

Л. И. Шибаршов

**Физика мишеней
инерциального термоядерного
синтеза**

Лекции

Под редакцией Д. А. Грязных

Снежинск
2014

Ш55 **Шибаршов, Л. И.**

Физика мишеней инерциального термоядерного синтеза: лекции / под ред. Д. А. Грязных. — Снежинск: Изд-во РФЯЦ – ВНИИТФ, 2014. — 176 с., ил. ISBN 978-5-902278-67-2

В лекциях Л. И. Шибаршова (1933–2011) рассмотрены некоторые ключевые вопросы создания установок инерциального термоядерного синтеза (ИТС). Особенностью лекций является использование простых оценок параметров рассматриваемых физических процессов, которые имели неопределимую важность в эпоху начальных исследований в 1960–1980 гг., когда сложные экспериментальные исследования и многомерные численные расчеты были недоступны. Эти подходы остаются полезными и сейчас для первого знакомства с проблемами ИТС и их качественного понимания.

Описаны процессы, определяющие эволюцию энергии в мишенях ИТС: ее выделение в термоядерных реакциях, перенос и обмен между компонентами плазмы, потери через границы мишени. Соотношения между этими процессами определяют критерии термоядерного зажигания мишеней. Введено понятие «запаса по зажиганию», позволяющее оценить надежность рассматриваемой схемы. Изучены сжатие и нагрев мишеней ИТС в гидродинамических процессах, в том числе, с учетом действия неустойчивостей и турбулентности. Определены требования к симметрии облучения в схемах с прямым или непрямым обжатием, обеспечивающие надежное зажигание мишеней ИТС.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов вузов старших курсов, специализирующихся в области физики термоядерной плазмы.

УДК 539.17

Ответственный за выпуск	Т. Б. Пряхина
Редактор	Т. В. Кузнецова
Компьютерная верстка,	
Компьютерная подготовка рисунков	И. Е. Ядринцева
Компьютерная подготовка обложки	Н. Н. Шувалова
Корректор	Н. И. Потеряхина

Подписано в печать 09.04.2014.
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 11.
Тираж 200 экз. Заказ № .

Печать выполнена с оригинал-макета, подготовленного информационно-издательской группой РФЯЦ – ВНИИТФ.

Адрес издающей организации:
456770, г. Снежинск Челябинской обл.,
ул. Васильева, 13, а. я. 245, РФЯЦ – ВНИИТФ,
тел.: (351-46) 5-23-50, 5-24-90.

Тираж отпечатан в печатном салоне «Колибри».
456770, г. Снежинск Челябинской обл., ул. Ленина, 19.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
Глава 1. РЕАКЦИИ СИНТЕЗА	8
1.1. Физические предпосылки	8
1.2. Сечения реакций синтеза	10
1.3. Термоядерные реакции	12
1.4. Взаимодействие компонентов высокоионизированной плазмы	18
1.4.1. Уравнение Ландау	18
1.4.2. Торможение альфа-частиц в DT-плазме	21
1.4.3. Передача энергии плазме от DT-нейтронов	23
1.4.4. Потери энергии DT-плазмой	24
Литература	26
Глава 2. УСЛОВИЯ ВСПЫШКИ И ГОРЕНИЯ	28
2.1. Горение при «отрыве» температур	29
2.2. Отсутствие отрыва температур	30
2.3. Оценки минимумов массы горючего и энергозатрат	31
2.4. Разгорание и запасы по его обеспечению	34
Литература	39
Глава 3. ПОЛУЧЕНИЕ БОЛЬШИХ СЖАТИЙ И КОНЦЕНТРАЦИЙ ЭНЕРГИИ	40
3.1. Уравнения газодинамики	40
3.2. Ударные волны в однородной среде	43
3.3. Сжатие конечного слоя ударными волнами	46
3.4. Распады разрывов. Метод ($p-u$)-диаграмм	49
3.5. Упрощенные модели кумуляции	52
3.5.1. Схождение сферической несжимаемой оболочки	53
3.5.2. Сжатие газа сферической сосредоточенной оболочкой	55
3.6. Автомодельные движения	56
3.6.1. Волны разрежения. Некоторые задачи о разлетах	58
3.6.2. О некоторых других автомодельных решениях	63
3.6.3. Примеры безударного сжатия	82
Литература	84
Глава 4. АСИММЕТРИЯ И ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ	85
4.1. Рост малых возмущений	86
4.1.1. Классическая неустойчивость Релея–Тейлора	88
4.1.2. Неустойчивость Рихтмайера–Мешкова	92

4.2. Развитие возмущений в неоднородной среде	93
4.3. Стабилизация релей-тейлоровской неустойчивости при абляции	101
4.4. Газодинамическая неустойчивость плоской сосредоточенной оболочки	102
4.5. Модель сферической сосредоточенной оболочки	108
4.6. Турбулентность	115
4.6.1. Гравитационное перемешивание разноплотных слоев	120
4.6.2. Сдвиговая турбулентность	135
Литература	135
Глава 5. ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИММЕТРИИ ОБЛУЧЕНИЯ МИШЕНИ	137
5.1. Свойства сферических функций	138
5.1.1. Теорема сложения	139
5.1.2. Преобразование поворота оси системы координат	139
5.1.3. Среднее значение сферической функции на окружности	140
5.2. Гармонический состав системы пятен на сфере	141
5.2.1. Общий случай	141
5.2.2. Симметричное расположение источников	144
5.2.3. Нарушения симметрии	148
5.3. Прямое облучение	153
5.3.1. Симметрия прямого облучения	153
5.3.2. Оценки потерь сжатия по модели сосредоточенной оболочки при прямом облучении	157
5.3.3. Общий вывод	159
5.4. Непрямое облучение	159
5.4.1. Распространение рентгеновского излучения	161
5.4.2. Оценки асимметрии теплового излучения в случае сферического хольраума	162
5.4.3. Оценки потерь сжатия газа в различных хольраумах по модели сосредоточенной оболочки	166
5.4.4. Ход лазерных лучей в сферическом хольрауме	169
5.4.5. Движение границ	172
5.4.6. О цилиндрическом корпусе	172
5.4.7. Промежуточная сферическая пленка	174
Литература	176

ПРЕДИСЛОВИЕ

Лекции Леонида Ивановича Шибаршова (29.05.1933—07.07.2011) рассматривают некоторые ключевые вопросы создания установок инерциального термоядерного синтеза (ИТС). Их особенностью является использование простых оценок параметров рассматриваемых процессов, которые имели неоценимую важность в эпоху начальных исследований в 1960—1980-е гг., когда сложные экспериментальные исследования и многомерные численные расчеты были недоступны. Эти подходы остаются полезными и сейчас для первого знакомства с проблемами ИТС и их качественного понимания. Некоторые вопросы физики мишеней ИТС автором не затронуты в данных лекциях, во многом это связано с тем, что Л. И. Шибаршов основное внимание уделил тем задачам, в решении которых он принимал непосредственное участие.

При этом лекции имеют строгую логическую последовательность. В первой главе описаны процессы, определяющие эволюцию энергии в мишенях ИТС: выделение в термоядерных реакциях, перенос и обмен компонентами плазмы, потери через границы мишени. Соотношение между этими процессами (энергобаланс) определяет критерии термоядерного зажигания мишеней, рассмотренные во второй главе. Л. И. Шибаршов (в совместной с Л. П. Феоктистовым и Е. Н. Аврориным работе «Критерий вспышки для импульсных термоядерных мишеней» (Физика плазмы. — 1980. — Т. 6, вып. 5)) обобщил введенное Ю. С. Вахрамеевым понятие «запаса по зажиганию», которое определяет надежность рассматриваемой схемы. Возможности сжатия и нагрева мишеней ИТС в гидродинамических процессах рассмотрены в третьей главе. Предполагаемая при этом сферическая симметрия нарушается вследствие действия неустойчивостей, рассмотренных в четвертой главе. Простые аналитические оценки их развития и влияния на степень сжатия мишеней получены с использованием модели «сосредоточенной оболочки». Определены требования к начальным значениям неоднородностей сжатия. Дальнейшее развитие неустойчивостей приводит к хаотическому движению — турбулентности. Для решения

практических задач невозможно пользоваться первопринципными моделями или прямыми численными расчетами. Эмпирические модели турбулентности описаны также в четвертой главе. В пятой главе определяются требования к симметрии облучения мишени в схемах с прямым или косвенным обжатием, обеспечивающие неоднородности сжатия, не превосходящие ранее полученные значения.

При подготовке рукописи Л. И. Шибаршова к печати в ней были унифицированы все обозначения, найдены и проставлены ссылки на оригинальные публикации. Некоторые значения числовых параметров были исправлены в соответствии с современными данными. Часть фрагментов, необходимых для связности и полноты изложения, были добавлены из статей и препринтов Л. И. Шибаршова. Все примечания принадлежат редактору.

Д. А. Грязных

ВВЕДЕНИЕ

Лекции посвящены физике термоядерных мишеней и способам обеспечения их работы. Курс был прочитан молодым сотрудникам физико-математического отделения РФЯЦ – ВНИИТФ с октября 1996 по апрель 1997 года.

При подготовке лекций использовался ряд источников, в первую очередь книга Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера «Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений» (М.: Физматгиз, 1963). В некоторых случаях использовались результаты, полученные лично автором, причем ему иногда оказывалось проще получить их самому, чем найти нужный источник.

Не затронутым остался важный раздел взаимодействия лазерных и ионных пучков с веществом — с этими вопросами автору не приходилось сталкиваться, и в то же время первый из них является чрезвычайно сложным магнитно-гидродинамическим явлением. Автор надеется в будущем написать этот раздел с помощью сотрудников института, которые данное явление изучали сами или были вынуждены практикой своей деятельности составить его расчетные модели.

Глава 1. РЕАКЦИИ СИНТЕЗА

1.1. Физические предпосылки

В начале 1930-х годов, после обнаружения нейтронов, было установлено, что составляющие ядро *нуклоны* представляют из себя нейтроны и ранее открытые Резерфордом протоны. Принцип Паули запрещает нахождение тождественных частиц в одном квантовом состоянии, поэтому наиболее плотные упаковки нуклонов содержат протоны и нейтроны в равном количестве, т. е. $Z = A - Z$. Если бы протоны были электрически нейтральны, то наиболее энергетически выгодные и стабильные ядра содержали бы поровну протонов и нейтронов; однако из-за взаимного кулоновского отталкивания, энергия которого пропорциональна $Z^2 / R \propto Z^2 A^{-1/3}$, оптимум смещается к меньшему относительному числу протонов — тем сильнее, чем тяжелее ядро.

Многочисленные масс-спектрометрические измерения показали, что масса ядра меньше суммы масс составляющих его частиц. Разница — *дефект массы* — в среднем растет с ростом массы ядра, но дефект на один нуклон максимален в середине таблицы Менделеева. Открытие Эйнштейном соотношения $E = Mc^2$ дало возможность связать дефект массы на один нуклон с энергией связи нуклона в ядре. Пока ядра достаточно легкие, с ростом числа нуклонов A энергия связи каждого нуклона возрастает, благодаря увеличению числа нуклонов, к которым он притягивается. Но для достаточно тяжелых ядер этот эффект пересиливается кулоновским отталкиванием протонов, так что с ростом A удельная энергия связи, наоборот, падает, как показывают данные табл. 1.1 и 1.2*.

Для вычислений удобнее использовать не сами массы изотопов (ввиду малости дефектов масс), а приведенные в табли-

* В 1961 г. атомная единица массы была определена как 1/12 массы атома углерода-12. Поэтому значения разности масс, обычно приводимые в справочниках, отличаются от приведенных в таблицах.

це в энергетическом эквиваленте их относительно небольшие «колебания» (массы изотопов за вычетом «нормализованных» по кислороду значений). Значения «колебаний» не меняются, если используются массы атомов, а не ядер.

Таблица 1.1. Колебания разности масс E и дефект массы на один нуклон $\Delta\epsilon$ у легких изотопов

Изотоп	Дейтерий	Тритий	Гелий-3	Гелий-4	Литий-7
E , МэВ	13,721	15,828	15,809	3,607	16,970
$\Delta\epsilon$, МэВ	1,112	2,827	2,573	7,071	5,605

Примечание: $E = M - AM_0/16$, где M_0 – масса ядра кислорода; $\Delta\epsilon$ – средняя энергия связи нуклона в ядре.

Таблица 1.2. Колебания разности масс E и дефект массы на один нуклон $\Delta\epsilon$ у средних и тяжелых изотопов

Изотоп	Натрий-23	Железо-56	Стронций-88	Йод-127	Уран-238
E , МэВ	-2,664	-43,897	-61,832	-50,285	116,336
$\Delta\epsilon$, МэВ	8,106	8,785	8,729	8,434	7,573

Ядерные реакции с высвобождением части энергии связи из-за продвижения в сторону середины таблицы Менделеева обеспечивают выделение энергии на 6 порядков больше, чем обычные химические реакции. Продвижение в сторону середины таблицы со стороны легких ядер получается за счет их слияния – синтеза, а со стороны тяжелых ядер – за счет их деления.

В ядерной реакции должны сохраняться:

- число протонов и число нейтронов по отдельности (реакции с участием слабых взаимодействий типа $p + p = D + e^+$ практически не реализуются, если не рассматривать астрофизику);
- сумма энергии частиц и энергетических эквивалентов их масс.

Далее, легкие возбужденные ядра не испускают гамма-кванты, так что образующееся после слияния двух ядер (или ядра

и нейтрона) составное ядро избыток своей энергии за счет большей энергии связи может выделить лишь в виде кинетической энергии двух частей, на которые оно разваливается. Поэтому синтез проявляется в виде образования более тяжелого ядра по сравнению с любым из первоначальных в паре с менее тяжелым (или нейтроном), а не окончательного слияния в одно ядро, так что, например, реакции $D + D = He^4$, $He^3 + n = He^4$ невозможны.

С учетом названных выше ограничений, с участием легчайших ядер – изотопов водорода и гелия – возможны только 3 реакции синтеза: $D + D$, $D + T$ и $D + He^3$. Здесь и далее под изотопами мы будем понимать только ядра атомов, а не сами атомы, поскольку электроны в ядерных реакциях не участвуют: D – дейтрон, T – тритон, He^4 – альфа-частица и т. д.

1.2. Сечения реакций синтеза

Для осуществления реакции синтеза между двумя ядрами необходимо преодолеть кулоновский барьер, который мешает сближению ядер.

Можно оценить сечение реакции синтеза как произведение ядерного сечения (масштаба барн при энергии столкновения порядка 1 МэВ) и вероятности k проникновения через кулоновский барьер. Оценка этой вероятности – известная квантово-механическая задача, впервые решенная для кулоновского барьера ядра русским физиком Георгием Гамовым, получившим следующий результат:

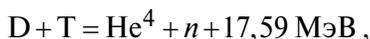
$$k \approx \exp\left(-\frac{4\pi^2 e_1 e_2}{h\nu}\right) = \exp\left(-\frac{2\pi Z_1 Z_2 c}{137\nu}\right), \quad (1.1)$$

где e_1 и e_2 – заряды вступающих в реакцию ядер; h – постоянная Планка; ν – относительная скорость; c – скорость света. Например, скорость дейтрона с энергией 1 МэВ равна $\nu = 10^9$ см/с, показатель экспоненты близок к 1, и барьер довольно проникаем; при энергии 10 кэВ показатель увеличивается в 10 раз, и вероятность прохождения барьера k весьма мала.

Если в реакции участвует ядро с $Z > 1$, то вероятности прохождения барьера с энергиями ниже 100 кэВ чрезвычайно малы, поэтому на практике основную роль играют реакции синтеза изотопов водорода.

Экспериментально сечения реакций синтеза изучались с помощью моноэнергетических пучков ядер (или ионов), которые направлялись на соответствующую мишень. Правда, из-за торможения заряженных частиц в мишени вступают в реакцию частицы с различной энергией, и трудностью в обработке экспериментов было разделить вклады каждой части спектра в общий нейтронный выход. Для изучения указанных выше реакций бралась дейтериевая мишень, а ускоряемые пучки состояли из дейтронов или тритонов. Установки такого рода используются также как нейтронные источники.

Основой синтеза является DT-реакция, имеющая наибольшие сечения при энергиях частиц вплоть до 1 МэВ и выделяющая относительно большое количество энергии



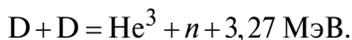
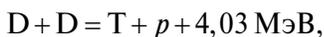
при этом 14,07 МэВ передается нейтрону, 3,52 МэВ – альфа-частице. Сечение реакции $\sigma(E)$ при $E = 150$ кэВ имеет резонанс высотой 5 барн; здесь E – энергия дейтронов, сталкивающихся с покоящимися тритонами.

Тритий обладает заметной радиоактивностью, вследствие которой он представляет большую потенциальную опасность для здоровья и жизни людей, в природе его нет, время существования ограничено. Его получают путем нейтронной реакции на литии-6 в атомных реакторах, и его стоимость оказывается довольно велика. Существуют жесткие нормы по допустимым концентрациям трития в воздухе и воде. Характеристики радиоактивности трития:

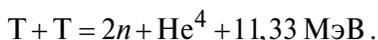
- период полураспада 12,3 года (1 г трития имеет активность примерно 10^4 кюри);
- тип распада – бета-лучи с максимальной энергией 18 кэВ.

Однако со всеми недостатками трития как материала для мишени приходится мириться, поскольку сечения второй по значению DD-реакции при энергиях до 100 кэВ в среднем на 2 порядка ниже, и чистый дейтерий как термоядерное горючее для мишеней бесперспективен, о чем речь пойдет ниже.

Реакция D+D проходит с равной вероятностью по двум каналам:



Есть также аналогичная реакция:



Она проходит с несколько более высокими сечениями, чем предыдущая. Поскольку чистый дейтерий (или тритий) как горючее рассматриваться не будет, а в DT-смеси доминируют DT-реакции, то в приближенных расчетах другими реакциями можно пренебречь.

Сечения реакции $D + \text{He}^3$ еще ниже из-за более высокого кулоновского барьера. С теоретической точки зрения она интересна тем, что не образует нейтрона или радиоактивного элемента (это очень редкий случай для ядерных реакций):



Однако в нагретой смеси дейтерия и гелия-3 всегда будут идти реакции D+D, так что абсолютно безнейтронное горение оказывается невозможным.

1.3. Термоядерные реакции

Требуемая энергия столкновений для синтеза может быть получена путем нагрева реагирующей смеси до достаточно высокой температуры, так чтобы осуществлялись термоядерные реакции. Благодаря выделяющейся в них энергии, в принципе возможен самоподдерживающийся режим таких реакций — термоядерное горение. В качественном отношении оно похоже на обычные химические реакции горения.

Пусть n_D – плотность дейтронов; n_T – плотность тритонов (число ядер в см^3). В результате реакций меняется число указанных частиц, значит и их плотность. Если пренебречь другими реакциями в DT-смеси, кроме DT-реакций, то в результате реакции при заданной относительной скорости столкновения v реагирующих частиц изменение во времени плотностей частиц описывается уравнением

$$\frac{dn_D}{dt} = \frac{dn_T}{dt} = -n_D n_T \sigma v, \quad (1.2)$$

где $\sigma(v)$ – сечение реакции. В общем случае правую часть уравнения нужно усреднить по распределению пар частиц по скоростям их сближения.

Обычно имеют дело с плазмой, в которой установилось максвелловское распределение ионов по энергии с температурой T . В этом случае в правой части уравнения σv заменится выражением

$$\langle \sigma v \rangle (T) = C \int_0^{\infty} \sigma(v) v \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2T}\right) v^2 dv, \quad (1.3)$$

где C – нормировочная константа^{*}; μ – приведенная масса сталкивающихся частиц,

$$1/\mu = 1/m_D + 1/m_T.$$

Наиболее сильно зависящим от энергии множителем в сечении является фактор Гамова $\exp(-b/v)$ (1.1). Если ядерное сечение в интересующей нас области энергий слабо зависит от энергии, то всю зависимость определит этот фактор. Рассмотрим характер зависимости $\langle \sigma v \rangle$ от температуры в этом предположении. Для этого нужно оценить интеграл

^{*} Точное выражение имеет вид

$$\langle \sigma v \rangle = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi T}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} \sigma(v) \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2T}\right) v^3 dv = \sqrt{\frac{8}{\pi\mu T^3}} \int_0^{\infty} \sigma(E) \exp\left(-\frac{E}{T}\right) E dE,$$

где $E = \mu v^2 / 2$ – энергия сталкивающихся частиц в системе центра масс.

$$\langle \sigma v \rangle = C(T) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{a} - \frac{b}{v}\right) v^3 dv, \quad a = \frac{2T}{\mu}, \quad b = \frac{2\pi}{137} Z_1 Z_2 c,$$

где $C(T)$ – нормирующий множитель. Оценка интеграла методом перевала приводит к выражению

$$\langle \sigma v \rangle = S(T) \exp(-Aa^{-1/3}) = S(T) \exp(-A_1 T^{-1/3}),$$

где $S(T)$ – множитель, который не сильно зависит от температуры; $A = 3(b/2)^{2/3}$; $A_1 = 3/2(2Z\pi_1 Z_2 / 137)^{2/3} (\mu c^2)^{1/3} \approx 20$, если T и μc^2 выражать в кэВ и рассматривать изотопы водорода. Множитель $\exp(-A_1 T^{-1/3})$, пропорциональный среднему по максвелловскому распределению фактору Гамова, приводит к резкому уменьшению $\langle \sigma v \rangle$ с уменьшением температуры*.

Значения $\langle \sigma v \rangle$ для DD- и DT-реакций были в свое время рассчитаны в широком температурном диапазоне с использованием экспериментальных точек в сечении, найдены интерполяционные формулы для зависимостей $\langle \sigma v \rangle$ от T .

При сравнительно небольших температурах максимальный вклад в число реакций (максимум подынтегральной функции) дают частицы с энергией ξT , во много раз превышающей температуру T , несмотря на низкую долю этих частиц в максвел-

* Сечение нерезонансной реакции с учетом вероятности проникновения через кулоновский барьер (1.1) принято записывать в виде

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp(-\sqrt{E_B/E}),$$

где $E_B = \mu v^2 / 2$ – кулоновский барьер; $S(E)$ – медленно меняющаяся функция энергии. Тогда

$$\langle \sigma v \rangle = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi T}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} S(E) \exp\left(-\frac{v^2}{a} - \frac{b}{v}\right) v dv = \sqrt{\frac{8}{\pi\mu T^3}} \int_0^{\infty} S(E) \exp\left(-\frac{E}{T} - \sqrt{\frac{E_B}{E}}\right) dE.$$

Выражение под экспонентой имеет экстремум (гамовский пик) при

$$v_G = (ab/2)^{1/3}, \quad E_G = \frac{\mu v_G^2}{2} = E_B^{1/3} (T/2)^{2/3}.$$

ловском спектре. По оценке, $\xi = A_1 T^{1/3} / 3$ ($\xi = 7$ при температуре 1 кэВ).

Скорость энерговыделения в DT-реакциях, происходящих в DT-смеси:

$$Q = \langle \sigma v \rangle n_D n_T (3,52k_\alpha + 14,1k_n) \frac{\text{МэВ}}{\text{см}^3 \text{с}} = \rho^2 q \frac{25\beta(1-\beta)}{(2+\beta)^2} \lambda(T) (k_\alpha + 4k_n), \quad (1.4)$$

где k_α – доля энергии альфа-частиц, которую они оставляют в среднем в зоне горения; k_n – оставляемая в зоне горения доля энергии нейтронов; ρ – плотность (г/см^3) DT-смеси произвольного состава $T_\beta D_{1-\beta}$; $q = 6,78 \cdot 10^4$ МДж/г – энергия, которая приходится на альфа-частицы 1 грамма смеси 50/50 при полном сгорании в DT-реакциях («альфа-калорийность»); $\lambda(T)$ – скорость горения (обратное время выгорания) при $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, будем выражать ее в обратных наносекундах. Тогда, согласно интерполяционной формуле Козлова,

$$\lambda(T) = 3240,4 T^{-2/3} \frac{1 + 0,2323T^{0,75}}{\sqrt{1 + 0,00009415T^{3,25}}} \times \exp(-19,9826T^{-1/3}). \quad (1.5)$$

Оценка интеграла методом перевала дает

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{(2E_B)^{1/6}}{\sqrt{\mu}} T^{-2/3} S(E_G) \exp\left(-\frac{3}{2} \frac{(2E_B)^{1/3}}{T^{1/3}}\right),$$

здесь множитель $S(E_G)$ – медленно меняющаяся функция температуры.

Если реакция имеет узкий резонанс при $E = E_0$ высоты σ_0 и ширины Γ , то для сечения резонансного канала следует использовать выражение

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{E_0}{E} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_0)^2 + (\Gamma^2/4)} \approx \frac{\pi}{2} \sigma_0 \frac{E_0}{E} \Gamma \delta(E - E_0).$$

В этом случае получается другая зависимость скорости реакции от температуры

$$\langle \sigma v \rangle = \sqrt{\frac{2\pi}{\mu}} T^{-3/2} \sigma_0 \Gamma E_0 \exp\left(-\frac{E_0}{T}\right).$$

Значения $\lambda(T)$ при некоторых температурах приведены в табл. 1.3.

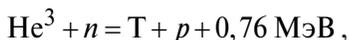
Таблица 1.3. Зависимость скорости горения DT-смеси от температуры (при $\rho = 1 \text{ г/см}^3$)

T , кэВ	3	5	10	20	30	50	70	100
λ , нс^{-1}	$2,26 \cdot 10^{-4}$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	0,0138	0,0548	0,0807	0,0983	0,1008	0,0969

Например, при плотности смеси 10 г/см^3 и температуре 10 кэВ скорость выгорания DT-смеси равна $\rho\lambda = 0,14 \text{ нс}^{-1}$. Если пренебречь DD- и TT-реакциями, то при постоянном $\rho\lambda$ DT-смесь выгорает по закону:

$$n_D = n_T = n_T^0 / (1 + \lambda \rho t).$$

Если же горит поначалу чистый дейтерий (или смесь дейтерия с очень малым количеством трития), то после начала его горения быстро образуется равновесная концентрация трития, порядка 1%, что соответствует отношению скоростей DD- и DT-реакций, и далее почти каждая DD-реакция сопровождается реакциями ее продуктов. Часть образующихся во втором канале ядер гелия-3 и нейтронов снова соединяются:



так что в окончательном результате первый канал превалирует над вторым. Большая часть образующегося трития вступает в реакцию с дейтерием. При выгораниях дейтерия в десятки процентов и достаточно большой оптической толщине горячей DT-плазмы по нейтронам выгорают почти все образовавшиеся ядра гелия-3 и трития, так что окончательным результатом горения первоначально чистого дейтерия будет



Образующиеся в результате реакций альфа-частицы, нейтроны, ядра отдачи, фотоны переносятся по плазме на заметные расстояния и переносят с собой заметную часть энергии; имеет место также значительный теплоперенос энергии за счет электронной теплопроводности. В результате, газодинамический перенос энергии, характерный для детонации химических взрывчатых веществ (ВВ), при термоядерной детонации отходит на второе место, что накладывает на нее свои особенности.

Альфа-частицы проходят расстояние, равное примерно $0,02T_e^{1,5} / \rho$, и это становится заметным при оптическом размере горящего шара ρR порядка 1 г/см^2 и температурах горения десятки кэВ (ρ – средняя плотность ДТ-смеси; R – радиус шара). При горении однородного шара в нем остается в среднем следующая доля энергии альфа-частиц [1]:

$$k_\alpha = \begin{cases} 1,5y - 0,8y^2, & \text{при } y < 0,5; \\ 1 - \frac{1}{4y} + \frac{1}{160y^3}, & \text{при } y > 0,5; \end{cases} \quad (1.6)$$

$$y = 9,17\rho R(4,4 + \ln T_e - 0,5 \ln \rho) T_e^{-3/2},$$

где y – отношение радиуса шара к пробегу альфа-частицы (1.10). Множитель в скобках представляет собой кулоновский логарифм.

Нейтроны с энергией 14 МэВ обладают существенно более высокими пробегами. При ρR порядка 1 г/см^2 они уносят с собой почти всю свою энергию. При высоких значениях ρR они оставляют в плазме заметную часть энергии, однако не в виде тепла, а в виде ядер отдачи – дейтронов и тритонов с энергией масштаба 1 МэВ, и некоторые из них вылетают из ДТ-плазмы, не успев замедлиться до тепловых энергий. Приходится учитывать как перенос энергии по плазме ядрами отдачи (наподобие альфа-частиц), так и вызываемые ими «реакции на лету», т. е. реакции синтеза с относительно большим

сечением до того, как они успеют замедлиться до тепловых энергий. Однако высокие значения оптической толщины ρR для DT-плазмы мишеней ИТС не свойственны.

1.4. Взаимодействие компонентов высокоионизированной плазмы

Пробеги альфа-частиц (продуктов DT-реакции) и ядер отдачи (результата столкновений быстрых нейтронов с ядрами легких элементов), обмен энергией между электронами и ионами (большая разница в массах препятствует быстрому обмену энергией) – все это вычисляется интегрированием соответствующего кинетического уравнения; его фоккер-планковское приближение было впервые найдено Л. Д. Ландау.

В полностью ионизированной плазме происходят только кулоновские столкновения (если не учитывать прямых ядерных столкновений, поправки на которые проще всего производить, используя метод Монте-Карло). Разогретая до килвольтных температур DT-смесь практически полностью ионизована. Впрочем, кулоновские столкновения являются ведущими и при наличии нейтральных частиц, если коэффициенты ионизации не слишком малы.

1.4.1. Уравнение Ландау

Формальная расходимость полного кулоновского сечения на верхнем пределе интегрирования означает, что в кулоновских столкновениях преобладают случаи больших прицельных параметров, когда отклонения заряженных частиц от первоначального направления очень малы. Поэтому интеграл столкновений можно приближенно представить как диффузию в пространстве импульсов (приближение Фоккера–Планка).

В статье Л. Д. Ландау [2] дается вывод интеграла столкновений заряженных частиц с частицами плазмы в кинетическом уравнении, которое в фазовом пространстве (x_i, p_k) имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = -2\pi e^2 e'^2 L \frac{\partial}{\partial p_i} \int dp' \left(\frac{\partial f'}{\partial p'_k} f - \frac{\partial f}{\partial p_k} f' \right) w_{ik},$$

$$w_{ik} = \frac{u^2 \delta_{ik} - u_i u_k}{u^3},$$

$$u_i = \frac{p'_i}{m'_i} - \frac{p_i}{m_i}, \quad (1.7)$$

где L – кулоновский логарифм; u_i – компонента относительной скорости между рассматриваемой и полевой частицами, штрих относится к полевым частицам. По одинаковым индексам производится суммирование (тензорные обозначения сумм): $i = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$. Кулоновский логарифм является следствием логарифмической расходимости кулоновского сечения; нижний предел связан с минимальным прицельным параметром, при котором угол отклонения равен 1 радиану и не может считаться малым, а верхний предел – с дебаевским экранированием.

Уравнение Ландау используется для описания многих процессов в полностью ионизованной плазме, в том числе:

- эволюции неравновесной функции распределения ионов после ударного нагрева;
- релаксации – установления больцмановского равновесия в столкновениях ионов друг с другом, электронов друг с другом и выравнивания ионных и электронных температур;
- описания траекторий и потери энергии вдоль траектории быстрых заряженных частиц.

Из уравнения Ландау следует выражение для скорости изменения температуры электронов за счет обмена энергией с ионами [3, § 42]:

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{8Le^2 \sqrt{2\pi m_e}}{T_e^{3/2}} (T_i - T_e) \sum_i \frac{N_i e_i^2}{m_i}, \quad (1.8)$$

где N_i , e_i и m_i — плотность, заряд и масса ионов, суммирование ведется по различным группам ионов.

Не решая уравнения, времена релаксации можно грубо оценить следующим образом.

Кулоновское сечение для частиц с зарядом e по порядку величины есть $\sigma = \pi r^2$, где $r = e^2 / E$, E — энергия частиц (на самом деле существенным множителем еще входит кулоновский логарифм). Под столкновением в данном случае мы понимаем не рядовое кулоновское столкновение с очень малым средним углом рассеяния, а серию таких столкновений (диффузию в пространстве импульсов), приводящую по совокупности к отклонению на угол порядка 1; такая серия по передаче энергии эквивалентна одному столкновению и изотропному рассеянию. Среднее время между столкновениями одинаковых частиц с массой m есть $\tau = (n\sigma u)^{-1}$, u — их относительная скорость ($E = \mu u^2 / 2 = mu^2 / 4$), или

$$\tau = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{m}{4E}} \frac{E^2}{\pi e^4},$$

в качестве средней энергии сюда для оценки можно подставить T , где температура выражается в энергетических единицах (например, 1 кэВ = $1,6 \cdot 10^{-9}$ эрг). Отсюда получаем, что в дейтериевой плазме с плотностью ρ (г/см³):

— среднее время между столкновениями дейтронов

$$\tau_{ii} = 10^{-12} T_i^{3/2} / \rho \text{ с};$$

— среднее время между столкновениями электронов

$$\tau_{ee} = 10^{-14} T_e^{3/2} / \rho \text{ с}.$$

Среднее время обмена энергией между электронами и дейтронами τ_{ei} по порядку величины близко к последнему, умноженному на соотношение масс электронов и ионов, так как средняя передача энергии за одно столкновение на этот множитель меньше.

Более точные значения времен релаксации получаются из уравнения Ландау.

1.4.2. Торможение альфа-частиц в DT-плазме

Согласно формулам, которые следуют из уравнения Ландау, потери энергии быстрой заряженной частицей в плазме следуют уравнению*

$$-\frac{dE}{dx} = -\left(\frac{dE}{dx}\right)_i - \left(\frac{dE}{dx}\right)_e = \chi_i \frac{1}{E} + \chi_e \frac{\sqrt{E}}{T_e^{3/2}}, \quad (1.9)$$

где E – энергия частицы; χ_i и χ_e – размерные константы, зависящие от зарядов и масс ядер. Первое слагаемое – торможение из-за столкновений с ионами, второе – с электронами плазмы:

$$\chi_i = 2\pi Z^2 Z'^2 e^4 L_i n' \frac{m}{m'} = 2,09 \cdot 10^5 L_i \rho, \quad L_i \approx 7,5 + \frac{1}{2} \ln \frac{ET_e}{\rho},$$

$$\chi_e = \frac{8\sqrt{\pi}}{3} Z^2 e^4 L_e n_e \sqrt{\frac{m_e}{m}} = 1110 L_e \rho, \quad L_e \approx 4,4 + \frac{1}{2} \ln \frac{T_e^2}{\rho}.$$

Приведены выражения кулоновских логарифмов в случае торможения альфа-частиц в дейтериево-тритиевой плазме; энергия и температура в кэВ, плотность в г/см³; Z и m – зарядовое число и масса заряженной частицы; Z' и m' – ионов среды (для многокомпонентной среды отдельные вклады следует суммировать).

Объяснить зависимости слагаемых от энергии можно следующим образом. Рассмотрим потери энергии на ионах. Они равны отношению E/ℓ , где ℓ – путь торможения, т. е. пропорциональны произведению E на кулоновское сечение, а последнее обратно пропорционально квадрату E .

* Данная формула описывает средний темп потери энергии. Приближенное выражение для торможения на электронах плазмы (второе слагаемое) допустимо при $m_e v^2 / 2T_e \ll 1$, что практически всегда выполняется. Приближенное выражение для торможения на ионах (первое слагаемое) допустимо при $1 \ll m' v^2 / 2T_i$, что не выполняется для достаточно медленных частиц, когда вклад ионов в торможение ведет. Точные выражения были получены С. Чандрасекаром [4, 5].

В случае потерь энергии на электронах кулоновское сечение обратно пропорционально квадрату T_e (относительная скорость определяется электронами, несмотря на их относительно небольшую энергию)*. Кроме того, нужно учесть, что на единице пути число столкновений оказывается в отношении v_e/v_i раз больше, чем если бы ионы наталкивались на неподвижные электроны (это становится более понятным, если перейти от потерь на единице пути к потерям за единицу времени).

Как уже говорилось, в тепловой области обмен энергиями у ионов происходит намного более интенсивно друг с другом, чем с электронами плазмы; поэтому когда энергия альфа-частиц станет близкой к тепловой, в обмене энергией ведет первый член**. Но при достаточно большой энергии по сравнению с температурой плазмы (это так при первоначальной энергии в несколько МэВ) ведут столкновения с электронами. Объясняется это тем, что при высокой энергии альфа-частицы сечение столкновения с ионами становится малым, в то время как с электронами оно остается прежним.

Из уравнения Ландау следует, что при столкновении с электронами направление движения намного более тяжелого иона приблизительно сохраняется, т. е. траектория быстрого иона прямолинейна. Отсюда пробег альфа-частицы может быть приблизительно оценен путем интегрирования уравнения (1.9) при начальном условии $E = E_0$ и равен расстоянию, на котором энергия снижается практически до нуля. Если ведут только электроны, то пробег составляет

$$\ell_e = \frac{2T_e^{3/2} \sqrt{E_0}}{\chi_e}. \quad (1.10)$$

* Транспортное сечение рассеяния в кулоновском поле равно [3, § 41]

$$\sigma_t = \frac{4\pi Z^2 e^4 L_e}{\mu^2 (v - v_e)^4} \propto \frac{1}{T_e^2}.$$

** Однако в этом случае приближение для первого слагаемого в (1.9) неприменимо.

Если бы вели только ионы, то вдоль криволинейной траектории пробег бы составил

$$\ell_i = E_0^2 / 2\chi_i. \quad (1.11)$$

Фактически пробег как расстояние между точками испускания и замедления до тепловой энергии значительно меньше, чем по формуле (1.11).

Выражение (1.9) дает возможность определить в приближении прямолинейных траекторий долю энергии k_α , которую частицы оставляют в шаре. Для этого путем интегрирования dE/dx определяется зависимость энергии альфа-частицы от пройденного пути x , затем производится интегрирование $E(x)$ по объему шара и по направлениям вылета (x — расстояние от точки испускания до поверхности шара в заданном направлении).

Достаточно хорошая оценка k_α получается, если считать, что альфа-частицы замедляются только электронами (во всяком случае, значительную часть своей энергии они теряют при доминировании второго слагаемого). Результат дается выражениями (1.6). Различные выражения при оптических толщинах $y > 0,5$ и $y < 0,5$ связаны с тем, что в первом случае все альфа-частицы вылетают, а во втором — не все.

1.4.3. Передача энергии плазме от DT-нейтронов

Эффективные сечения дейтронов и тритонов для налетающих на них нейтронов с энергией 14 МэВ около 1 барна, так что средний пробег ℓ до столкновения с каким-либо ядром в DT-смеси плотности ρ около $4/\rho$ см. Ввиду того, что рассеяние нейтронов с энергией 14 МэВ происходит преимущественно вперед, средние потери нейтроном своей энергии описываются меньшим транспортным сечением 0,6 барна, и соответствующий пробег составляет $7/\rho$ см.

При упругом столкновении с ядром, имеющим массовое число A , максимальная передаваемая доля энергии равна $4A/(1+A)^2$. Если бы рассеяние нейтронов дейтронами и тритонами в системе центра масс было изотропно, то в среднем бы передавалось около половины этой доли. В DT-смеси в среднем

теряется доля энергии $2/9 + 3/16 \approx 0,4$. При прохождении d см плазмы плотности ρ нейтроны теряют примерно $0,4d(\rho/7) = 0,06d\rho$ части своей энергии. Таким образом, при характерной для мишени оптической толщине порядка 1 г/см^2 нейтроны передают плазме всего несколько процентов своей энергии, и при оценках ею можно пренебречь.

Кроме того, нейтроны передают энергию ядрам большими порциями, образуя ядра отдачи, часть которых вылетает и уносит с собой заметную энергию. Это еще понижает долю энергии нейтронов, передаваемой плазме.

1.4.4. Потери энергии ДТ-плазмой

Нагретая ДТ-плазма постоянно теряет энергию за счет излучения и теплопроводной утечки. При температурах порядка 1 кэВ и выше ведет электронная теплопроводность, коэффициент которой κ возрастает с температурой, поэтому уравнение теплопроводности оказывается нелинейным. Для неподвижной сферически симметричной системы оно имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + Q, \quad (1.12)$$

где E — внутренняя энергия единицы объема; Q — энерговыделение в единице объема.

Коэффициент электронной теплопроводности пропорционален $T^{2,5} / L \propto T^{2,35}$ в области интересующих нас температур (L — кулоновский логарифм)*. Оценим потери энергии ДТ-шаром радиуса R со средней температурой T_0 и граничной температурой T_f на электронную теплопроводность в предположении, что практически вся выделяемая равномерно по объему шара энергия уходит на тепловой поток — «квазистационарный поток тепла». Тогда правая и левая части уравнения теплопроводности (1.12) равны нулю

* Оценки электронной теплопроводности полностью ионизованной плазмы приведены в работах [6, 7].

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial M}{\partial r} \right) + Q = 0,$$

$$M(T) = \int_0^T \kappa(T') dT' = CT^{3,35}.$$

Интегрирование с учетом нулевого граничного условия при $r = R$ и конечности T при $r = 0$ дает профиль температуры $T(r)$, определяемый равенством

$$M(T) = M(T_f) + \frac{R^2 - r^2}{6} Q. \quad (1.13)$$

Средняя температура T_0 получается путем усреднения $T(r)$, полученного из (1.13), по объему шара. В результате будем иметь выражение для Q , т. е. фактически для приведенных к единице объема плазмы средних потерях энергии на теплопроводность. В случае, когда граничная температура невелика по сравнению со средней,

$$Q = C_2 \frac{T_0^{3,35}}{R^2}, \quad C_2 = \frac{6}{g^{3,35}} C, \quad g = 3 \int_0^1 (1-x^2)^{1/3,35} x^2 dx = 0,713.$$

Если пренебречь зависимостью C от граничной температуры, то потери на электронную теплопроводность с учетом ненулевой граничной температуры T_f (она же температура излучения оболочки) составляют

$$Q_e = C_2 \frac{T_e^{3,35} - T_f^{3,35}}{R^2}. \quad (1.14)$$

Здесь и далее мы будем отличать температуру электронов. Потери на тормозное излучение равны [8, гл. 5, § 3]

$$Q_T = C_1 \rho^2 \frac{T_e - T_f}{\sqrt{T_e}}. \quad (1.15)$$

Значения входящих в эти формулы коэффициентов:

$$C_1 = 31 \text{ МДж} \cdot \text{см}^3 / (\text{кэВ}^{0,5} \cdot \text{г}^2 \cdot \text{нс}),$$

$$C_2 = 0,0069 \text{ МДж} / (\text{кэВ}^{3,35} \cdot \text{см} \cdot \text{нс}).$$

Есть также небольшие потери на «обратную комптонизацию», которые в приближении планковского спектра излучения равны

$$Q_C = \frac{c}{\ell} \sigma T_f^4 \frac{4(T_e - T_f)}{m_e c^2}. \quad (1.16)$$

При обычном комптон-эффекте, когда фотон рассеивается на неподвижном свободном электроне, он передает ему часть своей энергии $h\nu$ порядка $h\nu / mc^2$ от $h\nu$. Если же рассеяние происходит на движущемся электроне, то может происходить как передача, так и отбор энергии у электрона. При различных установившихся электронной и фотонной температурах в среднем энергия передается более холодной компоненте плазмы, так что если температура фотонов низка, то комптон-эффект приводит не к нагреву электронов, а к их охлаждению. Это называют обратной комптонизацией. Средняя потеря энергии электрона в одном столкновении с фотоном энергии $h\nu$ равна $(4T_e / mc^2) h\nu$, откуда и получается выписанная выше формула.

При достаточно холодной оболочке ведут только потери на тормозное излучение и электронную теплопроводность, при этом в формулах (1.14)–(1.16) можно положить температуру излучения равной нулю.

Литература

1. Крохин, О. Н. Выход альфа-частиц в термоядерных реакциях, инициируемых лазерным импульсом [Текст] / О. Н. Крохин, В. Б. Розанов // Квантовая электроника. – 1972. – Т. 4. – С. 118.
2. Ландау, Л. Д. Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия [Текст] / Л. Д. Ландау // ЖЭТФ. – 1937. – Т. 7. – С. 203.

3. **Ландау, Л. Д.** Физическая кинетика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1979.
4. **Чандрасекар, С.** Принципы звездной динамики [Текст] / С. Чандрасекар. – М.: ИЛ, 1948.
5. **Спитцер, Л.** Физика полностью ионизованного газа [Текст] / Л. Спитцер. – М.: Мир, 1965.
6. **Spitzer, Jr. L.** Transport phenomena in a completely ionized gas [Text] / Jr. L. Spitzer, R. Härm // Physical Review. – 1953. – V. 89, P. 977–981.
7. **Брагинский, С. И.** Явления переноса в плазме [Текст] / С. И. Брагинский // Вопросы теории плазмы. – М.: Госатомиздат, 1963. – Вып. 1. – С. 183–272.
8. **Зельдович, Я. Б.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений [Текст] / Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. – М.: Физматгиз, 1963.