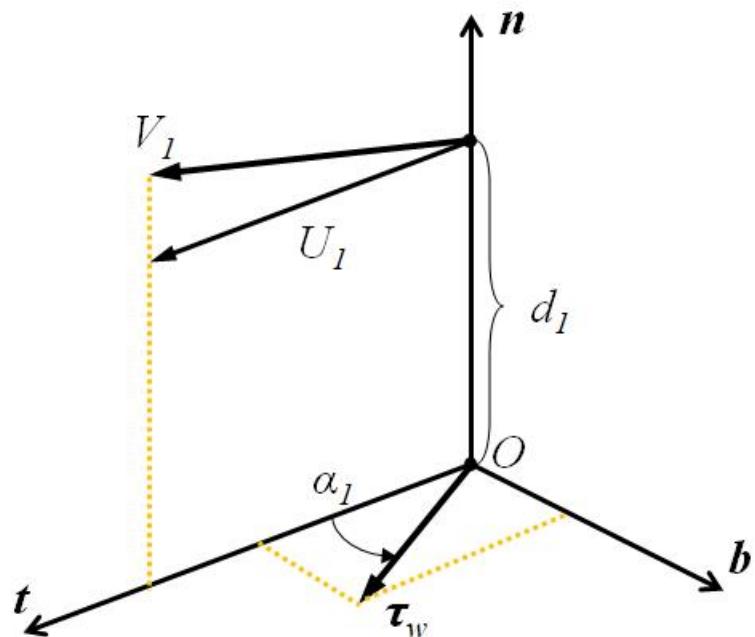
$$\omega_1 = \frac{\nu_*^2}{\nu} \left( \left( \frac{6}{0.075y_+^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{0.3ky_+} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

## Требования

1. Размер первой пристеночной ячейки:  $Y+ < 1$ ;
2. Коэффициент роста размера последующих ячеек  $k < 1.1 .. 1.3$ ;
3. Количество ячеек призматического слоя определяется по выходу толщины ячейки призматического слоя до величин сравнимых с базовым размером ячеек

## Учет вращения стенки

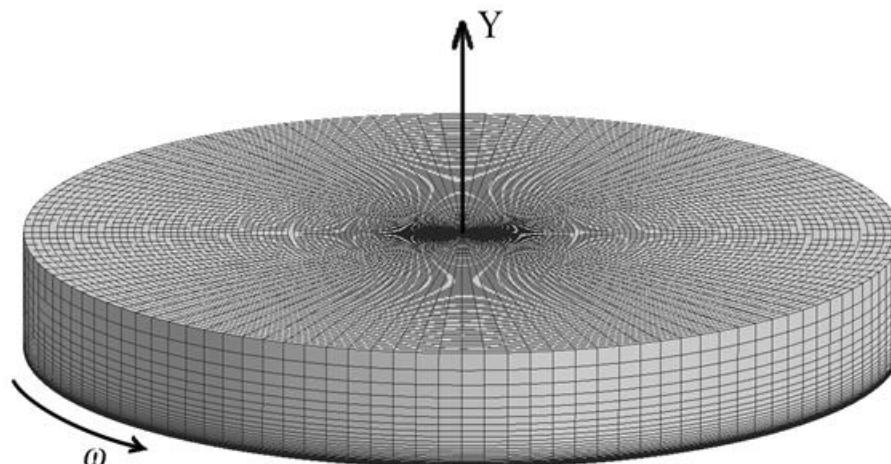
Учёт поправки отклонения вектора трения на стенке от направления вектора скорости на угол  $\alpha_1$



Угол отклонения определяется с помощью формулировки на основе локальных данных (в точке):

$$\operatorname{tg}(\alpha_1) = -\frac{d_1}{U_1} \left( \frac{\partial V_1}{\partial n} \right)_1 F_\alpha(y^+) \quad \left( \frac{\partial V}{\partial n} \right)_1 = n \cdot (\nabla V)_1$$

**Вектор относительной скорости может менять своё направление при приближении к стенке, поэтому требуется учитывать угол отклонения для коррекции напряжения трения на стенке  $T_w$**



$$t = b \times n, \quad b = n \times V_1 / |V_1|$$

$$U_1 = t \cdot V_1 = |V_1 - (n \cdot V_1)n|$$

$$\tau_w = \tau_w [t \cos(\alpha_1) + b \sin(\alpha_1)]$$

## Тепловой пограничный слой

**Пристеночные функции для аппроксимации профиля температуры**

Выражают зависимость безразмерной температуры от расстояния до стенки

**Известные пристеночные функции:**

**Кадер (1981):**

$$T^+(y^+) = y^+ Pr e^{-\Gamma} + \left\{ 2.12 \ln \left[ \left( 1+y^+ \right) \frac{2.5(2-y/\delta)}{1+4(1-y/\delta)^2} \right] + \beta(Pr) \right\} e^{-1/\Gamma}$$

$$\beta(Pr) = (3.85 Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr),$$

$$\Gamma = 0.01 (y^+ Pr)^4 / (1 + 5y^+ Pr^3)$$

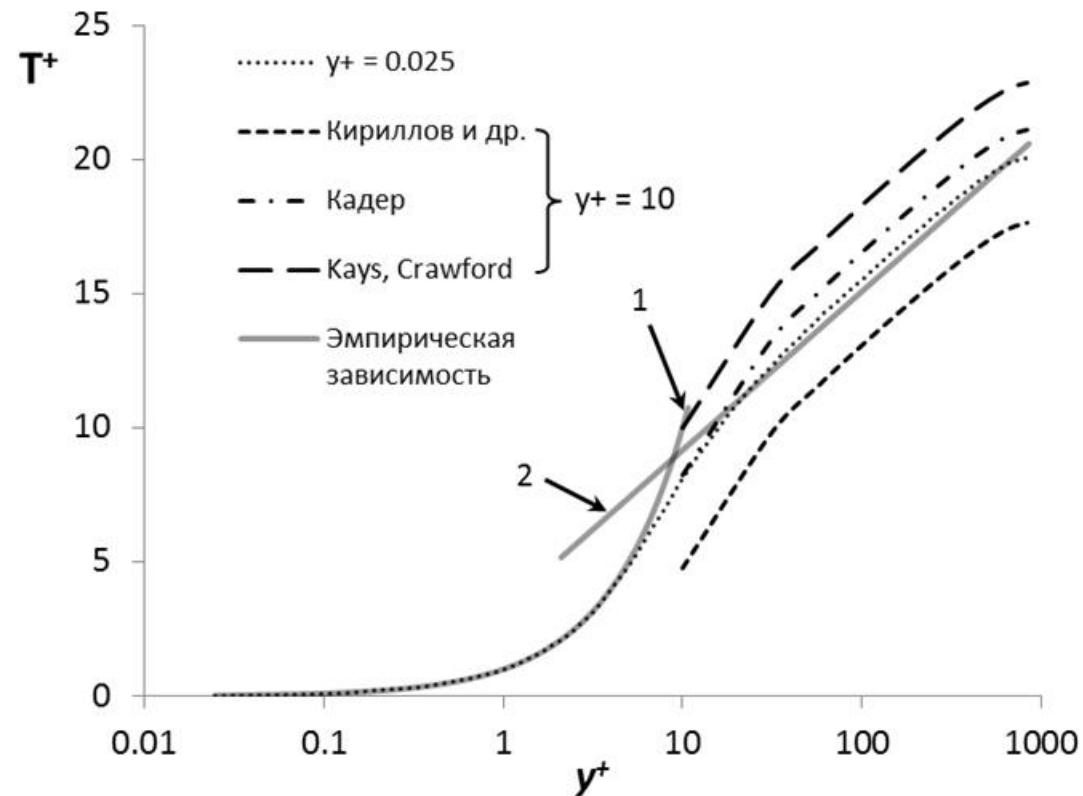
**Кириллов и др. (1990)**

$$T^+(y^+) = \begin{cases} y^+ Pr, & y^+ Pr < 1 \\ 1.87 \ln(y^+ Pr + 1) + 0.065 y^+ Pr - 0.36, & 1 \leq y^+ Pr \leq 11.7 \\ 2.5 \ln(y^+ Pr) - 1, & y^+ Pr > 11.7 \end{cases}$$

**Kays, Crawford (1994)**

$$T^+ = \begin{cases} y^+ Pr, & y^+ \leq 13.2 \\ 2.075 \ln(y^+) + 3.9, & y^+ > 13.2 \end{cases}$$

**Профиль температуры внутри пограничного слоя: эмпирика и результаты численного моделирования**



**Известные пристеночные функции даже при  $y^+ \approx 10$  имеют значительные отклонения – для конечно-объемного CFD кода необходима калибровка пристеночной функции**

## Тепловой пограничный слой

Для получения искомой зависимости производится калибровка  $T^+(y^+)$  относительно результатов, полученных на самой подробной сетке  $y^+ = 0.025$ : подбирается такое значение  $T^+$ , при котором  $T_{max} \approx T_{max}^{0.025}$ ;

Пристеночная функция откалиброванная для ЛОГОС:

$$T^+(y^+) = (T_{vis}^+ (1 - f_1) + T_{buf}^+ f_1)(1 - f_2) + T_{log}^+ f_2$$

$$f_1 = f(y_1^{+*} - \delta_1, y_1^{+*} + \delta_1, y^+)$$

$$f_2 = f(y_2^{+*} - \delta_2, y_2^{+*} + \delta_2, y^+)$$

$$f(a, b, y^+) = 0.5 \left( 1 + \tanh \left[ \pi \left( \frac{y^+ - a}{b - a} - 0.5 \right) \right] \right)$$

$$T_{vis}^+ = y^+ Pr$$

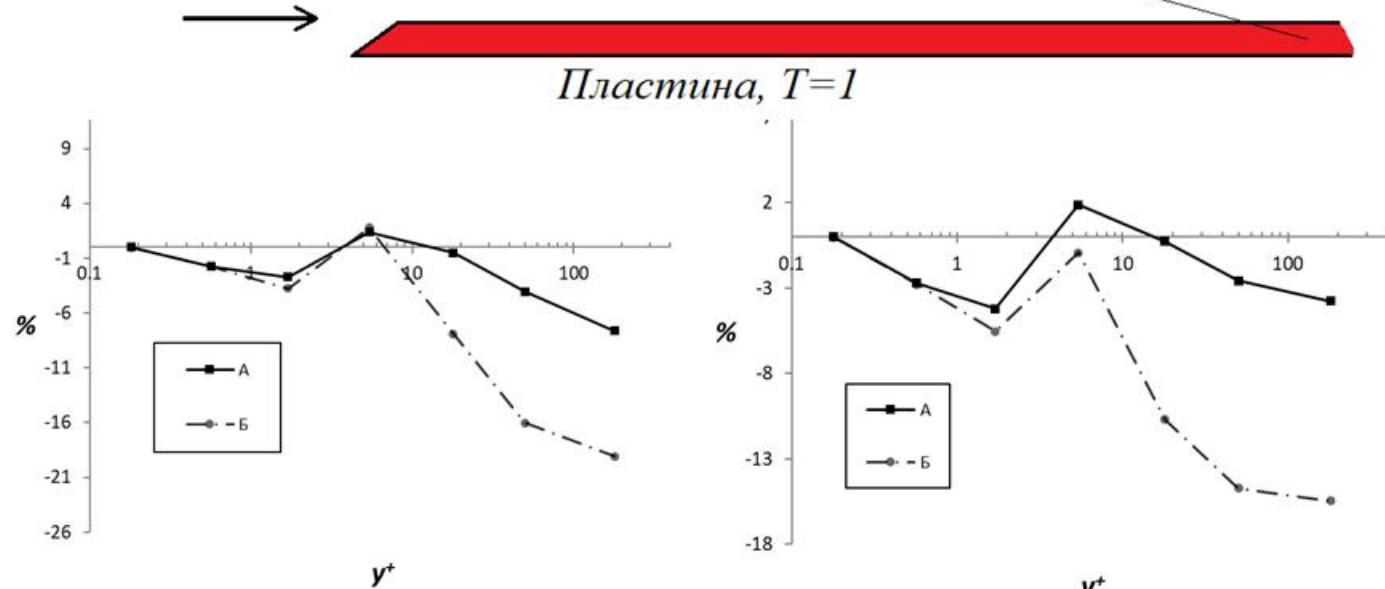
$$T_{buf}^+ = (2.831Pr + 1.1545)\ln(y^+) - 0.8334Pr - 1.4546$$

$$T_{log}^+ = 2.2\ln(y^+ Pr + 8) + 5.4195Pr - 3.8355$$

Анализ точности моделирования теплового пограничного слоя на сетках с разной густотой пристеночного разрешения

Обтекание пластины турбулентным тепловым потоком,  $Re_w = 10^7$

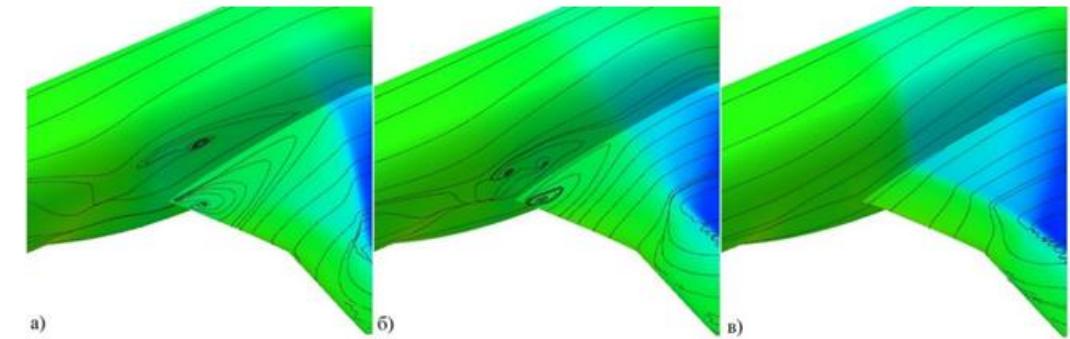
$$\begin{array}{l} U=1 \\ T=0 \\ \longrightarrow \end{array} \quad \text{Оценивается пристеночный тепловой поток у задней кромки} \quad q_w = \frac{(T_w - T_i) \rho C_p u_\tau}{T^+}$$



Пристеночная функция ЛОГОС («А»), Кадера («Б»).

## Аэродинамика

«Крыло-фюзеляж»



a) Энергетический спектр: 1 – эксперимент [\*], 2 –  $E \sim K^{-5/3}$ ,  
3 – схема Roу, 4 – схема AUSMPW

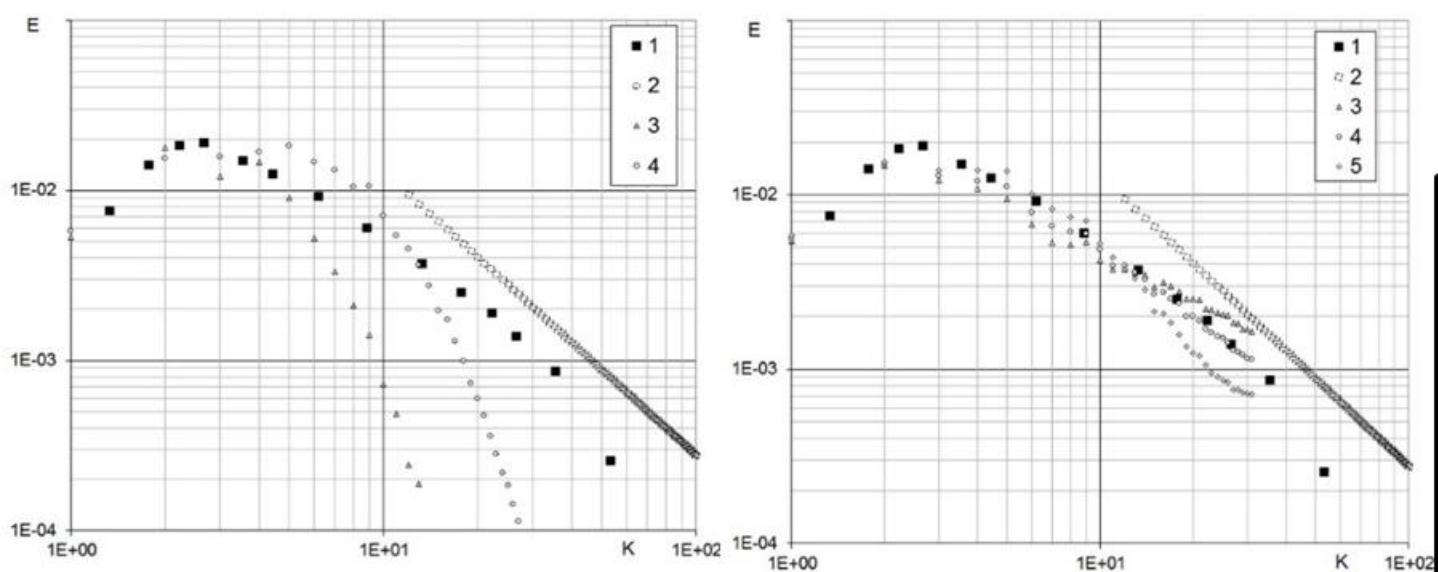
- Противопоточные схемы Roу и AUSMPW занижают высокочастотную часть спектра
- Схема AUSMPW диссипативна, но не в такой степени, как схема Roу
- Использование данных схем в оригинальном виде для расчета отрывных течений затруднительно, из-за высокой численной диссипации

**Схема Roу:** 
$$F_{UD} = \frac{1}{2}(F_L + F_R) - \frac{1}{2}|A|(U_L + U_R)$$

**Модифицированная низко-диссипативная схема Roу:**

$$F_f = \frac{1}{2}(F_L + F_R) - \frac{1}{2}\varepsilon|A|(U_L + U_R)$$

**Существенное улучшение  
энергетического спектра**



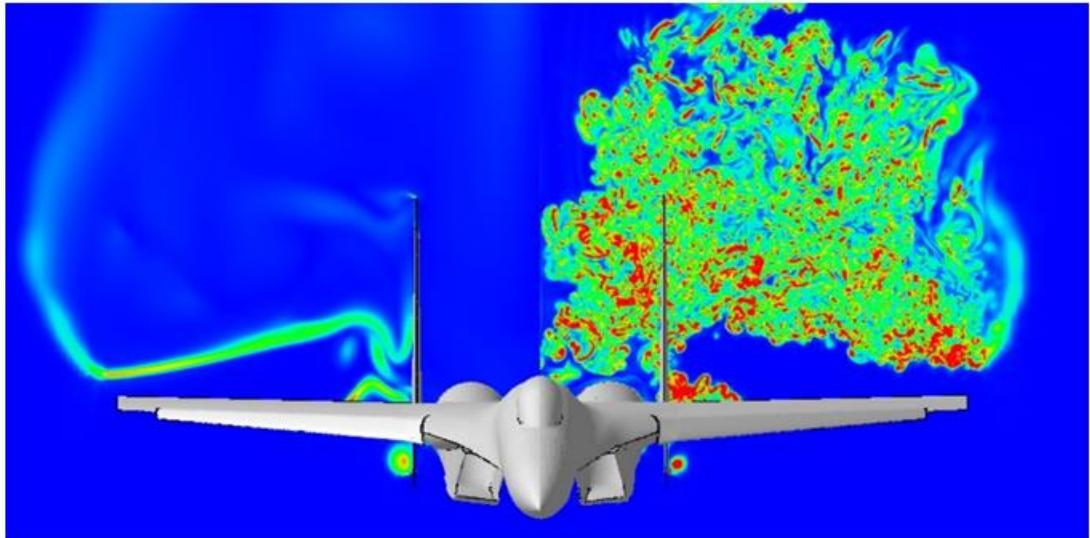
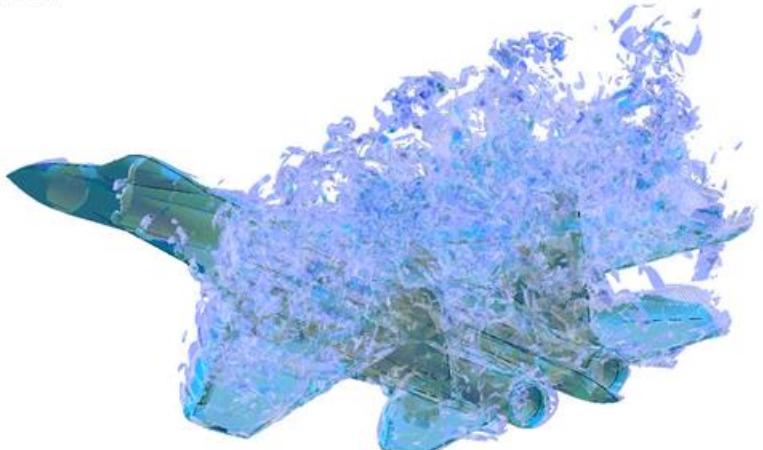
## Аэродинамика - аналогично

- Калибровка констант LES, DES
- Низко-диссипативные схемы
- Генератор пульсаций
- Пограничный слой
- Учет вращения
- Учет теплового погранслоя

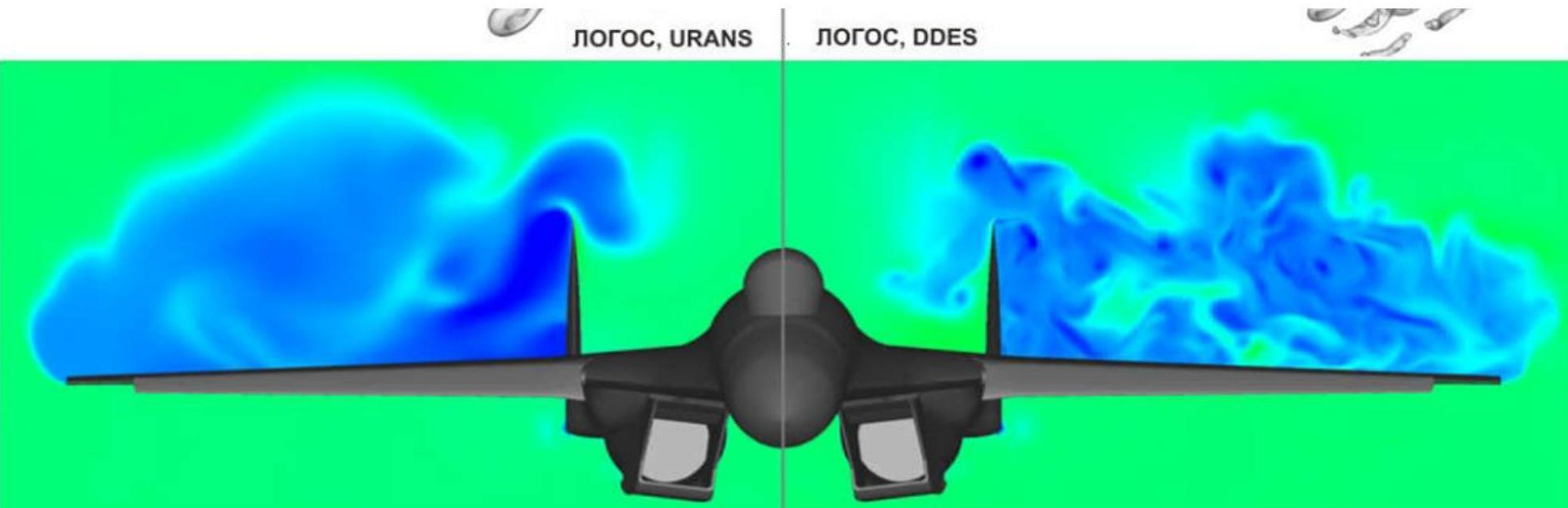
## Расчет нестационарных АДХ маневренного самолета

Scientific  
View

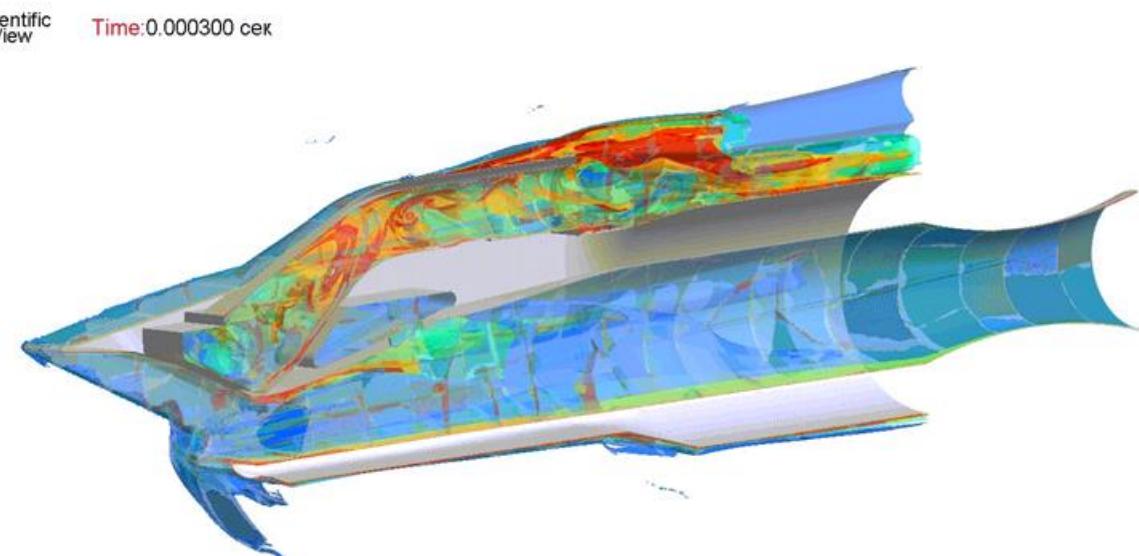
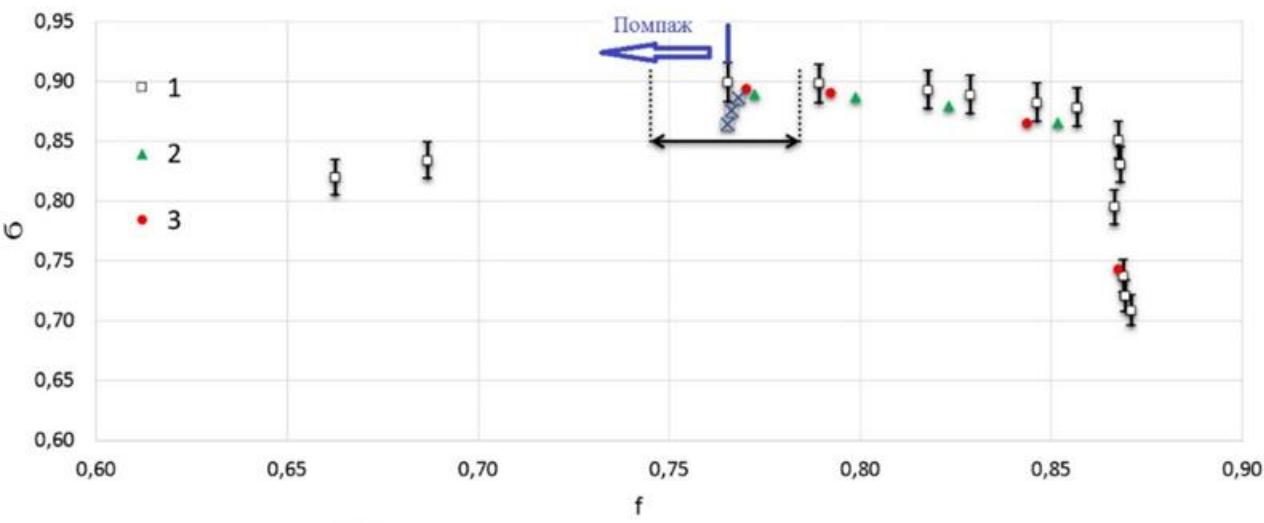
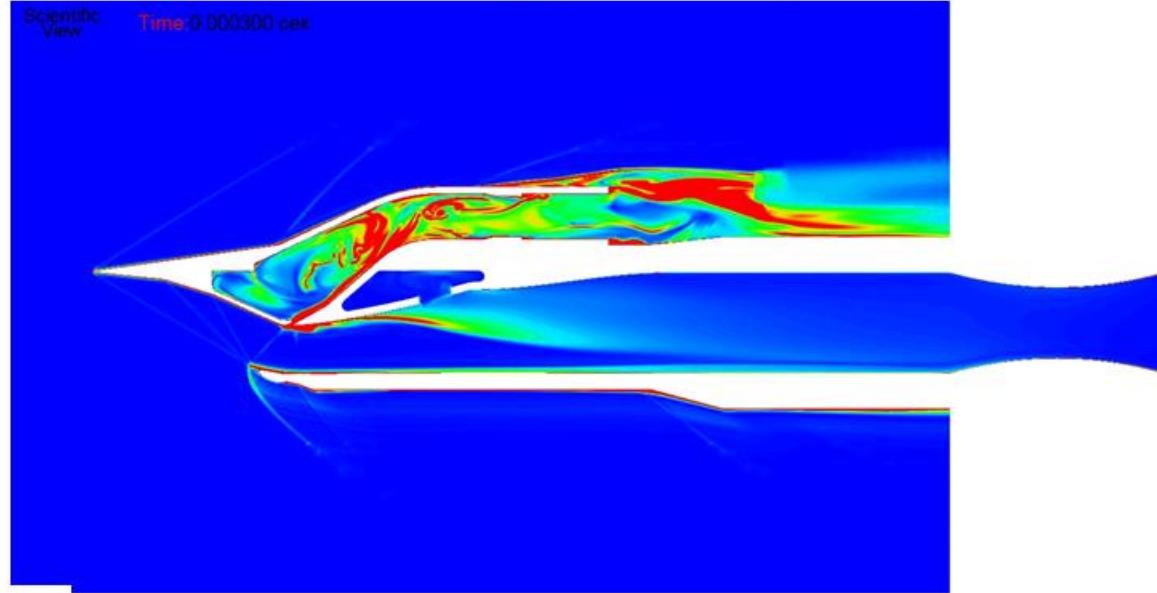
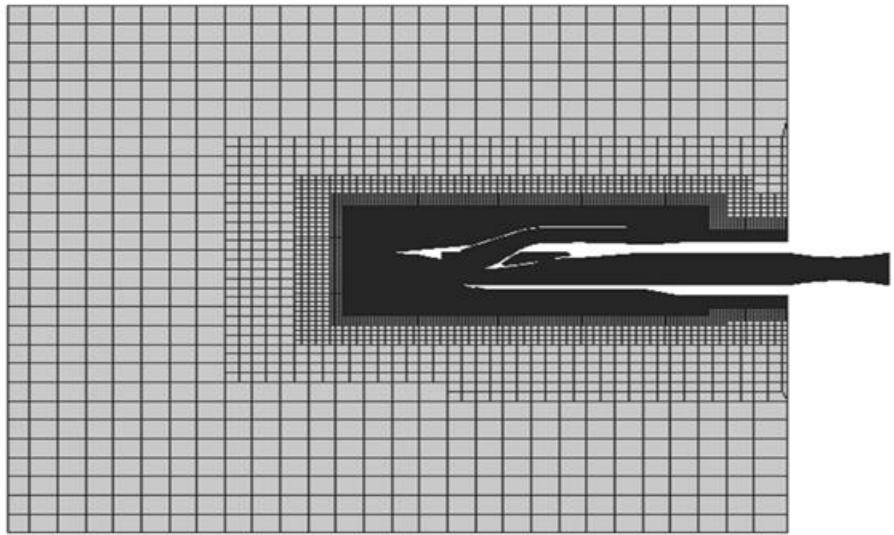
Met:LogosTVD Time 0.004000 сек



ЛОГОС, URANS



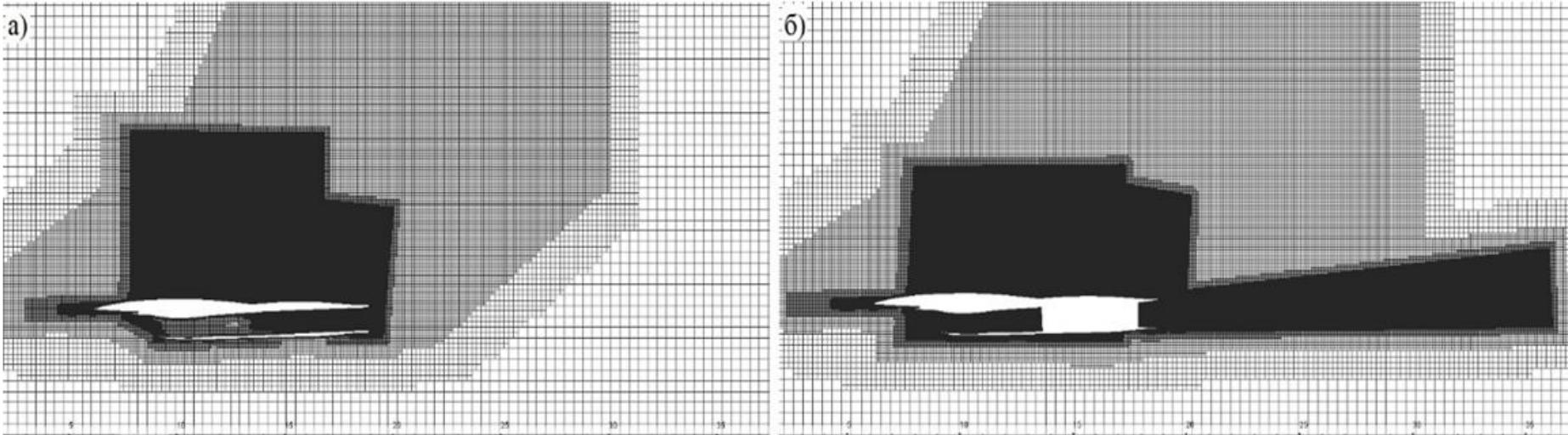
## Расчет границы устойчивости работы воздухозаборника



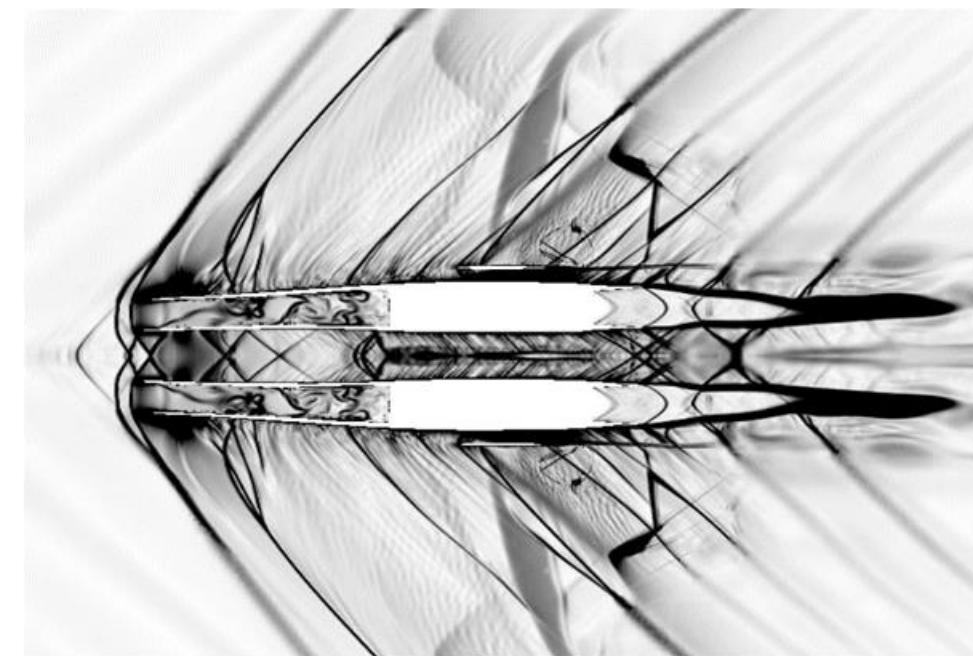
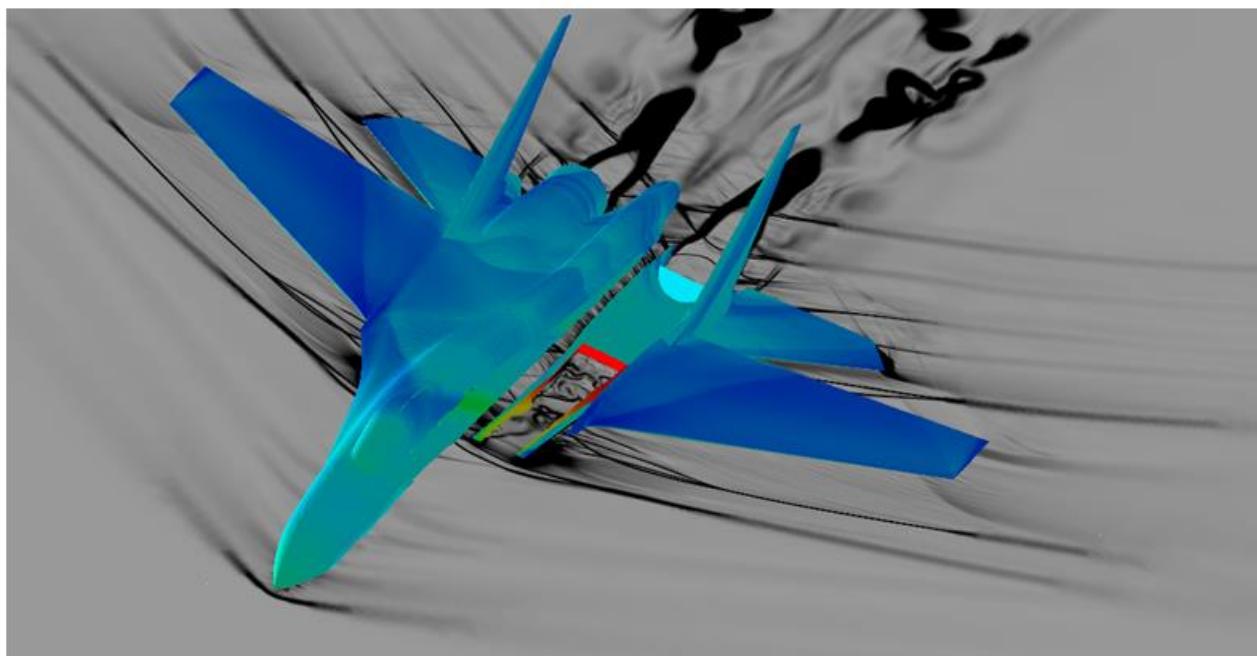
**Дроссельные характеристики:**  
1 – эксперимент, 2 – URANS, 3 – EDES

# Моделирование турбулентных течений

**Расчет нестационарных АДХ маневренного ЛА с учетом работы силовой установки**



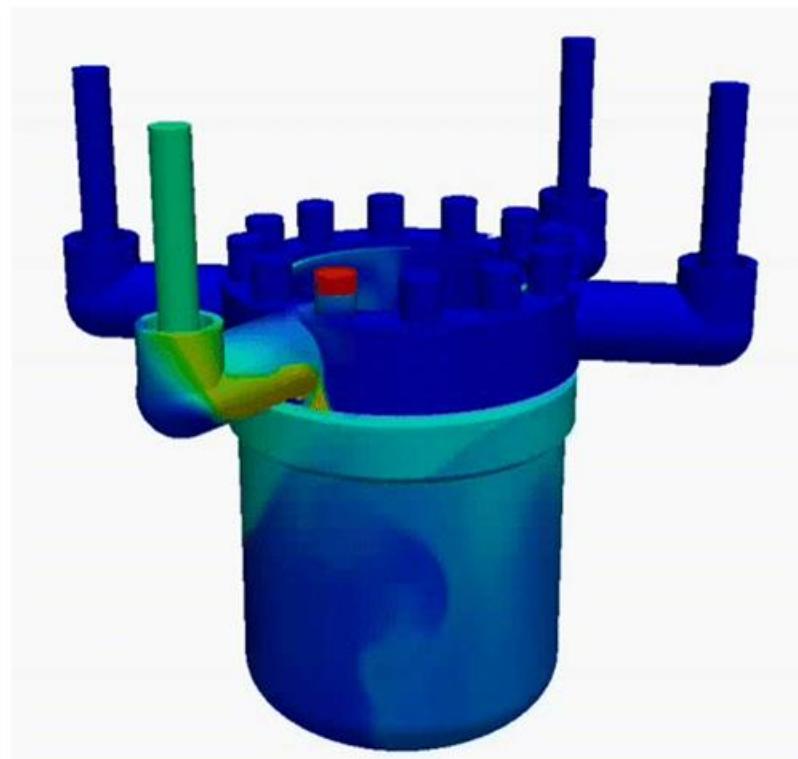
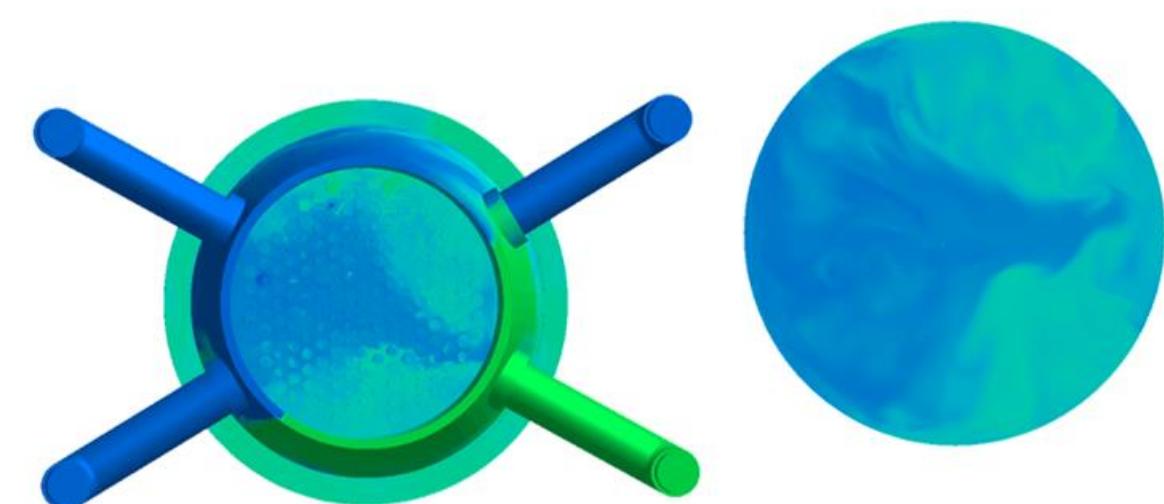
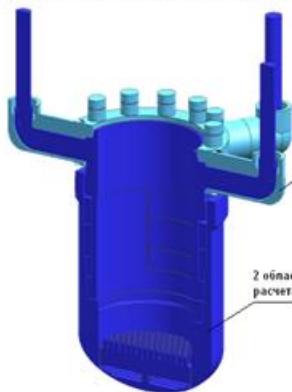
**Мгновенное распределение градиента плотности**



## Моделирование турбулентного смешения неизотермических потоков в напорной камере РУ

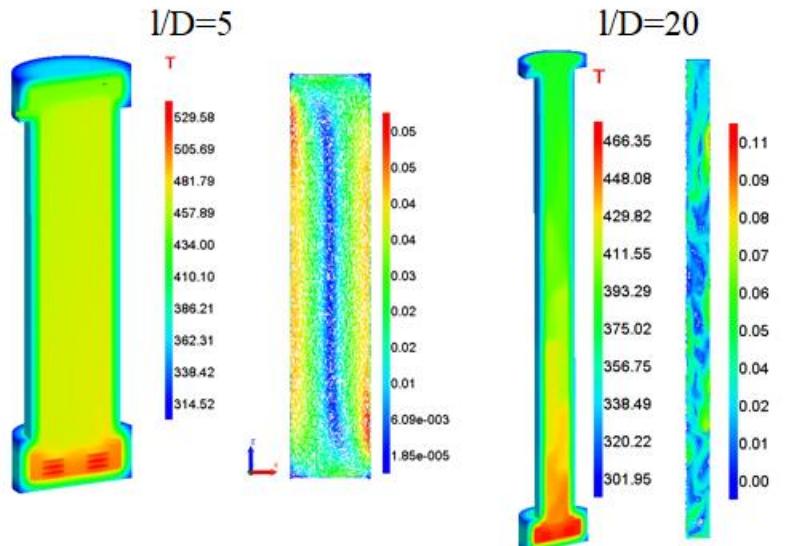
**Описание модели:** нестационарная гидродинамика с учетом турбулентного перемешивания, зависимости плотности от температуры, вынужденной и естественной тепловой конвекции.

Моделирование с использованием LES-модели турбулентности с учетом сопряженного теплообмена.



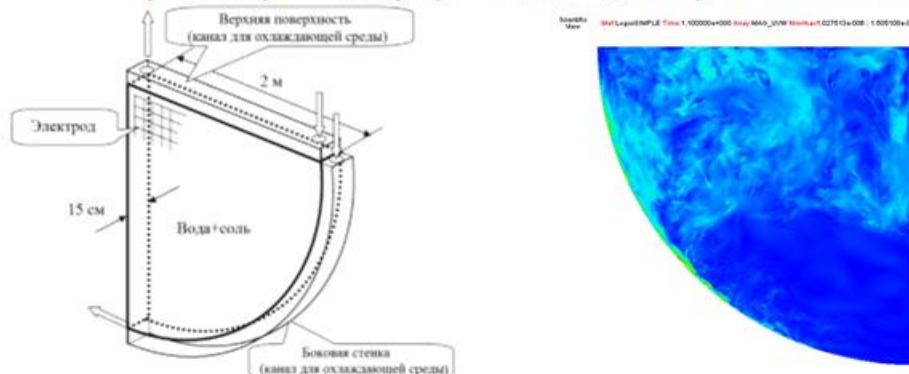
## ЖМТ

Конвективное течение натрия в произвольно  
ориентированном участке трубопровода

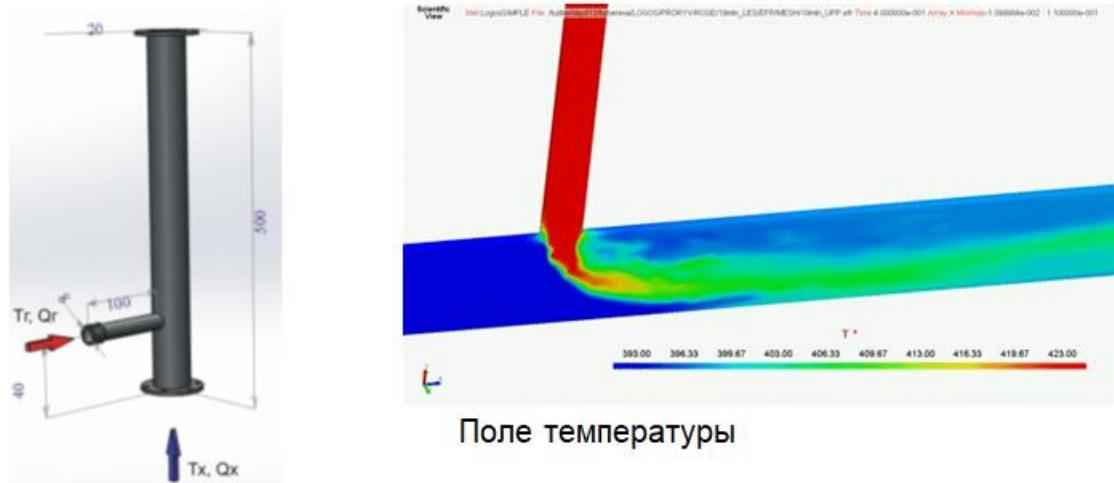


Моделирование эксперимента Bali.

Исследование тепломассопереноса и моделирования конвекции в  
реакторе со сферическим днищем в масштабе 1:1

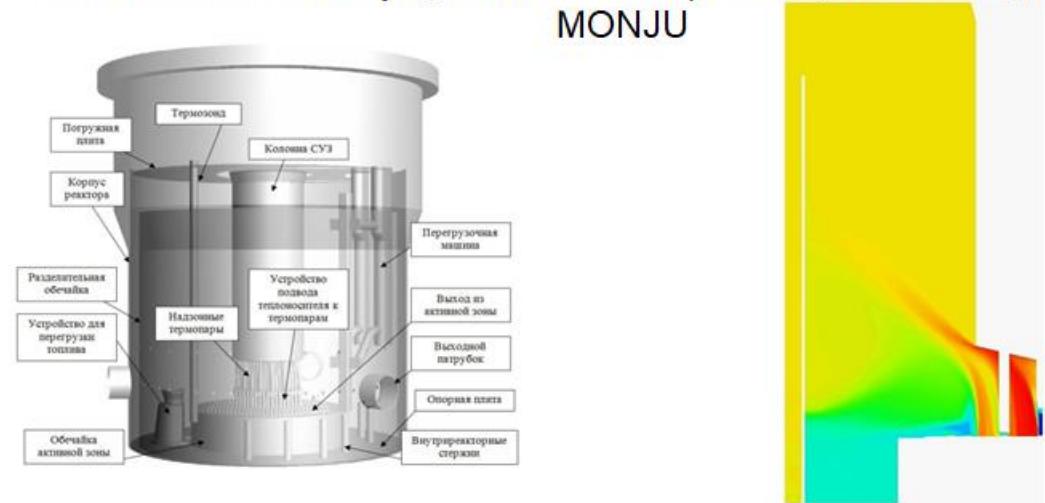


Моделирование эксперимента по смешению разнотемпературных  
потоков модельного ЖМТ в Т-образном смесителе



Поле температуры

Естественная и вынужденная конвекция в верхней камере реактора  
MONJU



# Моделирование волнения

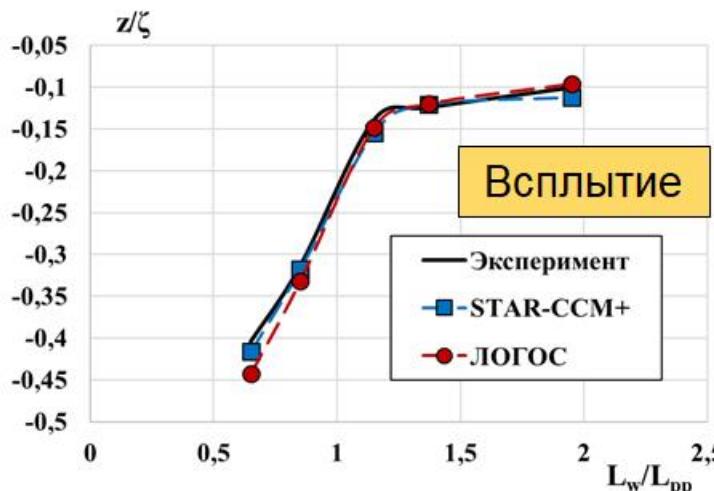
Международный бенчмарк – моделирование движения контейнеровоза KCS на встречном волнении. На входной границе с помощью генератора волн задается волна пятого порядка со скоростью потока 2,017м/с. Три режима расчёта различались длиной и высотой волны.

Масса судна составляет 955,78 кг, диагональные моменты инерции (110; 2222; 2222) кг·м<sup>2</sup>, Координаты центра тяжести (2,9453; 0; 0,093) м.

Значения физических свойств воды:

динамическая вязкость  $\mu_{\text{в}} = 0,00114 \text{ Па}\cdot\text{с}$ , плотность  $\rho_{\text{в}} = 998,63 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

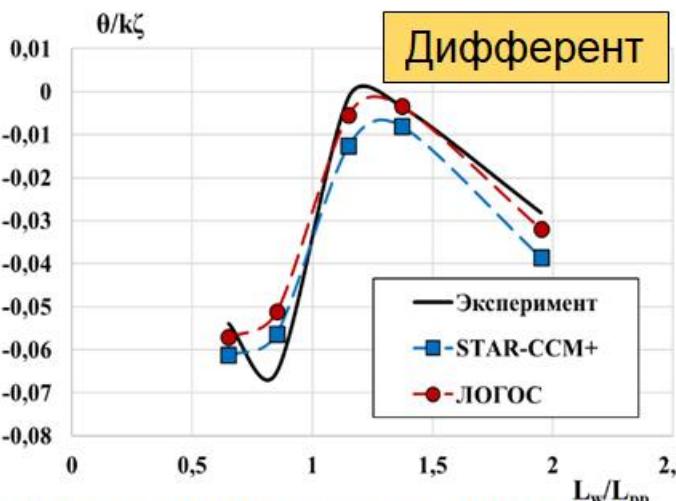
Для воздуха: динамическая вязкость  $\mu_{\text{возд}} = 1,85508E - 5 \text{ Па}\cdot\text{с}$ , плотность  $\rho_{\text{возд}} = 1,18415 \text{ кг}/\text{м}^3$



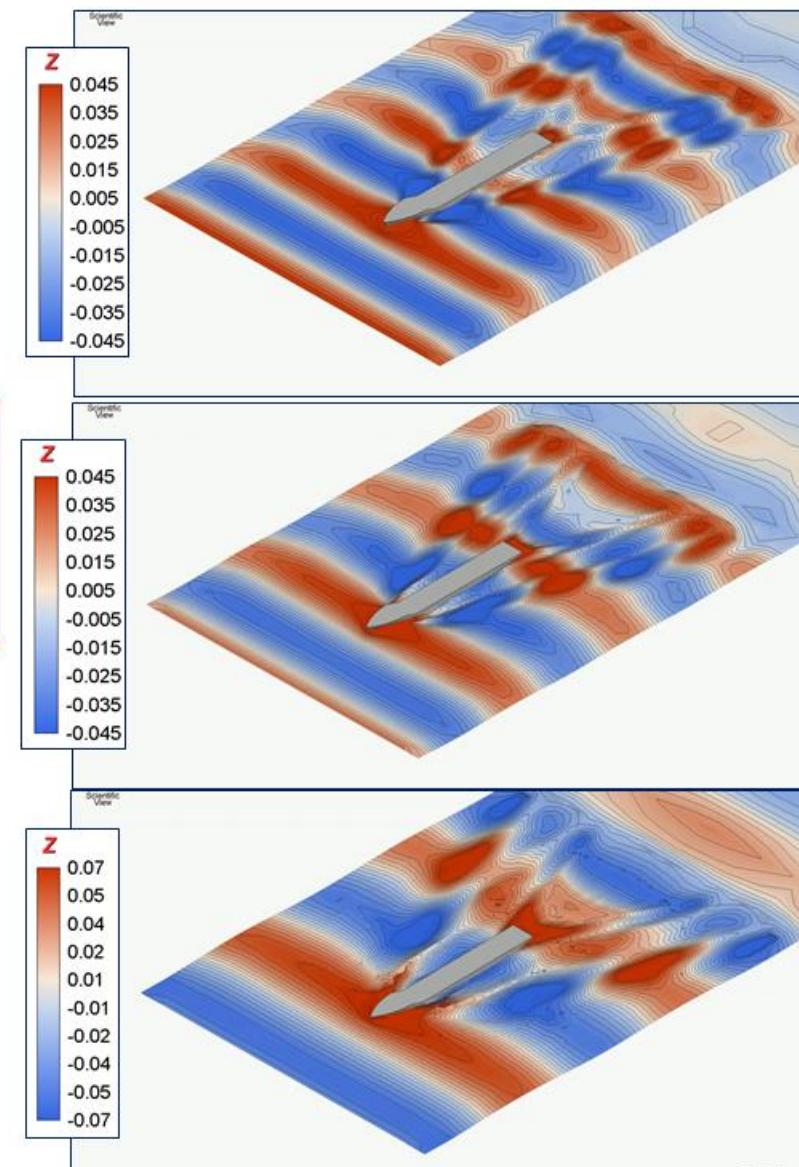
Контрольные величины:

- Коэффициент полного сопротивления
- Образмеренное всплытие судна
- Образмеренный угол дифферента

Максимальное отклонение коэффициента сопротивления составляет для одного из режимов 6%, для остальных режимов отклонение не превышает 2.5%.



Дифферент



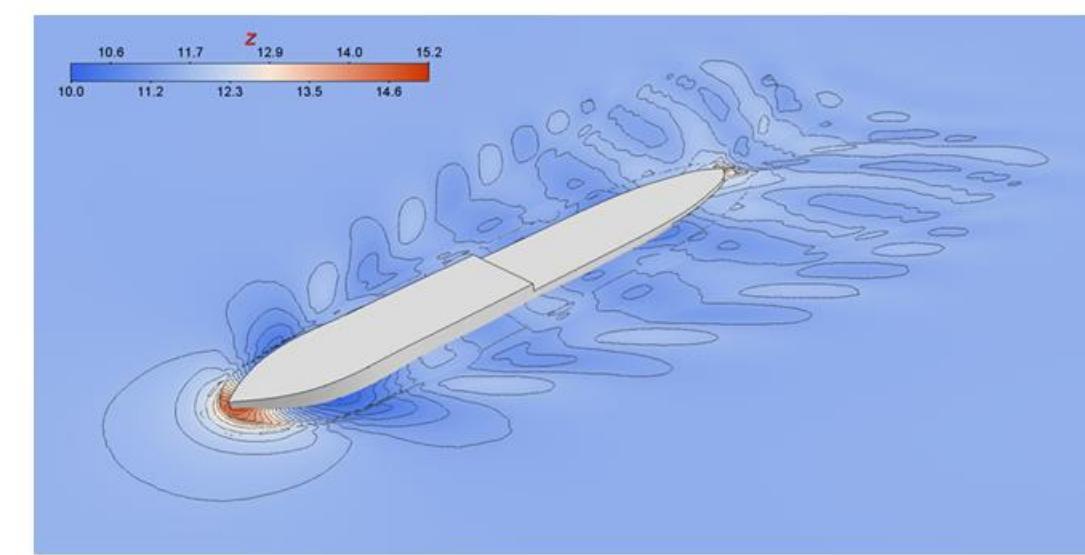
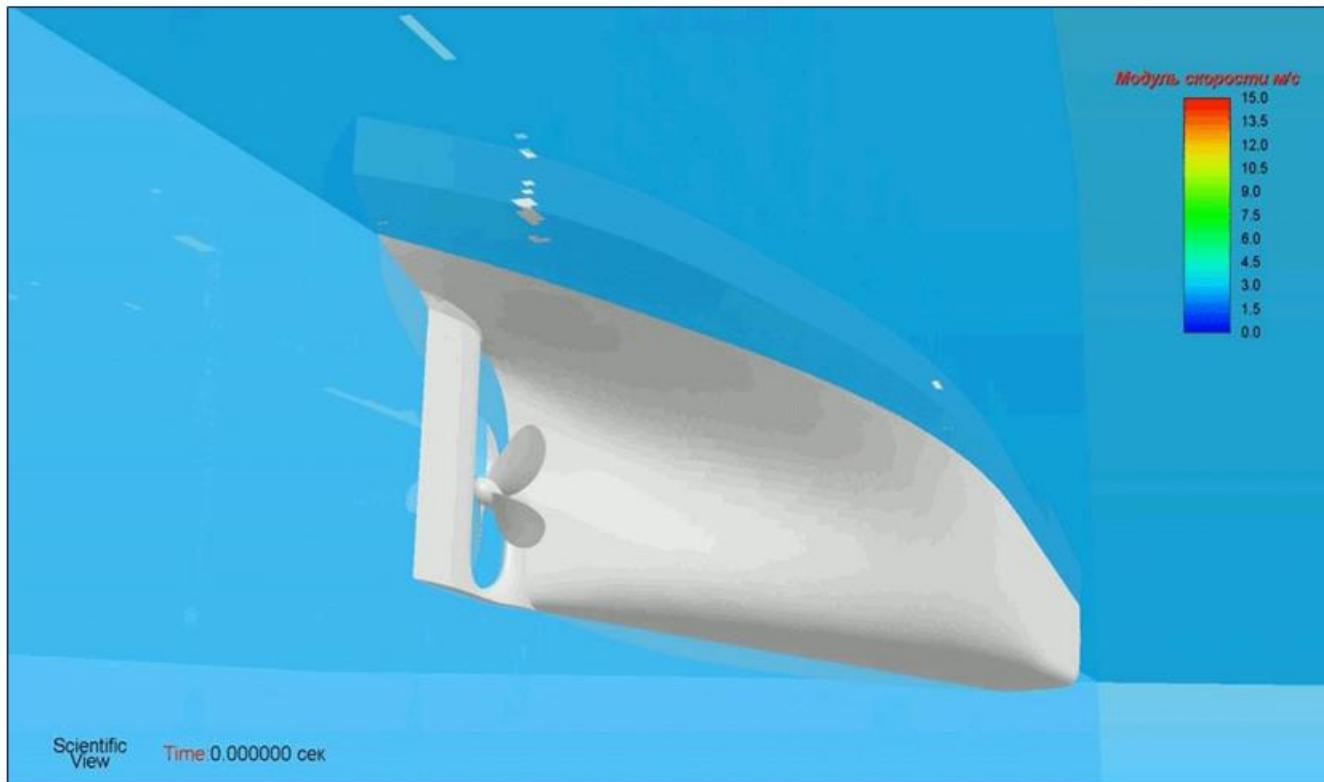
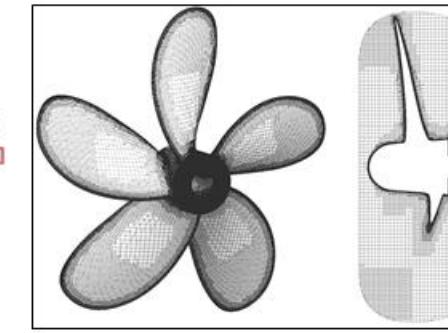
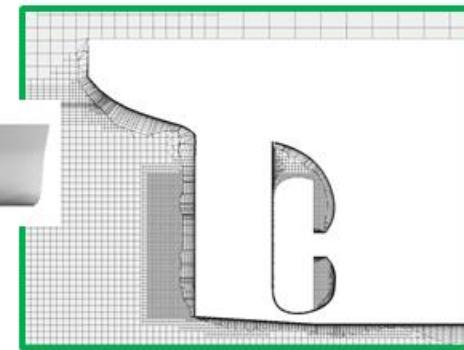
## Моделирование виртуальных ходовых испытаний судна модели 1552 с вращающимся движительным пропеллером, закреплённым на ступице корабля

Скорость течения: 8,77642 м/с

Скорость вращения: 110,5 об/мин

Расчёт на сетках морфинг и химера

Схема расчетной области



Сравнение значений сопротивления элементов поверхности корпуса судна (включая руль), перемещение центра тяжести и угла дифферента не превысило 5-15%.

- Доступность вычислительных ресурсов вкупе с развивающимися методами численного моделирования позволяют охватывать все больший круг индустриальных задач вычислительной гидродинамики с использованием трехмерного моделирования турбулентности на основе современных вихреразрешающих моделей
- При использовании произвольных неструктурированных сеток, сгенерированных автоматическими сеточными генераторами, в областях со сложной геометрической конфигурацией требуется адаптация вычислительных подходов и алгоритмов для применения вихреразрешающих моделей турбулентности

## СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Все методы и модели реализованы в пакете программ ЛОГОС-Аэрогидро